

УДК 622.276.1/4:519.87

АНАЛИЗ ЗАВИСИМОСТИ РЕЗУЛЬТАТОВ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ РАЗРАБОТКИ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ОТ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ НА ПРИМЕРЕ МОДЕЛИ ДВУХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ

Н. П. Ефимова, И. В. Афанаскин, А. А. Колеватов, Д. В. Солопов, П. В. Ялов
*Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт
системных исследований Российской академии наук
nefimova@niisi.ras.ru*

В работе рассмотрена математическая модель двухфазной несмешивающейся фильтрации нефти и воды при пластовом давлении выше давления насыщения нефти газом. Для этой модели приводится полностью неявная (по давлению и насыщенности) численная схема на диаграмме Вороного. На примере модели одного из месторождений Западной Сибири в симуляторе Rubis (KAPPA Engineering) анализируется чувствительность математической модели двухфазной фильтрации к некоторым исходным данным.

Ключевые слова: теория фильтрации, математическое моделирование, разработка нефтяных месторождений, анализ чувствительности.

ANALYSIS OF DEPENDENCE OF MATHEMATICAL MODELING RESULTS OF OIL FIELDS DEVELOPMENT ON INITIAL DATA USING THE TWO-PHASE FILTRATION

N. P. Efimova, I. V. Afanaskin, A. A. Kolevatov, D. V. Solopov, P. V. Yalov
*System Research Institute Russian Academy of Sciences
nefimova@niisi.ras.ru*

The article considers a mathematical model of two-phase immiscible filtration of oil and water at reservoir pressure above saturation. Model is calculated by implicit numerical scheme (by pressure and saturation) using the Voronoi diagram. The sensitivity of the mathematical model of two-phase filtration to some initial data is analyzed by the example of the field model of Western Siberia in the simulator Rubis (KAPPA Engineering).

Keywords: filtration theory, mathematical modeling, oil fields development, sensitivity analysis.

Разработка месторождений нефти и газа – капиталоемкая отрасль с большими периодами окупаемости (до нескольких десятков лет). В связи с чем любые мероприятия, направленные на поддержание добычи и увеличение нефтеотдачи, предварительно проверяются на численных моделях месторождений. Основой для проектных документов и моделей являются данные различных видов исследований. При этом модели месторождений могут быть очень сложными, учитывать множество различных физико-химических процессов, поэтому оценка чувствительности моделей разработки месторождений углеводородов играет важную роль в принятии капиталоемких решений.

1. Математическая модель двухфазной фильтрации нефти, газа и воды

Для моделирования разработки месторождений углеводородов с помощью заводнения при пластовом давлении выше давления насыщения нефти газом используется так называемая модель «мертвой нефти». Она предполагает двухфазную изотермическую фильтрацию нефти

и воды, нефть и вода являются несмешивающимися жидкостями. Газ учитывается опосредованно, как растворенный в нефти: он нерастворим в воде, нефть испаряться в газ не может, газовая фаза в свободном виде отсутствует.

Уравнения сохранения объемов фаз в поверхностных условиях имеют вид [1, 4–5, 8]:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mS_o}{B_o} \right) + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{w}_o}{B_o} \right) = -\bar{q}_o, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{mS_w}{B_w} \right] + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{w}_w}{B_w} \right) = -\bar{q}_w, \quad (2)$$

где m – пористость пласта;

S_o – насыщенность пласта нефтью;

B_o – объемный коэффициент нефти;

\vec{w}_o – скорость фильтрации нефти;

\bar{q}_o – плотность источника (стока) нефти, аналогично для воды.

В качестве уравнений сохранения количества движения запишем обобщенный закон Дарси [1, 4–5, 8]:

$$\vec{w}_o = -\frac{kk_{ro}}{\mu_o} [\operatorname{grad}(P_o) - g\rho_o \operatorname{grad}(z)], \quad (3)$$

$$\vec{w}_w = -\frac{kk_{rw}}{\mu_w} [\operatorname{grad}(P_w) - g\rho_w \operatorname{grad}(z)], \quad (4)$$

где k – абсолютная проницаемость пласта;

k_o – относительная проницаемость нефти;

μ_o – динамическая вязкость нефти;

P_o – давление в нефтяной фазе;

g – ускорение свободного падения;

ρ_o – плотность нефти;

z – вертикальная координата от какой-либо фиксированной горизонтальной плоскости;

k_w – относительная проницаемость воды;

μ_w – динамическая вязкость воды;

P_w – давление в водяной фазе;

ρ_w – плотность воды.

Для удобства примем в качестве пластового давления давление в нефтяной фазе $P \equiv P_o$.

Подставим уравнения (3) и (4) в уравнения сохранения объемов (1) и (2) с учетом, что:

$$P_o - P_w = P_{cow}(S_w), \quad (5)$$

тогда получим:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mS_o}{B_o} \right) - \operatorname{div} \left(\frac{kk_{ro}}{\mu_o B_o} [\operatorname{grad}(P) - g\rho_o \operatorname{grad}(z)] \right) = -\bar{q}_o, \quad (6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{mS_w}{B_w} \right] - \text{div} \left\{ \frac{kk_{rw}}{\mu_w B_w} [\text{grad}(P) - \text{grad}(P_{cow}) - g\rho_w \text{grad}(z)] \right\} = -\bar{q}_w. \quad (7)$$

В результате имеем два уравнения (6), (7) и три неизвестных: P, S_o, S_w . Для замыкания системы воспользуемся балансным соотношением:

$$S_o + S_w = 1. \quad (8)$$

Вместо уравнений состояния используются следующие соотношения для физико-химических свойств пластовых флюидов – PVT-свойств фаз:

$$\begin{aligned} B_o &= B_{o0} [1 - C_o(P - P_0)]; & B_w &= B_{w0} [1 - C_w(P - P_0)]; \\ \rho_o(P) &= \rho_{o,STC} / B_o(P); & \rho_w(P) &= \rho_{w,STC} / B_w(P), \\ m(P) &= m_0 [1 + C_r(P - P_0)], \end{aligned} \quad (9)$$

где B_{o0} и B_{w0} – объемные коэффициенты нефти и воды при начальном давлении P_0 ;
 C_o и C_w – сжимаемость нефти и воды;
и $\rho_{w,STC}$ – плотность нефти и воды при стандартных условиях;
 m_0 – пористость при начальном давлении P_0 ;
 C_r – сжимаемость породы.

Кроме того, используются функции относительной фазовой проницаемости:

$$k_{rw} = k_{rw}(S_w), \quad k_{ro} = k_{ro}(S_w). \quad (10)$$

Начальные условия для системы (6), (7):

$$P = P(x, y, z, t = 0); \quad S_w = S_w(x, y, z, t = 0). \quad (11)$$

В качестве граничных условий обычно используются условия непротекания на внешних границах либо условия постоянного давления. Внутренние граничные условия (скважины) моделируются с помощью источниковых слагаемых. Приток жидкости из законтурной области также часто моделируется с помощью источниковых слагаемых [1].

Работа l -го участка ствола скважины моделируется с помощью следующего выражения [1, 4–5, 8]:

$$q_{\alpha l} = WI_l \lambda_{\alpha l} [P_l - P_w - \bar{\gamma}(D_l - D_{ref})], \quad q_{\alpha} = \sum_l q_{\alpha l}, \quad (12)$$

где WI_l – индекс скважины, зависящий от фильтрационно-емкостных свойств и геометрических параметров расчетной сетки;

$\lambda_{\alpha l}$ – подвижность фазы α ;

P_l – пластовое давление в зоне l -го участка ствола скважины;

P_w – забойное давление в скважине на опорной глубине D_{ref} ;

$\bar{\gamma}$ – средний вес жидкости в стволе скважины;

D_l – глубина l -го участка ствола скважины.

Построим диаграмму Вороного в горизонтальной плоскости – плоскости пласта (рис. 1). Для получения трехмерной сетки – сетку, построенную в плане, копируем для разных слоев,

изменяя при этом глубину залегания кровли ячеек и их толщину. Пронумеруем все ячейки. Обозначим i – номер ячейки трехмерной сетки, а n – номер шага по времени.

Аппроксимируем систему уравнений (6), (7) на диаграмме Вороного с помощью полностью неявной численной схемы:

$$\frac{V_i}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(\frac{mS_w}{B_w} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{mS_w}{B_w} \right)_i^n \right] + \sum_{j=1}^{N_i} \left[\frac{k_{ij}}{\mu_w} \left(\frac{k_{rw}}{\mu_w B_w} \right)_{ij}^{n+1} \frac{P_i^{n+1} - P_j^{n+1} - P_{cowi}^{n+1} + P_{cowj}^{n+1} - \rho_{wij}^{n+1} g(z_i - z_j)}{L_{ij}} F_{ij} \right] = -q_{wi}^{n+1}, \quad (13)$$

$$\frac{V_i}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(\frac{m(1-S_w)}{B_o} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{m(1-S_w)}{B_o} \right)_i^n \right] + \sum_{j=1}^{N_i} \left[\frac{k_{ij}}{\mu_o} \left(\frac{k_{ro}}{\mu_o B_o} \right)_{ij}^{n+1} \frac{P_i^{n+1} - P_j^{n+1} - \rho_{oij}^{n+1} g(z_i - z_j)}{L_{ij}} F_{ij} \right] = -q_{oi}^{n+1}, \quad (14)$$

где V_i – объем i -й ячейки сетки;

Δt^{n+1} – переменный шаг по времени [1, 4];

N_i – количество соседних ячеек для i -й ячейки сетки;

j – номер соседней ячейки сетки;

L_{ij} – расстояние между центрами соседних ячеек;

F_{ij} – площадь общей грани соседних ячеек i и j .

Средняя проницаемость k_{ij} между соседними ячейками i и j обычно вычисляется как среднее геометрическое, ОФП $(k_{ra})_{ij}^{n+1}$ взвешивается вверх по потоку, объемный коэффициент $(B_\alpha)_{ij}^{n+1}$ и плотность $(\rho_\alpha)_{ij}^{n+1}$ вычисляются как среднее арифметическое.

Система (13)–(14) является системой нелинейных алгебраических уравнений, где на каждом временном шаге $2N$ уравнений (13)–(14) и $2N$ неизвестных $(P_i^{n+1}, S_{wi}^{n+1})$ N – количество ячеек. В случае необходимости определения S_{oi}^{n+1} используется численная аппроксимация выражения (8):

$$S_{oi}^{n+1} + S_{wi}^{n+1} = 1. \quad (15)$$

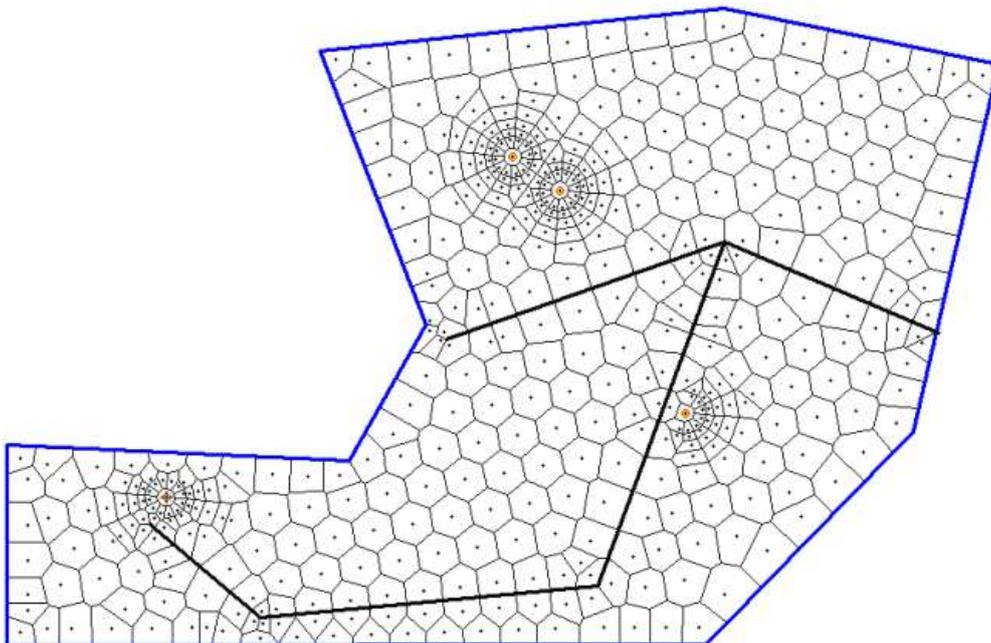


Рис. 1. Пример диаграммы Вороного [10]

Нелинейные слагаемые в системе (13)–(14) линеаризуются методом Ньютона. Например, дебит по воде для соединения скважины с пластом q_{wi}^{n+1} , зависящий от давления и насыщенностей, выражается как:

$$q_{wi}^{n+1} \approx q_{wi}^n + \left(\frac{\partial q_w}{\partial P} \right)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n) + \left(\frac{\partial q_w}{\partial S_w} \right)_i^n (S_{wi}^{n+1} - S_{wi}^n). \quad (16)$$

2. Анализ чувствительности математической модели двухфазной фильтрации на примере реальных данных

Оценим чувствительность одной из наиболее распространенных математических моделей разработки нефтяных месторождений, модели двухфазной фильтрации нефти и воды, описанной в разд. 1, к некоторым исходным данным на примере полномасштабной модели одного из пластов реального месторождения Западной Сибири. Номера скважин и некоторые параметры изменены для соблюдения конфиденциальности данных недропользователя.

Залежь нефти имеет массивное строение с активной законтурной водоносной областью, коллектор терригенный. Средняя толщина пласта 5,6 м.

Абсолютная проницаемость: минимальная – 0,8 мД; максимальная – 382,8 мД; средняя – 72,9 мД; стандартное отклонение – 69,9 мД.

Пористость: минимальная – 0,122 д.ед.; максимальная – 0,286 д.ед.; средняя – 0,230 д.ед.; стандартное отклонение – 0,029 д.ед.

Доля коллектора: минимальная – 0,1 д.ед.; максимальная – 1,0 д.ед.; средняя – 0,70 д.ед.; стандартное отклонение – 0,21 д.ед.

PVT-параметры флюидов: давление насыщения нефти газом – 19 бар; растворимость газа в нефти – 203,5 м³/м³; объемный коэффициент нефти 1,55 м³/м³; вязкость нефти в пластовых условиях – 0,397 сПз; объемный коэффициент воды – 1,02 м³/м³; вязкость воды в пластовых условиях – 0,36 сПз; сжимаемость воды – 4,7 × 10⁻⁵ 1/бар; сжимаемость породы – 4,7 × 10⁻⁵ 1/бар; плотность нефти в стандартных условиях – 875 кг/м³; плотность воды в стандартных условиях – 1054 кг/м³.

Относительные фазовые проницаемости (ОФП) в системе вода – нефть приведены на рис. 2, капиллярным давлением пренебрегается.

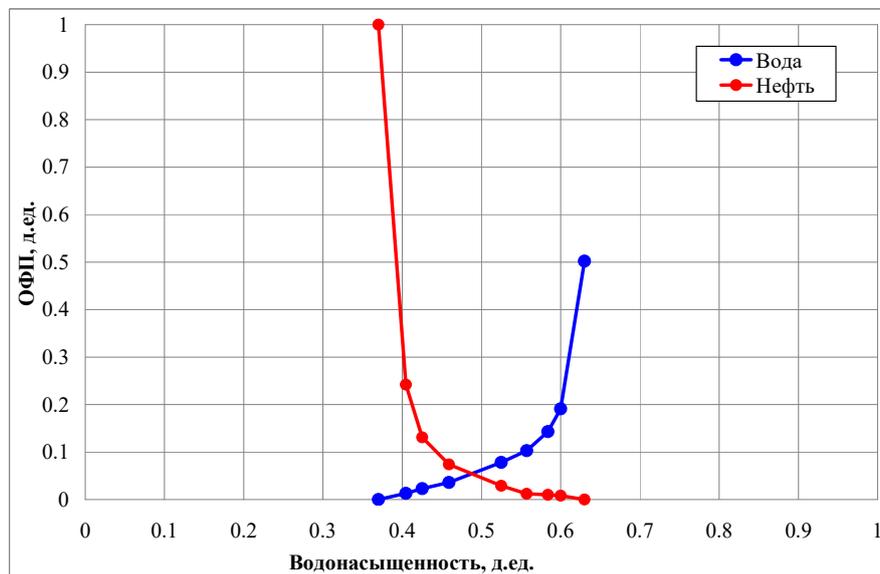


Рис. 2. ОФП в системе вода – нефть

Начальное пластовое давление на глубине водонефтяного контакта – 339 бар. Средняя начальная нефтенасыщенность – 0,59 д.ед.

В эксплуатации перебивало 12 скважин, все добывающие, нагнетательных нет, расстановка скважин приведена на рис. 3. Добывающие скважины управляются дебитом жидкости. История разработки – 40 лет. На конец истории разработки коэффициент извлечения нефти – 0,128 д.ед.; обводненность продукции – 94 %; добыча нефти – 2,2 м³/сут; добыча жидкости – 36 м³/сут.

Расчеты проводились в программе Rubis (KAPPA Engineering) [9] по двухфазной модели фильтрации на диаграмме Вороного (рис. 4).

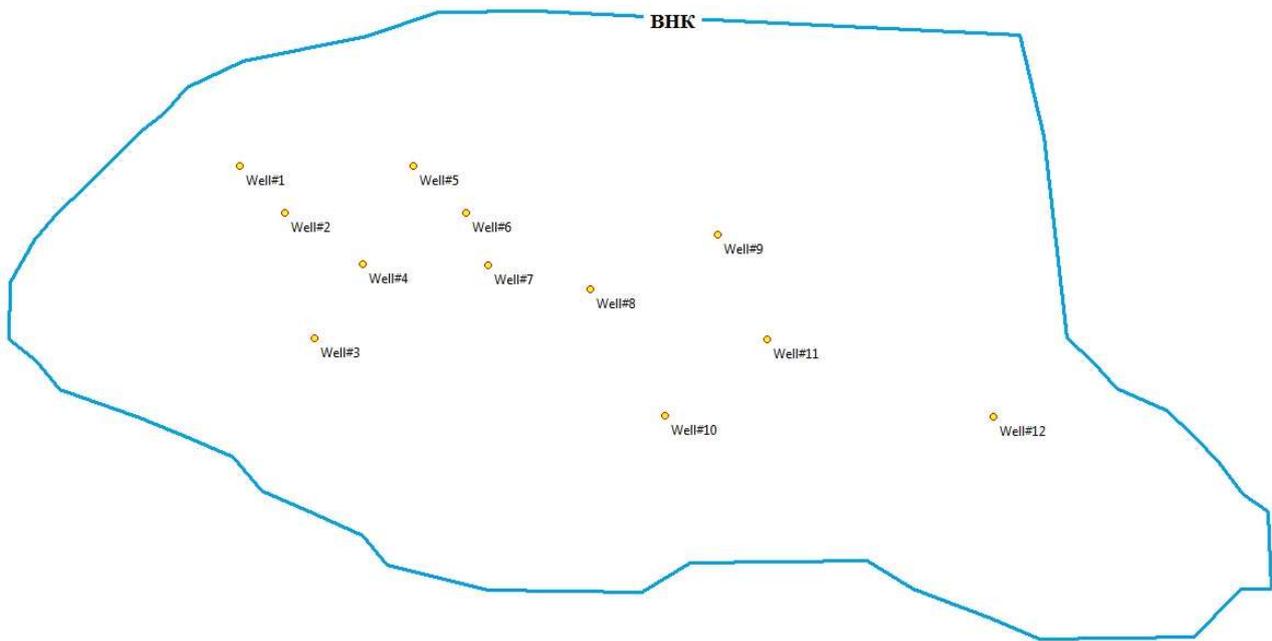


Рис. 3. Расстановка скважин в плане

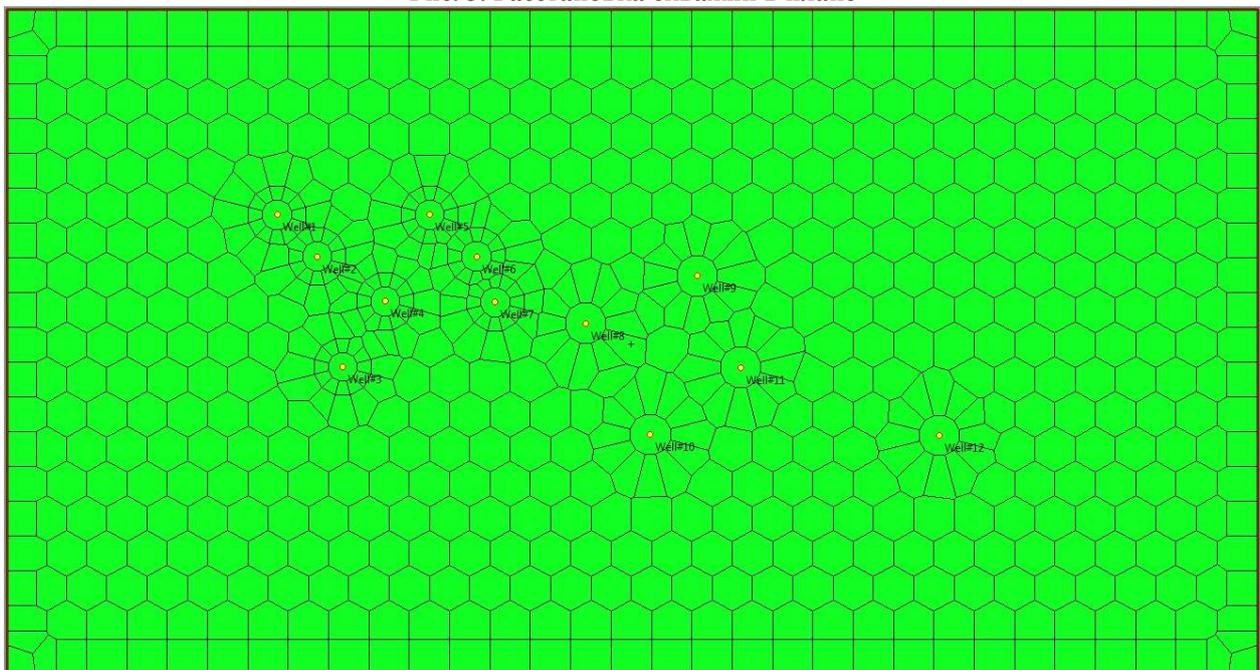


Рис. 4. Расчетная сетка для моделирования в программе Rubis (KAPPA Engineering)

С помощью симулятора анализировалась чувствительность модели к изменению: (1) соотношения горизонтальной и вертикальной проницаемости, (2) вязкости нефти и воды, (3) объемного коэффициента, (4) сжимаемостей нефти, воды и породы, (5) параметров законтурной области (рис. 5–8 соответственно). Исходные данные варьировались в пределах $\pm 15\%$. При этом получены ошибки в накопленных показателях разработки вплоть до 8%. Оценивалось влияние исходных данных на накопленную добычу нефти, воды и газа (НДН, НДВ и НДГ) (рис. 5–8).

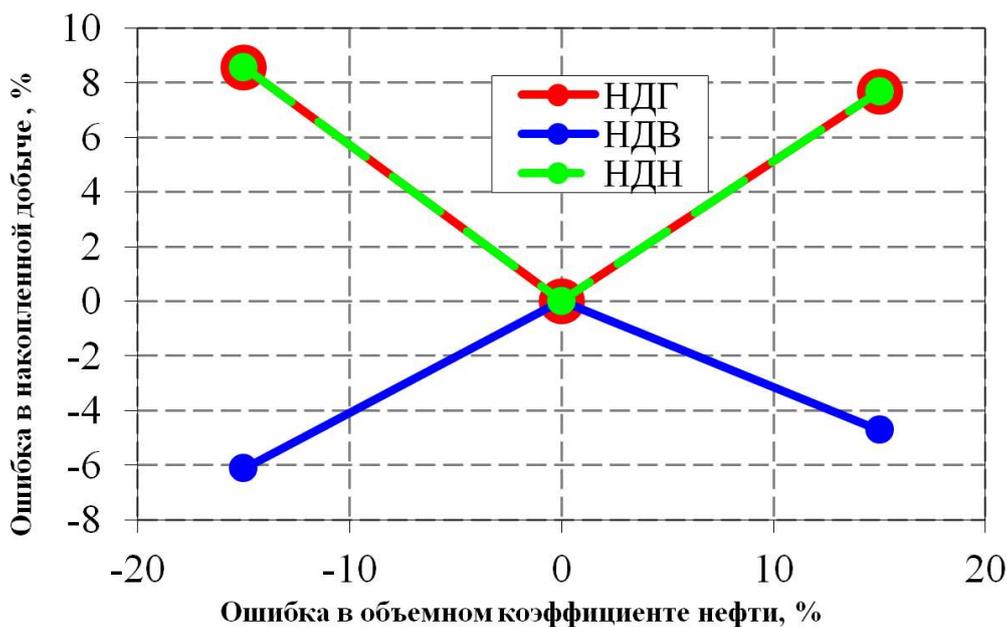


Рис. 5. Влияние объемного коэффициента на накопленную добычу и закачку НДН, НДВ и НДГ соответственно

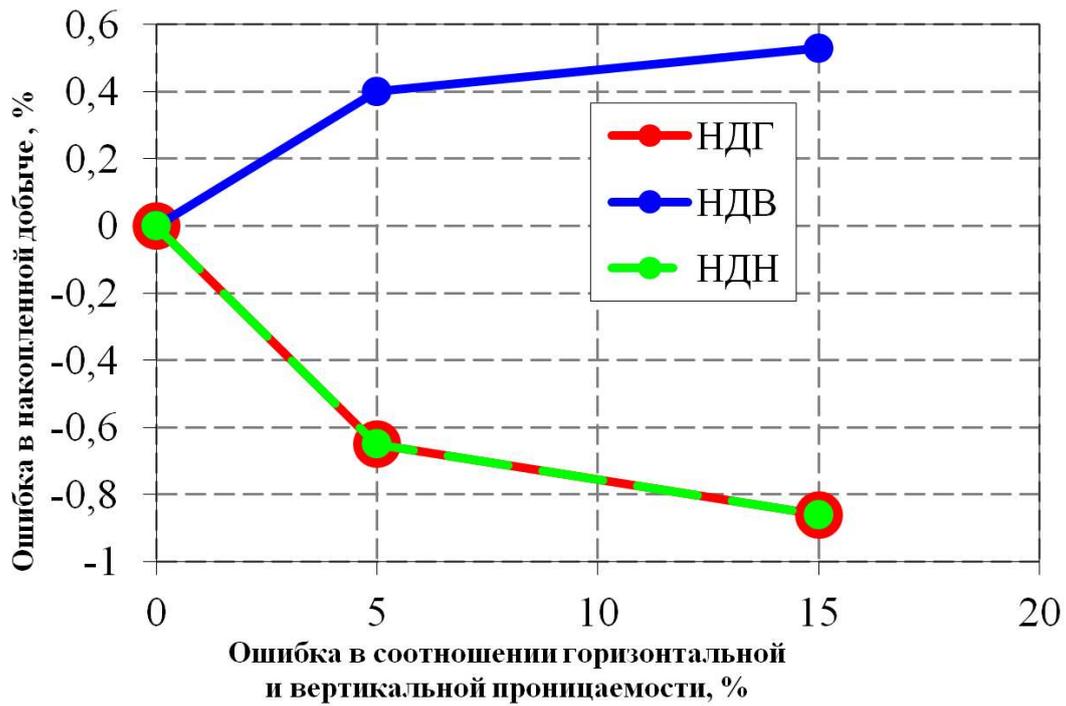


Рис. 6. Влияние соотношения горизонтальной и вертикальной проницаемости на накопленную добычу НДН, НДВ и НДГ соответственно

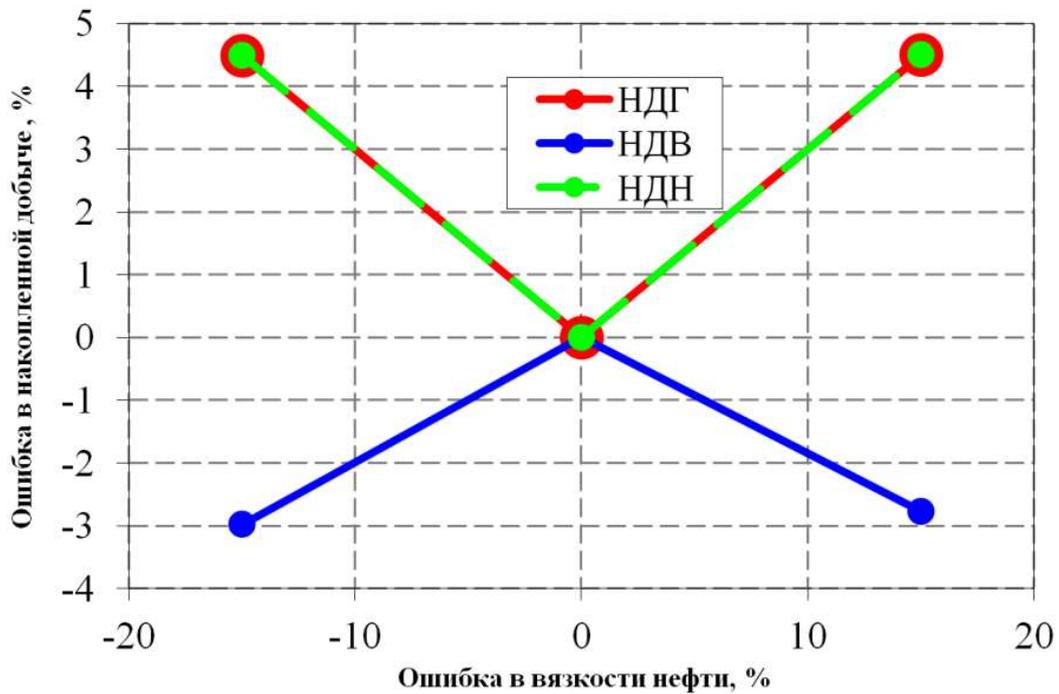


Рис. 7. Влияние вязкости нефти на накопленную добычу НДН, НДВ и НДГ соответственно

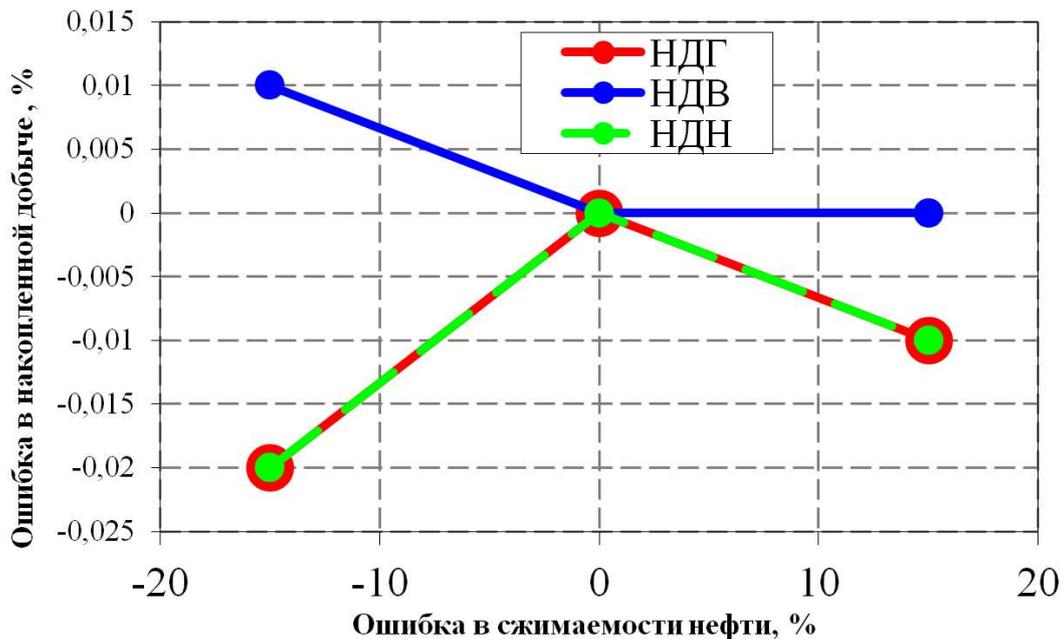


Рис. 8. Влияние сжимаемости нефти на накопленную добычу и закачку НДН, НДВ и НДГ соответственно

Ошибки в НДН, НДВ и НДГ в зависимости от изменения вязкости нефти и воды, изменения сжимаемостей нефти, воды и породы, изменения параметров законтурной области составили для конкретной модели менее 0,1 %, поэтому графики не приводятся.

Заключение. На основании анализа результатов приведенных вычислительных экспериментов можно выделить следующие факторы, оказывающие наибольшее влияние на основные показатели разработки (из списка анализируемых):

1. Наибольшее влияние на НДН, НДВ и НДГ имеют объемный коэффициент нефти и ее вязкость.

2. Остальные параметры, для которых рассчитывалась чувствительность модели к НДН, НДВ и НДГ, имеют влияние не более 1 %.

Также всегда следует помнить о возможной погрешности в истории разработки по различным причинам как технического, так и технологического характера. Необходимо критически относиться к информации об исторических показателях работы скважин и делать сверку документов, содержащих данные о дебитах и забойных давлениях скважин.

Работа выполнена при поддержке Программы ФНИ государственных академий наук на 2013–2020 гг., проект № 0065-2018-0118.

Литература

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2004. 416 с.
2. Байков В. А., Бакиров Н. К., Яковлев А. А. Математическая геология. Т. 1. Введение в геостатистику. М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2012. 228 с.
3. Дойч К. В. Геостатистическое моделирование коллекторов. М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2011. 400 с.
4. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2002. 140 с.
5. Кричлоу Г. Б. Современная разработка нефтяных месторождений – проблемы моделирования. М. : Недра, 1979. 303 с.

6. Петерсилье В. И., Пороскун В. И., Яценко Г. Г. Методические рекомендации по подсчету запасов нефти и газа объемным методом. Тверь : ВНИГНИ ; НПЦ «Тверьгеофизика», 2003. 259 с.
7. Стасенков В. В., Гутман И. С. Подсчет запасов нефти, газа, конденсата и содержащихся в них компонентов. М. : Недра, 1989. 270 с.
8. Эртекин Т., Абу-Кассем Дж., Кинг Г. Основы прикладного моделирования пластов. М. ; Ижевск : Ин-т компьютер. исслед., 2012. Т. XXVIII. 1060 с.
9. Rubis – численное моделирование. Описание / KAPPA Engineering [Электронный ресурс] / URL: <https://www.kappaeng.com/software/rubis/overview> (дата обращения: 29.04.2018 г.)
10. Houze O., Viturat D., Fjaere O. S. Dynamic Data Analysis // Kappa Engineering. 2017. V 5. № 12. 743 p.