

УДК 550.822.2:004.94

СЕТЕВАЯ МОДЕЛЬ ПОР

В. Б. Бетелин, В. Ф. Никитин, Н. Н. Смирнов

Федеральный научный центр

*Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук,
Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
vfnikster@gmail.com*

В работе проводится обзор существующих методов построения модели внутреннего пористого пространства образца керна. Предложена методика обработки данных томографического анализа с целью построения разветвленной системы каналов и пор, которая в дальнейшем сможет служить основой для быстрых расчетов пористости и проницаемости образцов пород на основании исследования кернов.

Ключевые слова: математическое моделирование, сетевая модель, керн, фильтрационные течения, поры.

NETWORK PORES MODEL

V. B. Betelin, V. F. Nikitin, N. N. Smirnov

*System Research Institute, Russian Academy of Sciences,
Lomonosov Moscow State University,
vfnikster@gmail.com*

The article describes the existing methods for constructing a model of the internal pore space of a core sample. A processing technique of tomographic analysis data is proposed for the purpose of constructing a multihole channel and pore system that can later serve as a basis for rapid calculations of the porosity and permeability of specimen based on the core sample analysis.

Keywords: mathematic modeling, network model, core sample, filtration flow, pores.

Введение в сетевую модель. Проблема упрощения описания гидродинамики и прочих свойств пористой среды существовала с XIX века, когда была предложена модель Дарси. В первой трети XX века была предложена модель Кармана – Козени [1–2], связавшая проницаемость среды с пористостью и характерным размером пор [3]:

$$K = \frac{r_H^2 \phi}{S_o (L / L_E)^2},$$

где r_H – эффективный гидравлический радиус пор/каналов; ϕ – пористость, S_o – форм-фактор, зависящий от конкретной конфигурации пор; L_E / L – отношение длины образца к длине «свободного прохода» (параметр извилистости).

Модель эта рассматривает пористую среду как сборку каналов длины L_E , но для многих пористых сред она дает нереалистичные данные, хотя и соответствует трендам экспериментальных данных в ограниченных диапазонах. Теория перколяции, геометрические соображения и ионная трассировка дают коэффициент извилистости от 1 до 5, расчеты [4] для различных песчаников дают извилистость от 5 до 72.

В 1952 г. Owen понял, что высокое значение коэффициента извилистости было нереалистичным, и предложил альтернативную канальную модель как трехмерную сборку блоков [5] (рис. 1).

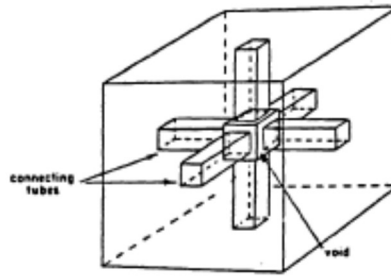


FIGURE 1

Рис. 1. Один блок в сборке (Owen, 1952)

В модели Owen постулировалось, что сопротивление канала вносит значительно больший вклад в значение проницаемости, чем сопротивление поры. Тем самым обеспечивается высокое значение форм-фактора без введения высоких значений извилистости.

В модели Fatt (1956) [6] была сделана первая попытка рассчитать проницаемость посредством модели Пуазейля течения в канале. Двумерная укладка модели Fatt в виде электрической схемы с источником и сопротивлениями выглядела как на рис. 2:

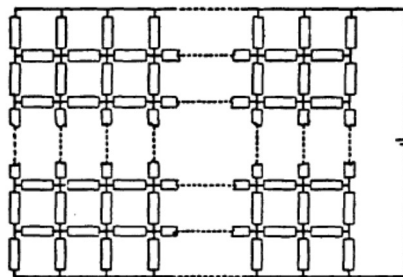


Рис. 2. Электрическая схема, моделирующая двумерную пористую среду в модели Fatt

В отличие от модели Owen [5], в этой модели вклад пор вообще не учитывался, сопротивление каналов же определялось по закону Хагена – Пуазеля для круглого сечения как

$$Q = \frac{\pi r^4 \Delta P}{8 \mu \ell}.$$

Для расчета проницаемости в модели [6] использовалась электрическая аналогия (поток – сила тока, давление – электрический потенциал, перепад давлений – разность потенциалов, или напряжение). Проницаемость определялась через получаемую для подобной укладки проводимость схемы. В процессе опытов с электрической схемой (добавляя или убирая дополнительные соединения и сопротивления) было обнаружено, что лишь сетевая модель может объяснить такие явления как капиллярный гистерезис. Улучшение же подобной модели помогает рассчитать многие другие свойства среды, включая упругие и прочностные.

Дальнейшее улучшение канальной модели проводилось по следующим направлениям:

1. Учет различных значений координационного числа (числа каналов, сходящихся в поре). В 2D-укладках исследовалось число от 3 до 8 [7–11], в 3D-укладках – от 4 до 18 [8, 11–13]. Было установлено, что увеличение координатного числа, при прочих одинаковых данных, увеличивает проницаемость и снижает порог перколяции. Не снят вопрос, какое координационное число все же лучше описывает эксперименты в пористой среде. Анализ сферической упаковки показывает, что лучше брать 6, упаковка из сфер различного диаметра говорит о числе от 4 до 8 [14]. Вообще, изменения координатного числа значительно сильнее влияют на свойства 2D-, а не 3D-упаковки [7, 13].

2. Учет формы каналов и пор: исторически рассматривался канал круглого сечения, но рассматривались и треугольные, и квадратные, и эллиптические, и звездообразные (4-конечная звезда [1]) (рис. 3).

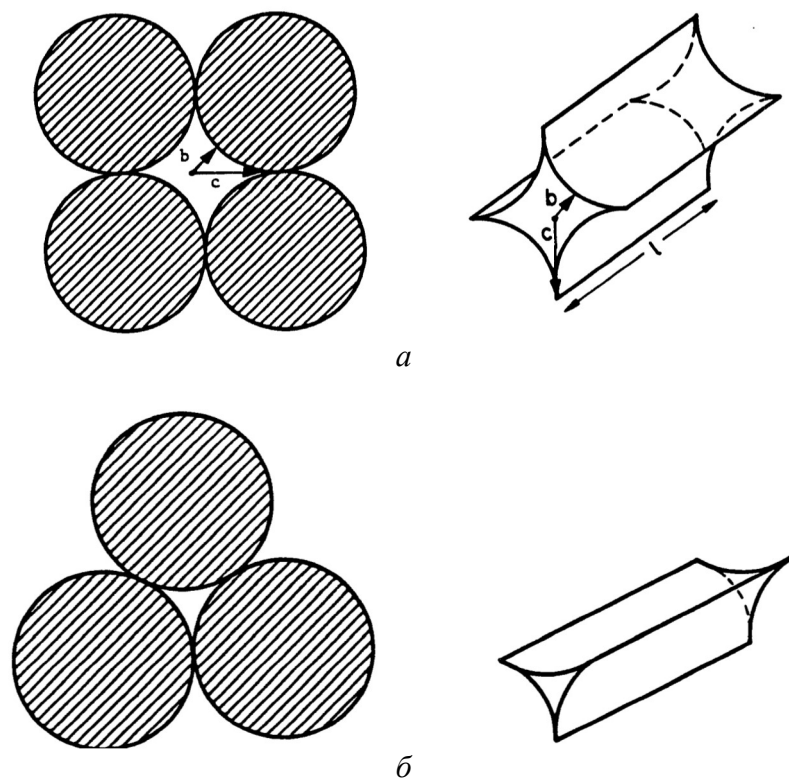


Рис. 3. Обоснования для моделирования поперечного сечения каналов звездообразной формой:

a – обоснование для каналов в виде 4-лучевой звезды;

б – для 3-лучевой звезды, или треугольника

Построение сетевой модели пор. Поровое пространство реальных пород достаточно хаотично, и встает вопрос о его моделировании без прямой симуляции течения в реальном объеме. Для этого и строится сетевая модель. Работа [15] – одна из ключевых работ по алгоритму получения сетевой модели на основе данных сканирования образцов. Она предназначена, прежде всего, для образцов типа песчаников, ибо там поры более близки к круговым. Основа построения сети – метод, основанный на вписанных в поровое пространство сферах.

Основа построения сетевой модели порового пространства – построение его скелета (фактически фарватера). Далее на скелет накладываются по необходимости расширения, с тем, чтобы определить узлы и каналы (рис. 4).

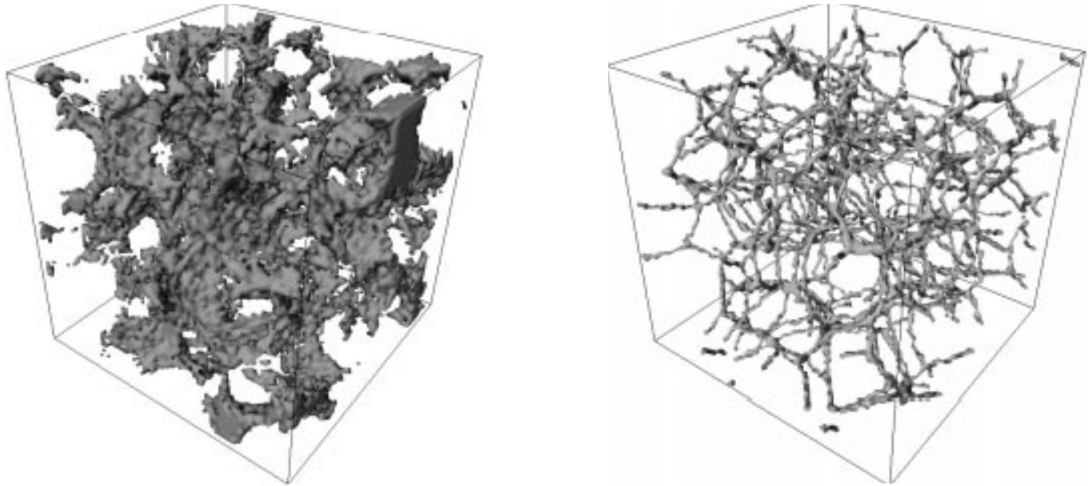


Рис. 4. Поровое пространство (изоповерхность) – слева, и его скелет – справа

В 2D-варианте скелетонизация обычно проводится при помощи алгоритмов утончения монохромного образа, последовательно применяющих эрозию с заданной маской. Это сделать легко, ибо в окрестности пикселя возможно $2^8 = 256$ вариантов размещения пикселей. В 3D-варианте это неэффективно, так как вариантов различного размещения вокселей в окрестности заданного вокселя $2^{26} = 67\,108\,864$. Следовательно, алгоритмы скелетонизации 3D-образа должны быть иными. В работе предлагается вместо истончения порового пространства операциями типа эрозии поступить иначе – утолщать настоящий скелет (образ твердой фазы) операциями расширения, одновременно отслеживая связность обратного множества (т. е. скелета порового пространства).

Далее обрабатываются точки скелета – часть их (разветвления, выходящие наружу концы, локальные утолщения и места резкого разворота) считается узлами, а далее обрабатываются каналы между узлами, устанавливается их характерная толщина. Для гидродинамики эта толщина должна составлять минимум из толщины вдоль канала (на самом деле не минимум, а среднее степенное со степенью (-4), но это близко к минимуму). Для нужд электродинамики – среднее степенное со степенью (-2), и др. Установив толщину канала, в простейшей модели его считают заданного поперечного сечения (круглый, квадратный, треугольный, звездчатый), далее объемы узлов подгоняют так, чтобы обеспечить моделирование необходимой пористости.

В работе [15] не было раскрыто, как именно проводится скелетонизация – в частности, как в 3D случае обеспечивается связность скелета.

В работе [16] показано, как делается выявление сети мелких кровеносных сосудов по данным компьютерной томографии. Этап скелетонизации описывается следующим образом. Обозначим $N_{26}(p)$ множество из 26 элементов, окружающих воксель p (соседей), а множество $S(p)$ множество всех соседних «черных» вокселей (условимся, что «черные» – пора или сосуд). За $S(p^*)$ обозначим множество всех белых вокселей, соседних с p :

$$S(p^*) = N_{26}(p) \setminus (S(p) \cup p).$$

Воксель называется значимым, если при его удалении нарушается целостность объекта так, что выполняется хотя бы одно из условий:

1. В множестве $N_{26}(p)$ имеется не более 1 черного вокселя.
2. Множества $S(p)$ и $S(p^*)$ несвязны.

Скелетонизация проводится следующим образом: последовательно удаляются все незначимые граничные воксели до тех пор, пока такие воксели существуют.

Некоторая терминология по цифровой обработке образов. Для начала несколько определений и операций из области науки, которая называется «цифровая обработка образов» (DIP, digital image processing).

Назовем образом функцию $I(P)$, определенную на множестве регулярно расположенных точек (пикселей или вокселей), функция принимает значения 0 и 1.

Множество $\mathbf{B}_z$, полученное сдвигом $\mathbf{B}$ на вектор $\mathbf{z}$ назовем трансляцией оригинального множества:

$$\mathbf{B}_z = \{\mathbf{c} : \mathbf{c} = \mathbf{b} + \mathbf{z}, \mathbf{b} \in \mathbf{B}\}.$$

Множество $\hat{\mathbf{B}}$ является отражением (рефлексией) $\mathbf{B}$, если

$$\hat{\mathbf{B}} = \{\mathbf{c} : \mathbf{c} = -\mathbf{b}, \mathbf{b} \in \mathbf{B}\}.$$

DIP имеет две базовых операции над множеством образа, которое определено через его функцию как $\mathbf{I} = \{\mathbf{a} : I(\mathbf{a}) = 1\}$. Первая операция называется эрозией (erosion) и определяется следующим образом:

$$\mathbf{A} - \mathbf{B} = \{\mathbf{z} : \mathbf{B}_z \subseteq \mathbf{A}\},$$

причем вспомогательное множество $\mathbf{B}$ называется структурным элементом (сокращенно strel) и служит фактически шаблоном эрозии. Эрозия служит для стирания тонких линий, изолированных точек или иных мелких элементов образа, сохраняя его более грубые элементы. Можно заметить, что эрозия полностью лежит внутри оригинального множества, а разность между множеством и его эрозией можно рассматривать как совокупность «внутренних» граничных точек:

$$G_{in}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = \mathbf{A} \setminus (\mathbf{A} - \mathbf{B}).$$

Вторая базовая операция DIP называется расширением (dilation) и определяется как:

$$\mathbf{A} + \mathbf{B} = \{\mathbf{z} : \hat{\mathbf{B}}_z \cap \mathbf{A} \subseteq \mathbf{A}\}.$$

Расширение с помощью структурного элемента увеличивает объем множества, оно служит для удаления разрывов в линиях и утолщения элементов образа. Оригинальное множество всегда лежит внутри расширения, и тем самым можно определить «внешнюю» границу множества:

$$G_{out}(\mathbf{A}, \mathbf{B}) = (\mathbf{A} + \mathbf{B}) \setminus \mathbf{A}.$$

При предварительной подготовке образов может применяться совокупность операций эрозии и расширения. Эрозия с последующим за ней расширением называется открытием (opening) и служит для уничтожения тонких посторонних элементов на «загрязненном» образе без истончения основных деталей. Расширение с последующей эрозией называется закрытием (closing) и служит для соединения мелких разрывов и залечивания мелких дырок образа (которые также могут быть следствием числового «загрязнения»). Образ, полученный сканированием, перед дальнейшей обработкой, как правило, очищается при помощи совокупности подобных операций.

Два вспомогательных алгоритма, служащих для построения сетевой модели. Построение функции расстояний от вокселя порового пространства до стенки, которая может использоваться, в том числе при определении размера пор, а при ее определенной модификации – еще и формы.

Евклидово расстояние между вокселями n и m определяется следующим образом (все координаты вокселей целочисленные):

$$r_{n,m} = \sqrt{\sum_{j=1}^3 (n_j - m_j)^2}.$$

Обозначим функцию принадлежности вокселя поровому пространству (сам воксель считаем «черным», если функция равна 1):

$$\phi_n \in \{0,1\}.$$

В свободном пространстве для каждого вокселя n можно выделить множества $B_{n,k}$ соседей («шаровой слой»), таких что:

$$m \in B_{k,n} : k \leq r_{n,m} < k+1.$$

Очевидно, можно заранее построить множества B_k , такие что

$$r \in B_k : k \leq \sqrt{\sum_{j=1}^3 r_j^2} \leq k+1,$$

и тогда множество $B_{k,n}$ можно рассчитать как трансляцию множества B_k при помощи координат вокселя n :

$$m \in B_{k,n} : r_j = m_j - n_j \in B_k.$$

Объем такого шарового слоя (число вокселей, принадлежащих ему) для свободного пространства обозначим $|B_k|$. Очевидно $|B_0|=1$, $|B_1|=26$ и т. д. Можно построить таблицу, в которой были бы как эти объемы (количество соседей в заданном диапазоне расстояний), так и смещения всех этих соседей относительно исходного в зависимости от k , – это простая программа. Эта программа реализована в виде утилиты, где сделано построение множеств (списков смещений координат) B_k , $k=0, \dots, k_{\max}$. Кроме построения множеств, в утилиту входит запись их в файл, считывание из файла и отчетные распечатки. Множества эти записаны в файл, и их использование существенно ускоряет построение функций расстояния до стенки, включая расстояние в заданном направлении. Ниже график зависимости $|B_k|$ от k .

Для каждого вокселя n можно построить зависимость (функцию от k):

$$\theta_{n,k} = \sum_{m \in B_{n,k}} \frac{\phi_m}{|B_{n,k}|} \leq 1.$$

Значение g_n , начиная с которого $\theta_{n,k} < 1$, $k \geq g_n$, будем называть целочисленным расстоянием до границы поры. Очевидно, вне порового пространства $g_n = 0$. Эта функция имеет важнейшее значение для картирования порового пространства с целью преобразования его в сеть. Обычно употребляется ее целочисленная версия, но в планах может быть и действительная (например, результат интерполяции $\theta_{n,k}$, или если порогом $\theta_{n,k}$ установить не единицу, а некоторое значение).

Связность множеств в кубе $3 \times 3 \times 3$. Для двумерного варианта обычно перечисляются все возможные связные множества, так как всех возможных вариантов расположения черных пикселей в квадрате 3×3 не более $2^9 = 512$. Но для куба это число вариантов столь велико, что алгоритм поиска множества среди заданных будет уже неприемлемым. Вместо этого следует пользоваться функциональным расчетом связности. Алгоритм, приведенный ниже, использует вспомогательную матрицу связности вокселей $C_{i,j}$, имеющую размер 27×27 .

Позиция вокселя в кубе $3 \times 3 \times 3$, которая задается тремя числами $i, j, k \in \{-1, 0, +1\}$, может быть взаимно однозначно переведена в число $p \in \{0, \dots, 26\}$ так что

$$p = (i+1) + (j+1) \cdot 3 + (k+1) \cdot 9.$$

Тем самым можно задать обратную зависимость $(i, j, k)_p$. Фактически речь идет о конвертации точки множества в цифры трехзначного числа троичной системы и обратно. В матрице связности $C_{p,q}$ ставится единица, если одновременно выполняется

$$|i_p - i_q| \leq 1, |j_p - j_q| \leq 1, |k_p - k_q| \leq 1,$$

в противном случае ставится нуль. Расчет матрицы связности – простая программа. Если матрица связности известна, то алгоритм, определяющий связность множества P , определенного на кубе $3 \times 3 \times 3$, таков:

- Берется исходная точка $p_0 \in P$, строится множество $Q = p_0$. Под точкой понимаем как элемент из множества, принадлежащего кубику, так и его числовой номер, определяющий позицию. Копируем $P_0 = P$. Из P изымается p_0 .

- Начало внешнего цикла.

- Цикл по всем элементам $p \in P$. Инициализируем счетчик $n = 0$.

- По всем элементам $q \in Q$. Если $C_{p,q} = 1$, то p добавляется в Q и изымается из P , а к счетчику n добавляется 1.

- Если P исчерпан, выйти из цикла.

- Если счетчик не равен нулю, идти на начало внешнего цикла, иначе – дальше.

- Если $Q = P_0$, то множество связно, иначе – несвязно.

Использование матрицы связности вместо прямого расчета помогает существенно ускорить алгоритм.

Общая схема построения модели. В [16] приведена схема (для выявления модели кровеносных сосудов) следующего вида:

- исходные данные;
- предобработка;
- скелетонизация;
- построение графа.

Под предобработкой понимается очистка данных от цифрового мусора и приведение их к монохромному виду, так что 0 означает межпоровое (в конкретном случае межсосудовое) пространство, а 1 – пора (сосуд). Скелетонизация – построение фарватера сосудистой системы, граф же служит для того, чтобы скелет из воксельного («растрового») представления перевести в модельное («векторное»).

В случае порового пространства имеет место не только геометрическое, но и физическое (дополнительное) значение данных (в частности, состав стенок, влияющий на капиллярные свойства). Поэтому общая схема нами расширена и выглядит следующим образом (рис. 5).

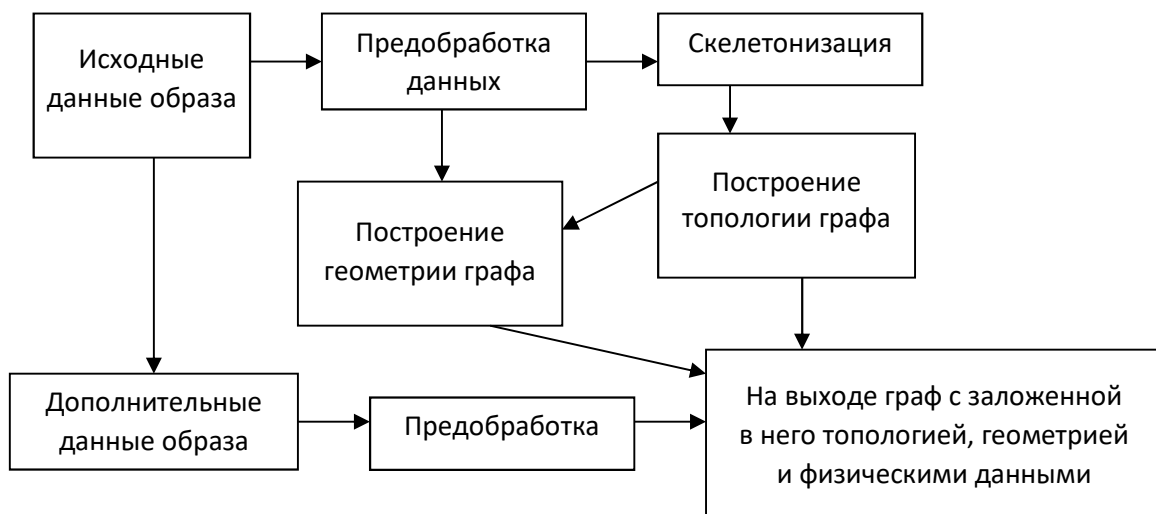


Рис. 5. Блок-схема построения цифровой модели порового пространства

Предобработка данных – это получение чистого монохромного 3D-образа порового пространства в виде массива данных. Для предобработки предполагается провести перевод данных в серое состояние, затем перевод к монохромному путем обнуления данных ниже заданного порога и приписание единицы данным выше этого порога, затем два этапа обработки – сначала открытие, затем закрытие. В качестве структурного элемента брать заполненный единицами кубик $3 \times 3 \times 3$ с нулевой координатой в центре.

Скелетонизацию порового пространства предполагается делать одним из двух возможных вариантов.

Согласно Øren, Bakke [15] организация действий следующая:

- Внешний цикл без условия.

- Операция определения границы как разности между расширением межпорового пространства (dilation) и самим этим множеством (граница внешняя по отношению к межпоровому пространству $\partial_{out}(\mathbf{A}, \mathbf{L})$). Точки границы записываются в отдельный реестр. Структурный элемент $\mathbf{L}$ – кубик $3 \times 3 \times 3$, $\mathbf{L}_p$ – его смещение к точке $\mathbf{p}$. Множество $S(\mathbf{p})$ – точки образа внутри $\mathbf{L}_p$. Множество $S(\mathbf{p}^*)$ – точки не-образа внутри $\mathbf{L}_p \setminus \mathbf{p}$.

- Цикл по всем точкам границы, последовательно:
 - Проверить число соседей, если 1 и меньше – воксель не удалять.
 - Проверить связность множества $S(p) \setminus p$, если несвязно – не удалять.
 - Проверить связность множества $S(p^*)$, если несвязно – не удалять.
 - В противном случае удалить воксель (приписать его к межпоровому пространству).
 - Отметить, удалялся ли хотя бы один воксель.
- Конец цикла по точкам границы.
- Если ни один воксель в предыдущем цикле не был удален, выйти из внешнего цикла.
- Конец внешнего цикла.
- Набор оставшихся вокселей считать скелетом.

Скелетонизация согласно работе [16] алгоритмически почти не отличается, но есть существенная разница: работа не с межпоровым, а с поровым пространством. Поскольку по мере хода внешних итераций поровое пространство истончается, алгоритм занимает все меньше и меньше ресурсов и выполняется быстрее вышеприведенного.

- Внешний цикл без условия.

- Операция определения границы как разности между сужением порового пространства (erosion) и самим этим множеством (граница внутренняя по отношению к поровому пространству $\partial_{in}(\mathbf{A}, \mathbf{L})$). Точки границы записываются в отдельный реестр. Структурный элемент $\mathbf{L}$ – кубик $3 \times 3 \times 3$, $\mathbf{L}_p$ – его смещение к точке $\mathbf{p}$.

- Цикл по всем точкам границы, последовательно:
 - Проверить число соседей, если 1 и меньше – воксель не удалять.
 - Проверить связность множества $S(p) \setminus p$, если несвязно – не удалять.
 - Проверить связность множества $S(p^*)$, если несвязно – не удалять.
 - В противном случае удалить воксель (из порового пространства).
 - Отметить, удалялся ли хотя бы один воксель.
- Конец цикла по точкам границы.
- Если ни один воксель в предыдущем цикле не был удален, выйти из внешнего цикла.
- Конец внешнего цикла.
- Набор оставшихся вокселей считать скелетом.

Второй вариант (истончения) выполняется существенно быстрее, но, цитируя Øren, Bakke [15]: «Thovet et al. [40] удалось построить 3D алгоритм истончения, который хорошо

работал для их моделей. В настоящей работе также были предприняты попытки применить аналогичный алгоритм. Тем не менее, визуализация результатов показала, что для некоторых сложных пересечений порового пространства алгоритм вызывает образование искусственных отверстий в получаемом скелете. При гидравлических расчетах это может привести к катастрофической ошибке вследствие формирования нефизических дополнительных проходов».

Мы будем пробовать оба варианта (алгоритмически они различаются лишь в одном месте) и тестировать оба.

После построения скелета (набора вокселей на фарватере порового пространства) проводится построение графа, состоящего из узлов и каналов между ними. Вначале строятся узлы и определяются связи между ними, в том числе и координатное число (топология графа). Узлы строятся там, где у вокселя скелета более 2 соседей, а также на входах/выходах. Сразу строится и граф, показывающий связь узлов, граф этот – иное, не воксельное, представление скелета (аналогия такая же, как между растровым и векторным шрифтом – именно так из растрового шрифта, например, иероглифического, строят векторный, только при этом используется 2D. Как граф порового пространства, так и граф шрифта может быть несвязным).

Алгоритм построения топологии графа из [16] требует доработки:

Пока остались воксели:

- найти черный воксель b
- добавить вершину к графу
- удалить воксель
- для каждого из черных соседей вокселя b
 - если в графе нет, добавить вершину, провести соединение, удалить воксель
 - если в графе есть, провести соединение.

Под удалением здесь следует понимать пометку к удалению (не разрушение скелета).

Но скелет, построенный подобным образом, также требует очистки – в нем слишком много узлов, столько, сколько вокселей в растровом скелете. Для этого может использоваться технология из работы [17].

Используем то, что каждому вокселю можно сопоставить свое расстояние до стенки (функция описана выше). Тем самым точкам графа скелета порового пространства приписывается функция «радиус», которая создает среди них иерархию подчиненности. Если воксели лежат на расстоянии, меньшем радиуса каждого, то воксель с большим радиусом считаем подчиняющим, с меньшим – подчиненным.

Для каждого текущего вокселя в графе скелета определяется пространство воздействия в размере его радиуса (список соответствующих узлов графа). В этом пространстве определяются подчиненные узлы и узлы его подчиняющие – т. е. к концу этой операции у каждого узла скелета будет два списка таких узлов. Многие узлы будут подчиненными и подчиняющими одновременно.

Вначале определяются узлы, которые находятся в локальных вершинах этой иерархии, то есть имеют лишь подчиненные узлы. В списки подчиненных для узлов верхней иерархии добавляются подчиненные их подчиненных и т. д. (по принципу «раб моего раба тоже мой раб»). Тем самым узлы скелета кластеризуются, и можно построить функцию их «принадлежности» к определенному «мастеру». Создается список таких узлов, подчиняющих все другие. Если подчиняющий узел не пересекается с соседними подчиняющими узлами (сумма их радиусов выше расстояния между ними), тогда во всех направлениях от такого узла каналы сужаются. Такой узел ассоциируется с «порой». Объем этой поры формируется из объема объединения всех подчиненных узлов. В случае пересечения двух супер-мастеров, они образуют единый кластер, т. е. нормальным было бы объединить эти два узла в один.

Теперь рассмотрим подчиненных. Некоторые из них имеют лишь одного мастера, и их объем приписывается ему, но некоторые имеют двух и больше. В алгоритме палок-и-шариков такие узлы ассоциируются с горловинами каналов.

Далее написано, что хотя эта концепция и выглядит естественно, она не устраняет всех двусмысленностей. Тем не менее подобные двусмысленности могут быть устранены уменьшением размера вокселя.

На рис. 6 из [17] показано, как из повернутой в основной системе координат упаковки шаров (А) вытаскивается вокселизированное поровое пространство (Б), и как из последнего получается сборка «супер-мастеров», топологически связанных, на которые подвешивается объем ассоциированного с ними порового пространства.

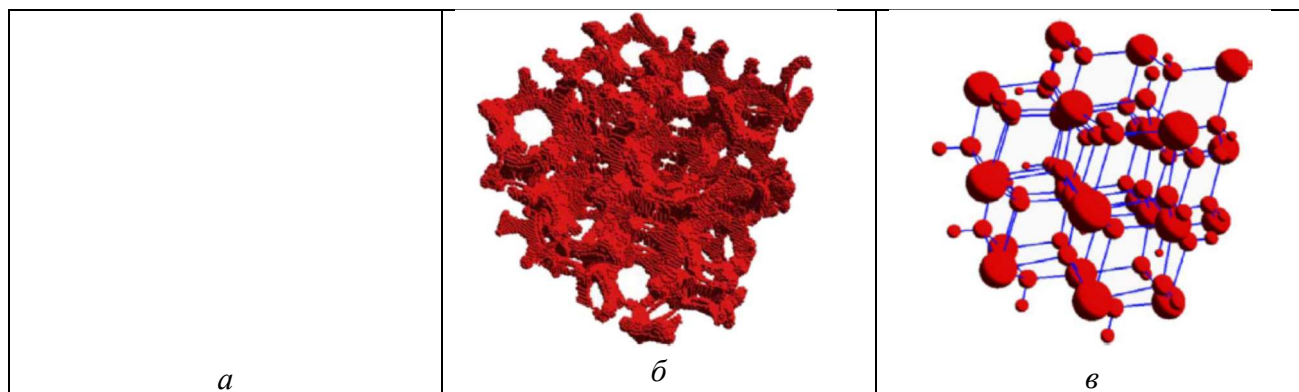


Рис. 6. Этапы построения сетевой модели порового пространства [17]

a – модель в виде упаковки шаров; *б* – поровое пространство упаковки шаров А как множество вокселей; *в* – результат обработки порового пространства Б согласно методике [17].

Не показаны свойства каналов (ширина и прочее), сами каналы обозначены отрезками, а «поры» – шарами, объем которых соответствует суммарному локальному объему порового пространства. Фактически указанная технология позволяет локализовать и отделить максимумы функции g_n и ассоциировать с указанными максимумами некоторый объем, суммарно приближенно равный общему объему пор. Лишь некоторые реальные породы могут быть адекватно описаны подобной моделью, поскольку при расчете расстояния до стенки направление не принималось во внимание. Тем самым, технология эта может быть применена лишь частично – для выявления внутренних узлов. Кроме них, необходимо выделить узлы, лежащие на границе (не убирать их как «подчиненные»). По расположению оставшихся узлов строится топология графа (все оставшиеся узлы и связи между ними) и геометрия центров узлов, остается рассчитать:

- геометрические параметры каналов, площадь сечения и соотношение сторон;
- объемы, ассоциированные с внутренними узлами так, чтобы сумма этих объемов плюс объемы каналов составляли глобально и по возможности локально общий объем пор.

Алгоритм скелетонизации методом максимальных шаров. Еще один вариант скелетонизации со встроенным выделением главных узлов описан в работе [18]. Поскольку в самой работе он применен к двумерным образам, алгоритм для трехмерных может оказаться неоптимальным. Тем не менее его стоит привести, алгоритм этот и называется методом максимальных шаров. В работе ссылаются на работу [19] (С. J. Hilditch, 1969) как на первоисточник алгоритма. Очевидно, что алгоритм не оптимизирован для параллельного исполнения.

- Установить $r = 1$
- Безусловный цикл (без выхода по условию)
 - Скан всех точек образа:
 - Цикл по всем точкам **p** (в применении к нашему случаю, порового пространства)
 - Проверить, можем ли построить вокруг точки шар B_r (радиуса r), так что все точки шара будут находиться в образе

- Если это так, то:
- Пометить $\mathbf{p}$ как точку скелета и установить $q(\mathbf{p}) = r$
- Цикл по всем точкам скелета $\mathbf{s}$ внутри шара $B_r(\mathbf{p})$, кроме самой точки $\mathbf{p}$:
 - Проверить, полностью ли содержится шар, описанный вокруг точки $\mathbf{s}$, внутри $B_r(\mathbf{p})$.
 - Если это так, снять пометку скелета с точки $\mathbf{s}$
- Конец цикла по точкам скелета внутри шара $B_r(\mathbf{p})$
- Конец условия
 - Конец цикла по точкам образа
 - Если за весь цикл не удалось найти ни одной точки образа, вокруг которой можно было построить шар B_r , выйти из внешнего цикла.
 - Увеличить $r = r + 1$
 - Конец внешнего цикла
 - Скелет – множество помеченных точек. Одновременно в них установлен размер максимального вписанного шара.

Заключение. В данной работе предложена методика обработки данных томографического анализа керн с целью построения разветвленной системы каналов и пор, которая в дальнейшем сможет служить основой для быстрых расчетов пористости и проницаемости образцов пород на основании исследования кернов.

Результаты получены в рамках выполнения фундаментальных научных исследований по теме (проекту) «43.31. Разработка симметрично-симплектических вычислительных методов молекулярной динамики» (номер гос. регистрации 0065-2014-0031).

Литература

1. Kozeny J. Royal Academy of Science // Proc Class I. Vol. 136. Vienna, 1927. P. 127.
2. Carmen P. C. Fluid flow through granular beds // Trans Inst Chem. Vol. 15. Eng., London, 1937. P. 150.
3. David P. Y. Network modeling of flow, storage and deformation in porous rocks. A dissertation submitted to the department of geophysics and the committee of graduate studies of Stanford university in the partial requirements for the degree of Doctor of Philosophy. August, 1984.
4. Willie M. R. J., Sprangler M. B. Application of electrical resistivity measurements to problem of fluid flow in porous media // Bull AAPG. 1952. Vol. 36. P. 359.
5. Owen J. E. The resistivity of a fluid-filled porous body // Trans. AIME. 1952. Vol. 195. P. 169.
6. Fatt I. The network model of porous media // Trans. AIME. 1956. Vol. 207. P. 144.
7. Seeburger D. A pore space model for rock permeability and bulk modulus // J Geophys Res. 1984. Vol. 89. P. 527.
8. Kirkpatrick S. Percolation and conduction // Rev Mod Phys. 1973. Vol. 45. P. 574.
9. Rink M., Shopper J. R. Computations of network models of porous media // Geophys Prosp. 1968. Vol. 16. P. 277.
10. Koplik J. Note on permeability of random networks. Schlumberger : Doll preprint, 1982.
11. Greenberg R. J., Brace W. F. Archie's law for rocks modeled by simple networks // J Geophys Res. 1969. Vol. 74. P. 2099.
12. Rose W. Studies of waterflood performance III. Use of network models. III // State Geol Surv Circ. 1957. Vol. 237. P. 1.
13. Nicholson D., Petropoulos J. H. Capillary models for porous media: III. Two-phase flow in a three-dimensional network with Gaussian radius distribution // J Phys. D: Appl. Phys. 1971. Vol. 4. P. 181.

14. Yuan H. H. The influence of pore coordination on petrophysical properties // SPE paper. 1981. P. 10074.
15. Bakke S., Øren P. E. 3D-pore modelling of sandstones and flow simulations in the pore networks // SPE Journal. 1997. Vol. 2.
16. Кукаева С. А. Сегментация кровеносных сосудов по данным компьютерной томограммы : материалы XI Всерос. конф. Н. Новгород : Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2011. С. 186–189.
17. Silin D., Patzek T. Pore space morphology analysis using maximal inscribed spheres // Physica. 2006. A 371. P. 336–360. doi:10.1016/j.physa.2006.04.048.
18. Thomas A. O., Lokeswarappa K. G. Maximum ball skeleton object recovery. CSE-573 : CVIP Project, Dept. of CSE. Fall : State university of New York at Buffalo, 2005.
19. Hilditch C. J. Linear skeletons from square cupboards // Meltzer B., Michie D. eds. Machine Intelligence 4. Edinburgh : Edinburgh University Press, 1969. P. 403–420.