

УДК 622.276:519.87

СУПЕРЭЛЕМЕНТНАЯ МОДЕЛЬ ТРЕХФАЗНОЙ ФИЛЬТРАЦИИ НЕФТИ, ГАЗА И ВОДЫ С УЧЕТОМ РАБОТЫ ДОБЫВАЮЩИХ СКВАЖИН ПРИ ЗАБОЙНОМ (И ПЛАСТОВОМ) ДАВЛЕНИИ НИЖЕ ДАВЛЕНИЯ НАСЫЩЕНИЯ НЕФТИ ГАЗОМ

И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, А. В. Королев, О. В. Ломакина, П. В. Ялов
Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, ivan@afanaskin.ru

Рассматриваются вопросы математического моделирования трехфазной фильтрации несмешивающихся флюидов – нефти, газа и воды. Системе дифференциальных уравнений сохранения ставится в соответствие полностью явная численная схема на суперэлементной расчетной сетке. Предлагается методика учета работы добывающих скважин при забойном (и пластовом) давлении ниже давления насыщения в рамках суперэлементной модели (при больших размерах ячеек и существенном изменении давления внутри ячейки). Получены удовлетворительные результаты при сопоставительном тестировании с коммерческим программным продуктом.

Ключевые слова: фильтрационная модель, трехфазная фильтрация, суперэлементная модель, модель Маскета – Мереса.

SUPER-ELEMENT MODEL OF THREE-PHASE FILTRATION OF OIL, GAS AND WATER TAKING INTO ACCOUNT PERFORMANCE OF PRODUCING WELLS AT BOTTOMHOLE (AND RESERVOIR) PRESSURE BELOW BUBBLE POINT PRESSURE

I. V. Afanaskin, S. G. Volpin, A. V. Korolev, O. V. Lomakina, P. V. Yalov
System Research Institute, Russian Academy of Sciences, ivan@afanaskin.ru

Problems of mathematical modeling of three-phase flow of immiscible fluids: oil, gas and water, are considered. The system of differential conservation equations is associated with a completely explicit numerical scheme on a super-element grid. A technique is proposed for producing wells working at bottomhole (and reservoir) pressure below the bubble point pressure in the super-element model (for large cell sizes and a significant pressure change inside the cell). Satisfactory results were obtained in comparative testing using commercial software.

Keywords: filtration model, three-phase filtration, super-element model, Muskat – Meres model.

Введение

При управлении разработкой нефтяных месторождений возникает необходимость проведения большого количества расчетов показателей разработки для разных вариантов геологического строения пласта и при различных управляющих воздействиях. При этом для ускорения расчетов часто используются упрощенные математические модели. Хорошим вариантом являются суперэлементные модели, обладающие большой реалистичностью при воспроизведении физических процессов на малом количестве ячеек, что приводит к небольшим затратам расчетного времени. Существующие суперэлементные модели описывают двухфазную фильтрацию нефти и воды. Однако, поскольку многие добывающие скважины эксплуатируются при забойных давлениях существенно ниже давления насыщения, а на некоторых месторождениях текущее пластовое давление ниже давления насыщения либо ве-

дется закачка газа, актуальным является создание трехфазных суперэлементных моделей. В работе описана попытка создания такой модели.

Математическая модель трехфазной фильтрации нефти, газа и воды

Система уравнений, описывающая трехфазную фильтрацию несмешивающихся флюидов (нефти, газа и воды) состоит из трех уравнений сохранения количества основных компонентов (объемов нефти, газа и воды в стандартных условиях) и обобщенного закона Дарси (такая система называется системой уравнений Маскета – Мереса), капиллярными и гравитационными силами, а также растворимостью газа в воде пренебрегается [1, 4, 5, 8]:
 уравнения сохранения объемов нефти, газа и воды:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mS_o}{B_o} \right) + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) = -\bar{q}_o, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mS_w}{B_w} \right) + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) = -\bar{q}_w, \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right) + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_g}{B_g} + \frac{\vec{W}_o R_s}{B_o} \right) = -\bar{q}_{fg} - \bar{q}_o R_s, \quad (3)$$

обобщенный закон Дарси:

$$\vec{W}_\alpha = -\frac{kk_{r\alpha}}{\mu_\alpha} \operatorname{grad}(P), \quad \alpha = o, w, g, \quad (4)$$

где m – пористость; S_o , S_g и S_w ; B_o , B_g и B_w ; \vec{W}_o , \vec{W}_g и \vec{W}_w ; \bar{q}_o , \bar{q}_{fg} и \bar{q}_w ; k_{ro} , k_{rg} и k_{rw} ; μ_o , μ_g , и μ_w – насыщенность, объемный коэффициент; вектор скорости фильтрации; плотность источника (стока), моделирующего работу скважины (нижний индекс «fg» означает свободный газ); относительная фазовая проницаемость; вязкость нефти, газа и воды соответственно; R_s – растворимость газа в нефти; k – абсолютная проницаемость; P – пластовое давление.

Систему уравнений (1)–(4) необходимо дополнить замыкающими соотношениями:

$$S_o + S_g + S_w = 1, \quad (5)$$

$$m = m_0 [1 + C_r (P - P_0)], \quad (6)$$

$$B_\alpha = B_\alpha(P), \quad \mu_\alpha = \mu_\alpha(P), \quad \alpha = o, w, g, \quad (7)$$

$$R_s = R_s(P), \quad (8)$$

$$k_{ro} = k_{ro}(S_g, S_w), \quad k_{rg} = k_{rg}(S_g), \quad k_{rw} = k_{rw}(S_w), \quad (9)$$

где m_0 – пористость при начальном пластовом давлении;

C_r – сжимаемость пласта;

P_0 – начальное пластовое давление.

Применяя подход, описанный в [4] для конечно-разностной формы системы (1–3), к дифференциальной форме той же системы, можно получить следующую систему уравнений:

$$C_{op} \frac{\partial P}{\partial t} + C_{os} \frac{\partial S_o}{\partial t} = -\bar{q}_o - \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_o}{B_o} \right), \quad (10)$$

$$C_{wp} \frac{\partial P}{\partial t} + C_{ws} \frac{\partial S_w}{\partial t} = -\bar{q}_w - \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_w}{B_w} \right), \quad (11)$$

$$C_{gp} \frac{\partial P}{\partial t} + C_{gs} \frac{\partial S_g}{\partial t} + C_{dgp} \frac{\partial P}{\partial t} + C_{dgs} \frac{\partial S_o}{\partial t} = -\bar{q}_{fg} - \bar{q}_o R_s - \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_g}{B_g} + \frac{\vec{W}_o R_s}{B_o} \right), \quad (12)$$

где

$$C_{\alpha p} = \left(\frac{1}{B_\alpha} \frac{dm}{dP} - \frac{m}{B_\alpha^2} \frac{dB_\alpha}{dP} \right) S_\alpha, \quad \alpha = o, w, g, \quad (13)$$

$$C_{\alpha s} = \frac{m}{B_\alpha}, \quad \alpha = o, w, g, \quad (14)$$

$$C_{dgp} = \left[\left(\frac{1}{B_o} \frac{dm}{dP} - \frac{m}{B_o^2} \frac{dB_o}{dP} \right) R_s + \frac{m}{B_o} \frac{dR_s}{dP} \right] S_o = C_{op} R_s + \frac{m S_o}{B_o} \frac{dR_s}{dP}, \quad (15)$$

$$C_{dgs} = \frac{m R_s}{B_o}. \quad (16)$$

Умножим (11) на A , а (12) на B и просуммируем (10)–(12). Зададим A и B так, чтобы все производные по времени от насыщенности сократились. Тогда необходимо выполнение равенства:

$$C_{os} \frac{\partial S_o}{\partial t} + A C_{ws} \frac{\partial S_w}{\partial t} + B C_{gs} \frac{\partial S_g}{\partial t} + B C_{dgs} \frac{\partial S_o}{\partial t} = 0. \quad (17)$$

Продифференцировав условие (5) по времени, получим:

$$\frac{\partial S_o}{\partial t} + \frac{\partial S_g}{\partial t} + \frac{\partial S_w}{\partial t} = 0. \quad (18)$$

Анализируя (17) и (18), получаем условие:

$$C_{os} + B C_{dgs} = A C_{ws} = B C_{gs}. \quad (19)$$

Найдем A и B из (19):

$$B = \frac{C_{os}}{C_{gs} - C_{dgs}}, \quad A = B \frac{C_{gs}}{C_{ws}}. \quad (20)$$

Тогда сумма уравнений (10)–(12) принимает вид:

$$\begin{aligned} & (C_{op} + A C_{wp} + B C_{gp} + B C_{dgp}) \frac{\partial P}{\partial t} + A \bar{q}_w + B \bar{q}_{fg} + B \bar{q}_o R_s + A \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) + \\ & + B \cdot \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_g}{B_g} + \frac{\vec{W}_o R_s}{B_o} \right) = -\bar{q}_o - \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) \end{aligned} \quad (21)$$

Обозначим:

$$C_{ABC} = C_{op} + A C_{wp} + B C_{gp} + B C_{dgp}, \quad C_1 = \frac{A}{C_{ABC}}, \quad C_2 = \frac{B}{C_{ABC}}, \quad C_3 = \frac{1}{C_{ABC}}. \quad (22)$$

Тогда уравнение для давления (21) можно переписать как:

$$\frac{\partial P}{\partial t} + C_1 \left[\bar{q}_w + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_w}{B_w} \right) \right] + C_2 \left[\bar{q}_{fg} + \bar{q}_o R_s + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_g}{B_g} + \frac{\vec{W}_o R_s}{B_o} \right) \right] = -C_3 \left[\bar{q}_o + \operatorname{div} \left(\frac{\vec{W}_o}{B_o} \right) \right]. \quad (23)$$

Численная схема

Рассмотрим расчетную сетку, составленную из так называемых суперэлементов [6, 7] – ячеек с размерами в плане сопоставимыми с расстоянием между скважинами (300–500 м). Тогда количество ячеек в модели будет примерно равно количеству скважин. Как правило, скважины выступают в роли центров ячеек. В неразбуренной части объекта для построения сетки могут быть введены фиктивные скважины. Использование такой сетки позволяет сократить вычислительные затраты в тысячи раз [6].

Задача построения сетки суперэлементов в плане (2D сетки) сводится к задаче построения областей Вороного:

1. Нанесение на карту скважин и границ залежи.
2. Построение выпуклой оболочки по N скважинам путем соединения внешних скважин залежи прямыми линиями.
3. Построение триангуляции Делоне на множестве скважин залежи (участка).
4. Построение областей Вороного для скважин, включенных в триангуляцию.

Для получения суперэлементной 3D сетки сетку, построенную в плане, копируют для разных слоев, изменяя при этом глубину залегания кровли ячеек и их толщину.

Большой размер ячеек позволяет использовать полностью явную схему. Рассмотрим такую схему для уравнения (23) на сетке суперэлементов в плане (2D – плоская модель):

$$\begin{aligned} \frac{F_i h_i}{\Delta t^{n+1}} (P_i^{n+1} - P_i^n) + (C_1)_i^{n+1} \left[(q_w)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right] + (C_2)_i^{n+1} \left[(q_{fg})_i^n + (q_o)_i^n (R_s)_i^n + \right. \\ \left. + \sum_{j=1}^{N_i} (q_g)_{ij}^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n (R_s)_{ij}^n \right] = -(C_3)_i^{n+1} \left[(q_o)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n \right], \end{aligned} \quad (24)$$

где n – номер шага по времени; i – номер ячейки; Δt^{n+1} – шаг по времени (переменный, зависит от максимально допустимого изменения давления и насыщенности, определяется в соответствии с рекомендациями работы [1]); F_i и h_i – площадь и толщина ячейки i ; $(q_\alpha)_i^n$ – дебит фазы $\alpha = o, g, w$ скважины в ячейке i на шаге по времени n ; $(q_\alpha)_{ij}^n$ – переток фазы $\alpha = o, g, w$ между ячейками i и j на шаге по времени n (определяется аналогично работам [2, 3]); $(R_s)_{ij}^n$ – растворимость газа в нефти, перетекаемой между ячейками i и j на шаге по времени n (определяется вверх по потоку); N_i – количество соседних ячеек для ячейки i .

Линеаризуем множители $(C_1)_i^{n+1}$, $(C_2)_i^{n+1}$ и $(C_3)_i^{n+1}$ следующим образом:

$$x_i^{n+1} = x_i^n + \left(\frac{\partial x}{\partial P} \right)_i^n (P_i^{n+1} - P_i^n), \quad (25)$$

где x – это C_1 , C_2 и C_3 .

Обозначим:

$$(C'_{1p})_i^n = \left(\frac{\partial C_1}{\partial P} \right)_i^n, \quad (C'_{2p})_i^n = \left(\frac{\partial C_2}{\partial P} \right)_i^n, \quad (C'_{3p})_i^n = \left(\frac{\partial C_3}{\partial P} \right)_i^n, \quad (26)$$

$$\begin{aligned} (q_1)_i^n &= \left[(q_w)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^n \right], \quad (q_2)_i^n = \left[(q_{fg})_i^n + (q_o)_i^n (R_s)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_g)_{ij}^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n (R_s)_{ij}^n \right], \\ (q_3)_i^n &= \left[(q_o)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^n \right]. \end{aligned} \quad (27)$$

Тогда с учетом (25)–(27) поделив уравнение (24) на $F_i h_i / \Delta t^{n+1}$ и вынося множитель $P_i^{n+1} - P_i^n$, это уравнение можно переписать следующим образом:

$$\begin{aligned} (P_i^{n+1} - P_i^n) \left\{ 1 + \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(C'_{1p})_i^n (q_1)_i^n + (C'_{2p})_i^n (q_2)_i^n + (C'_{3p})_i^n (q_3)_i^n \right] \right\} = \\ = - \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(C_1)_i^n (q_1)_i^n + (C_2)_i^n (q_2)_i^n + (C_3)_i^n (q_3)_i^n \right]. \end{aligned} \quad (28)$$

В результате получаем следующее численное уравнение для давления:

$$P_i^{n+1} = P_i^n - \frac{\frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(C_1)_i^n (q_1)_i^n + (C_2)_i^n (q_2)_i^n + (C_3)_i^n (q_3)_i^n \right]}{1 + \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(C'_{1p})_i^n (q_1)_i^n + (C'_{2p})_i^n (q_2)_i^n + (C'_{3p})_i^n (q_3)_i^n \right]}. \quad (29)$$

Запишем численный аналог уравнений (1) и (3):

$$\frac{F_i h_i}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(\frac{mS_o}{B_o} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{mS_o}{B_o} \right)_i^n \right] + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^{n+1} = -(q_o)_i^{n+1}, \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \frac{F_i h_i}{\Delta t^{n+1}} \left[\left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right)_i^{n+1} - \left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right)_i^n \right] + \sum_{j=1}^{N_i} (q_g)_{ij}^{n+1} + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^{n+1} (R_s)_{ij}^n = \\ = -(q_{fg})_i^{n+1} - (q_o)_i^{n+1} (R_s)_i^n, \end{aligned} \quad (31)$$

где слагаемые вида $(q_\alpha)_i^{n+1}$ и $(q_\alpha)_{ij}^{n+1}$ зависят от давления на слое $n + 1$ и соответствующей насыщенности на слое n .

Выразим из численных аналогов уравнений сохранения объемов нефти и газа в стандартных условиях (30) и (31) величины $(V_{oSC})_i^{n+1}$ и $(V_{gSC})_i^{n+1}$ – удельные объемы нефти и газа на новом шаге по времени:

$$(V_{oSC})_i^{n+1} = \left(\frac{mS_o}{B_o} \right)_i^{n+1} = \left(\frac{mS_o}{B_o} \right)_i^n - \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(q_o)_i^{n+1} + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^{n+1} \right], \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (V_{gSC})_i^{n+1} &= \left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right)_i^{n+1} = \\ &= \left(\frac{mS_g}{B_g} + \frac{mS_o R_s}{B_o} \right)_i^n - \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(q_{fg})_i^{n+1} + (q_o)_i^{n+1} (R_s)_i^n + \sum_{j=1}^{N_i} (q_g)_{ij}^{n+1} + \sum_{j=1}^{N_i} (q_o)_{ij}^{n+1} (R_s)_{ij}^n \right]. \end{aligned} \quad (33)$$

Запишем разностный аналог дифференциального уравнения для водонасыщенности (11):

$$(C_{wp})_i^{n+1}(P_i^{n+1} - P_i^n) + (C_{ws})_i^{n+1}[(S_w)_i^{n+1} - (S_w)_i^n] = -\frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i} \left[(q_w)_i^{n+1} + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^{n+1} \right]. \quad (34)$$

Выразим из (34) водонасыщенность на новом шаге по времени:

$$(S_w)_i^{n+1} = (S_w)_i^n - \frac{\Delta t^{n+1}}{F_i h_i (C_{ws})_i^{n+1}} \left[(q_w)_i^{n+1} + \sum_{j=1}^{N_i} (q_w)_{ij}^{n+1} \right] - \frac{(C_{wp})_i^{n+1}}{(C_{ws})_i^{n+1}} (P_i^{n+1} - P_i^n). \quad (35)$$

Вспомним, что одним из замыкающих соотношений является зависимость (8) растворимости газа в нефти от давления $R_s = R_s(P)$, полученная по результатам лабораторных PVT-исследований пластовой нефти. Следует отметить, что $R_s(P)$ – это максимальное содержание газа, растворимого в нефти при данном давлении. Возможны два случая:

1. Нефть недонасыщена газом. Фактическое содержание газа в нефти при данном давлении меньше максимально возможного $R_s(P)$. Тогда свободного газа в пласте нет.

2. Нефть перенасыщена газом. Фактическое количество газа в пласте (относительно количества нефти) больше, чем может раствориться в нефти при данном давлении $R_s(P)$. Тогда в пласте присутствует газовая фаза.

Рассмотрим способ вычисления насыщенностей нефтью и газом с учетом этих двух возможных ситуаций.

Если выполняется условие:

$$\frac{(V_{gSC})_i^{n+1}}{(V_{oSC})_i^{n+1}} \leq R_s(P_i^{n+1}), \quad (36)$$

то нефть недонасыщена газом и свободный газ в пласте отсутствует. Тогда:

$$(S_o)_i^{n+1} = 1 - (S_w)_i^{n+1}, \quad (S_g)_i^{n+1} = 0 \quad \text{и} \quad (R_s)_i^{n+1} = \frac{(V_{gSC})_i^{n+1}}{(V_{oSC})_i^{n+1}}, \quad (37)$$

где $(R_s)_i^{n+1}$ – фактическое количество газа, растворенного в нефти на шаге по времени $n+1$ в блоке сетки i .

Если выполняется условие:

$$\frac{(V_{gSC})_i^{n+1}}{(V_{oSC})_i^{n+1}} > R_s(P_i^{n+1}), \quad (38)$$

то нефть перенасыщена газом и в пласте присутствует газовая фаза. Тогда:

$$(S_g)_i^{n+1} = \frac{(B_g)_i^{n+1}}{m_i^{n+1}} \left[(V_{gSC})_i^{n+1} - (V_{oSC})_i^{n+1} R_s(P_i^{n+1}) \right], \quad (S_o)_i^{n+1} = 1 - (S_w)_i^{n+1} - (S_g)_i^{n+1} \quad \text{и} \\ (R_s)_i^{n+1} = R_s(P_i^{n+1}) = (R_s)_{\max}, \quad (39)$$

где

$$(B_g)_i^{n+1} = B_g(P_i^{n+1}) \quad \text{и} \quad m_i^{n+1} = m_i(P_i^{n+1}) = (m_o)_i \left[1 + C_r(P_i^{n+1} - P_o) \right].$$

Таким образом, мы определили на новом временном шаге давление, количество фаз и насыщенность пласта фазами. Предложенная 2D расчетная схема легко обобщается на случай 3D. Описанная модель реализована в программе OPC-2.

Моделирование работы скважин

Выведем формулу для дебита скважины $(q_\alpha)_i^n$ с учетом больших размеров ячеек и (как следствие) большого изменения давления в пределах ячейки от $(P_w)_i^n$ – давления на стенке скважины, до P_i^n – среднего давления в ячейке, интерпретируемого как давление на расстоянии $(R_c)_i$ от скважины, находящейся в центре ячейки. При выводе будем опускать индексы «i» и «n». Запишем закон Дарси для плоскорадиального потока:

$$q_\alpha = \frac{kk_{r\alpha}}{\mu_\alpha B_\alpha} \cdot \frac{dP}{dr} \cdot 2\pi rh. \quad (40)$$

Разделим переменные в (40) и проинтегрируем от радиуса скважины r_w до радиуса контура питания R_c и от давления на стенке скважины P_w до давления на контуре питания P :

$$q_\alpha \int_{r_w}^{R_c} \frac{dr}{r} = 2\pi k k_{r\alpha} h \int_{P_w}^P \frac{dP}{\mu_\alpha B_\alpha}. \quad (41)$$

После интегрирования с учетом индексов «i» и «n», а также с учетом возможного наличия скин-эффекта получим:

$$(q_\alpha)_i^n = \frac{2\pi k_i (k_{r\alpha})_i^n h_i}{\ln \left[\frac{(R_c)_i}{(r_w)_i} \right] + Skin_i^n} \int_{(P_w)_i^n}^{P_i^n} \frac{dP}{\mu_\alpha B_\alpha}, \quad (42)$$

где $Skin_i^n$ – скин-фактор скважины и

$$(R_c)_i = 0,14\sqrt{2F_i}. \quad (43)$$

Чтобы взять интеграл в (42) будем пользоваться методом парабол (методом Симпсона):

$$\int_{(P_w)_i^n}^{P_i^n} \frac{dP}{\mu_\alpha B_\alpha} \approx \frac{P_i^n - (P_w)_i^n}{6} \left\{ f \left[(P_w)_i^n \right] + 4f \left[\frac{P_i^n + (P_w)_i^n}{2} \right] + f \left(P_i^n \right) \right\}, \quad (44)$$

где

$$f(P) = \frac{1}{\mu_\alpha(P) \cdot B_\alpha(P)}. \quad (45)$$

Определение относительных фазовых проницаемостей

В рассмотренной модели вода появится в продукции добывающей скважины сразу же после превышения текущей водонасыщенности ячейки значения насыщенности связанной водой. Аналогично для газа. Это конечно неверно. Закачиваемой воде необходимо время для того, чтобы пройти расстояние от нагнетательной скважины до добывающей. Для передачи

этого эффекта используется ступенчатое задание функций относительной фазовой проницаемости (ОФП).

ОФП в системе нефть-вода:

$$(k_{rw})_i^n = \begin{cases} 0, (S_w)_i^n < (S_{wc})_i \\ A_i \left[\frac{(S_w)_i^n - (S_{wcr})_i}{1 - (S_{wcr})_i} \right]^{\alpha_i}, (S_w)_i^n \geq (S_{wc})_i \end{cases}, \quad (46)$$

$$(k_{row})_i^n = \begin{cases} B_i, (S_w)_i^n < (S_{wc})_i \\ B_i \left[\frac{1 - (S_{owcr})_i - (S_w)_i^n}{1 - (S_{owcr})_i - (S_{wcr})_i} \right]^{\beta_i}, (S_w)_i^n \geq (S_{wc})_i \end{cases}, \quad (47)$$

где $(S_{wc})_i$ – водонасыщенность на фронте вытеснения нефти водой;

$(S_{wcr})_i$ – насыщенность связанной водой;

$(S_{owcr})_i$ – насыщенность остаточной нефтью при вытеснении водой; коэффициенты A_i , B_i , α_i , β_i – определяются по результатам интерпретации исследований керна и могут зависеть от пористости или проницаемости.

Аналогично ОФП в системе нефть-газ:

$$(k_{rg})_i^n = \begin{cases} 0, (S_g)_i^n < (S_{gc})_i \\ C_i \left[\frac{(S_g)_i^n - (S_{gcr})_i}{1 - (S_{gcr})_i} \right]^{\gamma_i}, (S_g)_i^n \geq (S_{gc})_i \end{cases}, \quad (48)$$

$$(k_{rog})_i^n = \begin{cases} D_i, (S_g)_i^n < (S_{gc})_i \\ D_i \left[\frac{1 - (S_{ogcr})_i - (S_g)_i^n}{1 - (S_{ogcr})_i - (S_{gcr})_i} \right]^{\delta_i}, (S_g)_i^n \geq (S_{gc})_i \end{cases}, \quad (49)$$

где $(S_{gc})_i$ – газонасыщенность на фронте вытеснения нефти газом;

$(S_{gcr})_i$ – насыщенность связанным газом;

$(S_{ogcr})_i$ – насыщенность остаточной нефтью при вытеснении газом;

коэффициенты C_i , D_i , γ_i , δ_i – определяются по результатам интерпретации исследований керна и могут зависеть от пористости или проницаемости.

ОФП нефти при трехфазной фильтрации определяется по второму методу Стоуна [1, 4, 5, 8]:

$$(k_{ro})_i^n = (k_{rocw})_i \left\{ \left[\frac{(k_{row})_i^n}{(k_{rocw})_i} + (k_{rw})_i^n \right] \left[\frac{(k_{rog})_i^n}{(k_{rocw})_i} + (k_{rg})_i^n \right] - (k_{rw})_i^n - (k_{rg})_i^n \right\}, \quad (50)$$

где $(k_{rocw})_i = [k_{row}(S_{wcr})_i] = [k_{rog}(S_g = 0)]_i$ – ОФП по нефти при насыщенности связанной водой в отсутствии газа.

Проверка математической модели

Рассмотрим результаты расчетов по описанной методике на примере 9-точечного элемента разработки реального месторождения Западной Сибири. Будем сравнивать расчеты с помощью симулятора Rubis Kappa Engineering (рис. 1), с расчетами на предлагаемой суперэлементной модели (ОРС-2) (рис. 2). Как видно из рис. 2 – для идеальной (без смещения скважин относительно шаблона) 9-точечной системы разработки сетка суперэлементов является прямоугольной сеткой.

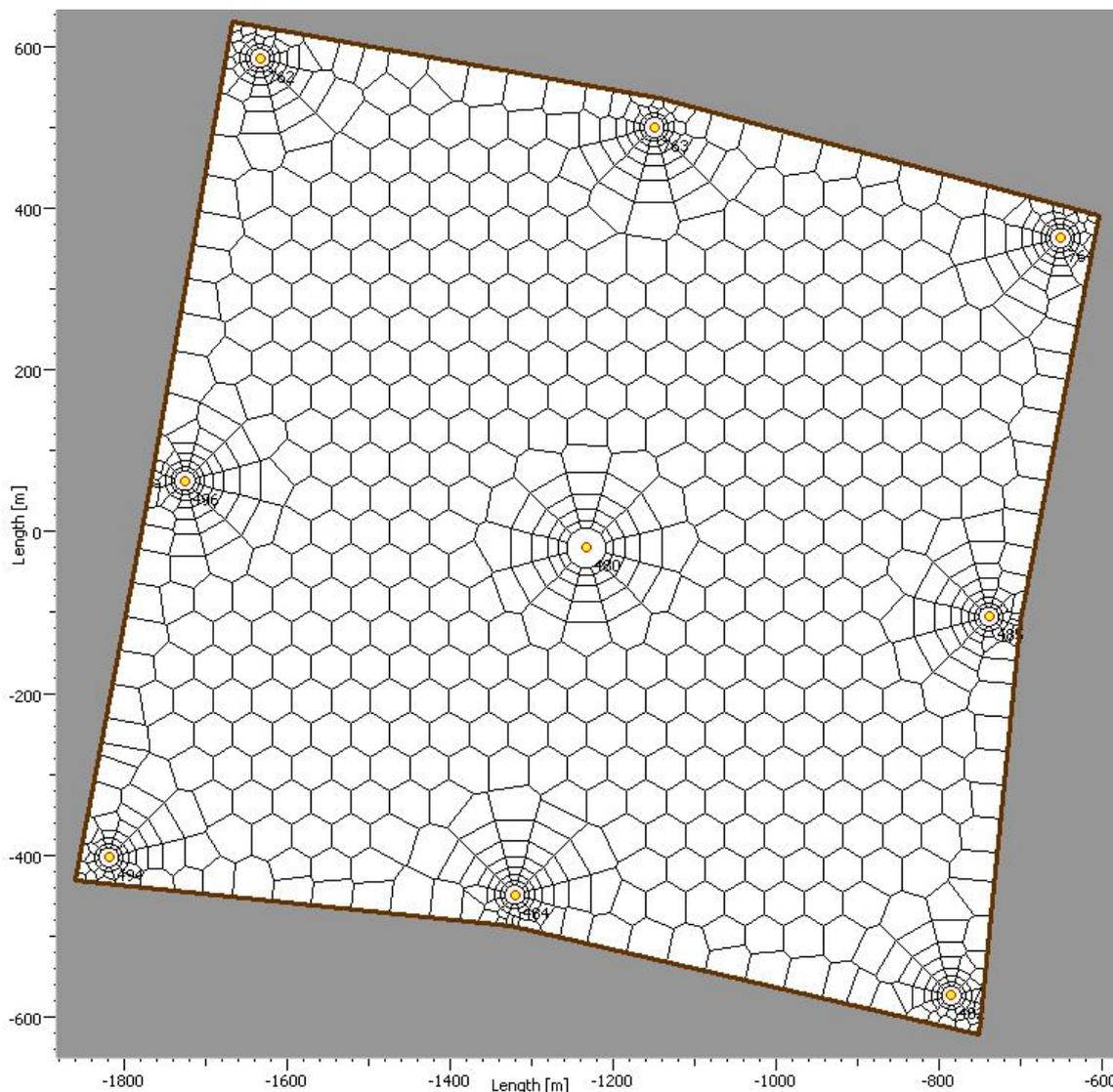


Рис. 1. Расчетная сетка модели в симуляторе Rubis Kappa Engineering

Приняты следующие параметры пласта, флюидов и скважин:

1. Фильтрационно-емкостные свойства: проницаемость – от 7 до 250 мД, средняя 35 мД; пористость – от 0,15 до 0,23 д. ед., средняя 0,17 д. ед.; эффективная толщина – от 4 до 14 м, средняя 8 м.
2. Свойства воды: объемный коэффициент – 1,02 м³/м³; вязкость – 0,36 мПа·с; плотность – 1 056 кг/м³.
3. Свойства нефти: объемный коэффициент – 1,16 м³/м³; вязкость – 0,62 мПа·с; плотность – 847 кг/м³; растворимость газа в нефти – 65 м³/м³; давление насыщения – 98 бар.
4. Начальное давление – 255 бар. Начальная насыщенность водой – 0,335 д. ед.; газом – 0,0 д. ед.

5. Количество скважин – 9 (1 нагнетательная и 8 добывающих). Расстояние между рядами скважин 500 м. Центральная нагнетательная скважина закачивает смесь сухого газа и воды. Пластовое давление в процессе разработки ниже давления смесимости, т. е. смесимости закачиваемого газа и нефти нет. Добывающие скважины управляются дебитом жидкости и эксплуатируются при забойном давлении ниже давления насыщения. Нагнетательные скважины управляются приемистостью. Дебиты и закачка соответствуют фактическим данным. Компенсация отбора закачкой 100 %. Водогазовое отношение 0,005 м³/м³.

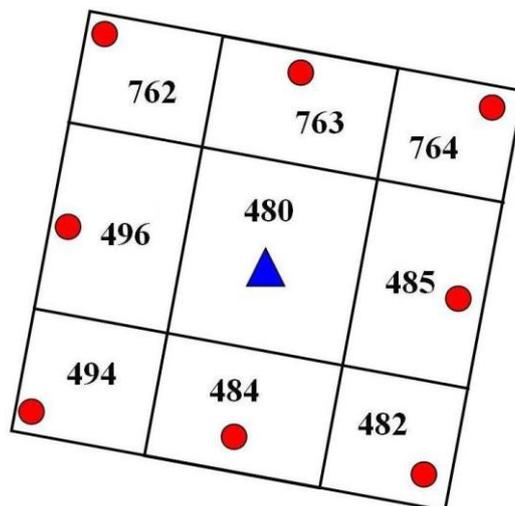


Рис. 2. Суперэлементная расчетная сетка (OPC-2)

На рис. 3 приведены результаты расчетов основных показателей разработки. Общее время разработки – 14 лет. Первые 7 лет для суперэлементной модели являлись «историей», полученной с помощью Rubis. Последующие 7 лет – прогноз. Видно удовлетворительное для инженерных расчетов совпадение «эталонных» кривых, полученных с помощью Rubis, и кривых, рассчитанных с помощью суперэлементной модели OPC-2.

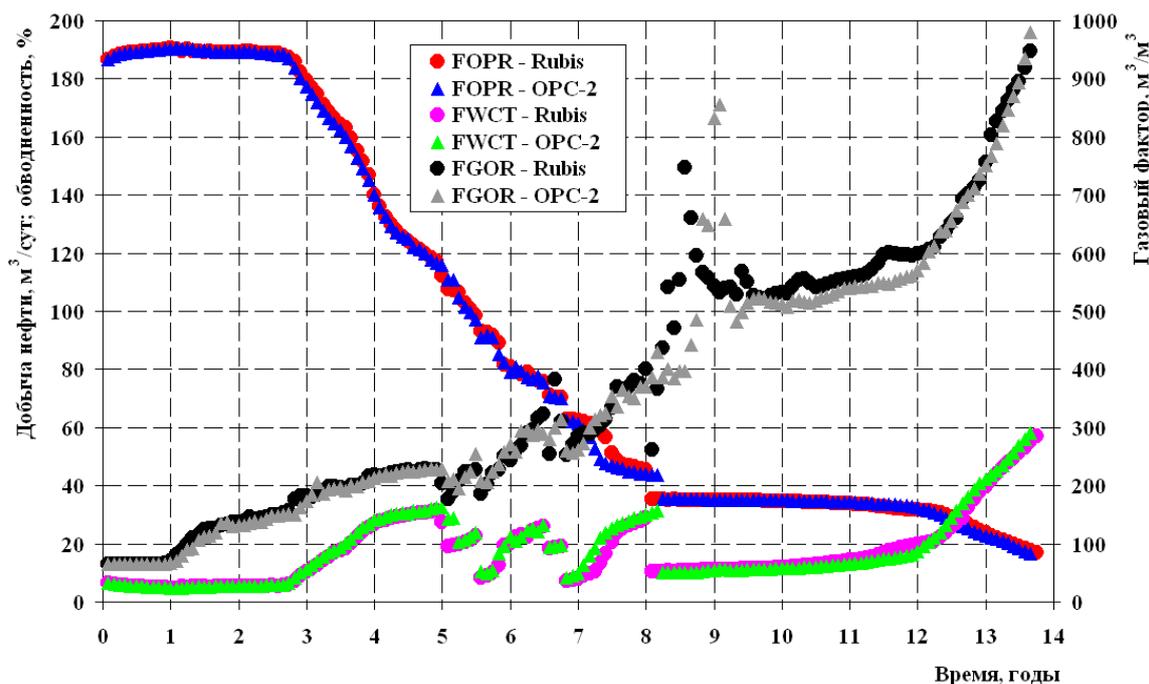


Рис. 3. Основные показатели разработки
 FOPR – добыча нефти, FWCT – обводненность, FGOR – газовый фактор

Заключение

Рассмотрена трехфазная модель фильтрации Маскета – Мереса в случае пренебрежения капиллярными и гравитационными силами. Система дифференциальных уравнений сохранения аппроксимирована полностью явным способом на суперэлементной сетке. Из-за того, что размер ячеек суперэлементной сетки сопоставим с расстоянием между скважинами, количество ячеек примерно равно количеству скважин (для однослойной модели), что дает высокую скорость счета. Предложена методика более точного (по сравнению с классическим вариантом) учета работы добывающих скважин при забойном (и пластовом) давлении ниже давления насыщения за счет специальной формы записи источниковых слагаемых. Суперэлементная трехфазная модель реализована в программе ОРС-2. Получены удовлетворительные результаты при сопоставительном тестировании ОРС-2 с коммерческим программным продуктом Rubis Kappa Engineering.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16–29–15135 офи_м.

Литература

1. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2004. 416 с.
2. Афанаскин И. В., Вольпин С. Г., Ялов П. В., Ефимова Н. П. Пример суперэлементного моделирования заводнения нефтяного месторождения // Нефтепромысловое дело. 2017. № 4. С. 10–16.
3. Афанаскин И. В., Егоров А. А., Колеватов А. А. Экспресс-моделирование заводнения нефтяных месторождений с помощью концепции суперэлементов // Вестн. кибернетики. 2016. Вып. 2 (22). С. 154–164.
4. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2002. 140 с.
5. Кричлоу Г. Б. Современная разработка нефтяных месторождений. М. : Недра, 1979. 304 с.
6. Мазо А. Б., Булыгин Д. В. Суперэлементы. Новый подход к моделированию разработки нефтяных месторождений // Нефть. Газ. Новации. Самара, 2011. № 11. С. 6–8.
7. Мазо А. Б., Поташев К. А., Калинин Е. И. Суперэлементный метод численного моделирования разработки залежей нефти // Современная наука: исследования, идеи, результаты, технологии. 2013. № 1 (12). С. 237–243.
8. Эртекин Т., Абу-Кассем Дж., Кинг Г. Основы прикладного моделирования пластов. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2012. 1060 с.