

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАГРЕВА НЕФТЕСОДЕРЖАЩЕГО ПЛАСТА СВЕРХВЫСОКОЧАСТОТНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ИЗЛУЧЕНИЕМ

**С. М. Сысоев, М. М. Алексеев**

*Сургутский государственный университет,  
smsysoev57@mail.ru, amm.iff@gmail.com*

В работе выполнено численное моделирование нагрева нефтесодержащего пласта сверхвысокочастотным электромагнитным излучением. В исследуемой модели нагрев пласта происходит за счет объемных источников тепла, возникающих при поглощении электромагнитного излучения. Процессы тепломассопереноса в нефтяном пласте описываются уравнениями теплопроводности и пьезопроводности. Скорость фильтрации нефти в пласте подчиняется закону Дарси. В результате исследования модели получены поля температур, давления, вязкости и скорости фильтрации нефти в пласте. Произведен расчет дебита скважины и объема добытой нефти в течение времени нагрева пласта сверхвысокочастотным электромагнитным излучением. Показано, что при нагреве пласта источником излучения мощностью 10 кВт, работающим на частоте 1 ГГц, за время, равное 120 суткам, происходит увеличение дебита скважины примерно в 3 раза, а объем добытой нефти при нагреве пласта превышает количество нефти, добытой из «холодной» скважины в 2,7 раза. Выполнена оценка эффективности технологии сверхвысокочастотного электромагнитного воздействия на нефтесодержащий пласт с точки зрения энергетического баланса.

*Ключевые слова:* математическая модель, нефтесодержащий пласт, сверхвысокочастотное электромагнитное излучение, фильтрация нефти, дебит скважины, объем добытой нефти.

## NUMERICAL SIMULATION OF THE MICROWAVE HEATING OF AN OIL RESERVOIR

**S. M. Sysoev, M. M. Alekseev**

*Surgut State University,  
smsysoev57@mail.ru, amm.iff@gmail.com*

The article presents the numerical simulation of an oil reservoir heating by microwave radiation. In the model under the study, the oil reservoir is heated using volumetric heat sources arising from the electromagnetic absorption. Heat and mass transfer processes in the oil reservoir are described by the equations of heat-conduction and piezoconductivity. The rate of oil filtration in the reservoir obeys Darcy's law. As a result of the model study, the fields of temperature, pressure, viscosity and oil filtration rate in the reservoir are obtained. The well yield and the volume of produced oil during the heating of the oil reservoir by microwave radiation are calculated. It is shown that when the oil reservoir is heated by a 10 kW radiation source operating at a frequency of 1 GHz for 120 days, the well yield increases by about 3 times, and the amount of oil produced by heating the oil reservoir is 2.7 times the amount of oil produced from a "cold" well. An assessment of the effectiveness of microwave technology of electromagnetic influence on the oil reservoir in terms of energy balance has been performed.

*Keywords:* mathematical model, oil reservoir, microwave, oil filtration, well yield, volume of produced oil.

**Введение.** Для увеличения извлечения высоковязких нефтей из коллекторов часто используют тепловые методы воздействия на пласт [1–2]. Однако традиционные тепловые ме-

тоды имеют ряд недостатков и ограничений, связанных с чрезмерными потерями тепла для глубоких скважин, экологическими рисками для гидрогеологической среды и т. д.

Высокочастотный электромагнитный нагрев нефтяного пласта является одним из перспективных методов увеличения добычи высоковязких нефтей [3–12]. Это метод лишен недостатков традиционных тепловых методов, а также имеет более высокую скорость нагрева нефти в пласте [13–14]. Практическое применение данного метода в нефтегазовой отрасли сдерживается недостаточными теоретическими и экспериментальными исследованиями процессов, протекающих в нефтяном пласте при его высокочастотном электромагнитном нагреве. Таким образом, нахождение оптимальных режимов нагрева пласта с помощью численного моделирования является актуальной задачей.

**Постановка задачи.** Настоящая работа является продолжением проведенных ранее исследований [15–18]. Схема модели представлена на рис.1. Рассматриваемая модель имеет осевую симметрию относительно оси  $z$ . Нефтяной пласт 2 находится между кровлей 1 и подошвой 3, которые являются непроницаемыми для нефти. Сверхвысокочастотное электромагнитное излучение генерируется источником, находящимся в скважине напротив середины пласта. Считается, что скважина имеет необсаженный ствол, и сверхвысокочастотное электромагнитное излучение проникает в нефтяной пласт в область, задаваемую диаграммой направленности антенны источника. Глубина проникновения электромагнитного излучения в пласт зависит от частоты излучения и электрофизических свойств среды. В результате поглощения электромагнитного излучения происходит объемный разогрев нефти, скелета пласта и подстилающих пород. Фильтрация нефти, вызванная перепадом давления в скважине и пластового давления, вызывает тепломассоперенос в пласте.

Для решения задачи используется цилиндрическая система координат с осью  $z$ , совпадающей с осью скважины. В силу осевой симметрии задачи, электромагнитная волна, излучаемая источником в пласт, описывается с помощью радиальной компоненты электрического поля  $E_r$  и азимутальной компоненты магнитного поля  $H_\phi$  [15].

Уравнение для электромагнитного поля в пласте и подстилающих породах имеет вид:

$$\left( \nabla \times \left( \left( \epsilon_r - \frac{j\sigma}{\omega\epsilon_0} \right)^{-1} \nabla \times \vec{H} \right) \right)_\phi - \mu_r k_0^2 H_\phi = 0.$$

Граничное условие для перехода электромагнитного излучения из пласта в подстилающие породы записывается следующим образом:

$$\vec{n} \times (\vec{E}_1 - \vec{E}_2) = 0,$$

где индекс «1» относится к нефтяному пласту, а индекс «2» – к подстилающим породам.

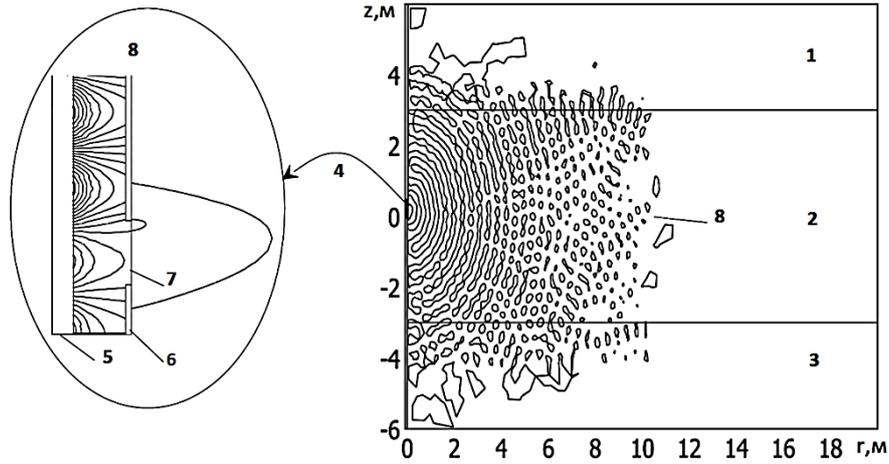
Граничные условия при  $r = 0$  записываются как:

$$E_r = 0, \quad \frac{\partial E_z}{\partial r} = 0.$$

Объемная плотность тепловыделения, возникающего в результате поглощения энергии электромагнитной волны, находилась как:

$$q(r, z, T, t) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ (\sigma - j\omega\epsilon_r) \vec{E} \times \vec{E}^* \right],$$

где  $\sigma = \epsilon_0 \omega \epsilon'' = \epsilon_0 \omega \epsilon_r \operatorname{tg} \delta$ ,  $\epsilon = \epsilon_r - j\epsilon''$ .



**Рис. 1.** Двумерная осесимметричная модель нефтяного пласта: 1 – кровля; 2 – нефтяной пласт; 3 – подошва пласта; 4 – источник электромагнитного излучения с коаксиальной щелевой антенной; 5 и 6 – внутренний и внешний проводники антенны; 7 – кольцевая щель антенны; 8 – изолинии напряженности азимутальной компоненты магнитного поля ЭМВ [15]

Уравнения тепло- и пьезопроводности описывают теплоперенос и фильтрацию нефти в пласте:

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \times (-\lambda \nabla T) + mc_1 \rho_1 \vec{v} \times \nabla T = q(r, z, T, t),$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{m\beta_p} \nabla \times \left( \frac{k}{\eta} \nabla p \right) + \frac{\beta_T}{\beta_p} \frac{\partial T}{\partial t},$$

где  $\rho$ ,  $c$ ,  $\lambda$  – плотность, теплоемкость и теплопроводность среды, усредненные по всем фазам;  
 $m$  – пористость среды;

$\rho_1, c_1, \eta, \beta_p, \beta_T$  – плотность, теплоемкость, вязкость, коэффициенты сжимаемости и теплового расширения нефти;

$k$  – коэффициент проницаемости пласта;

$\vec{v} = -\frac{k}{\eta} \nabla p$  – скорость фильтрации нефти (закон Дарси).

В начальный момент времени температура задается во всей рассматриваемой области следующим образом:  $T|_{t=0} = T_0$ .

Граничные условия для уравнения теплопроводности можно записать в виде:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=b} = 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow 0, \quad \left. \frac{\partial T}{\partial z} \right|_{z \rightarrow \pm \infty} \rightarrow 0,$$

где  $b$  – радиус скважины [15].

Начальные и граничные условия для давления в пласте и скважине представлены в виде:

$$p|_{t=0} = p_0, p|_{r=b} = p_b, p|_{r \rightarrow \infty} \rightarrow p_0, \left. \frac{\partial p}{\partial z} \right|_{z=\pm h/2} = 0,$$

где  $h$  – толщина пласта;

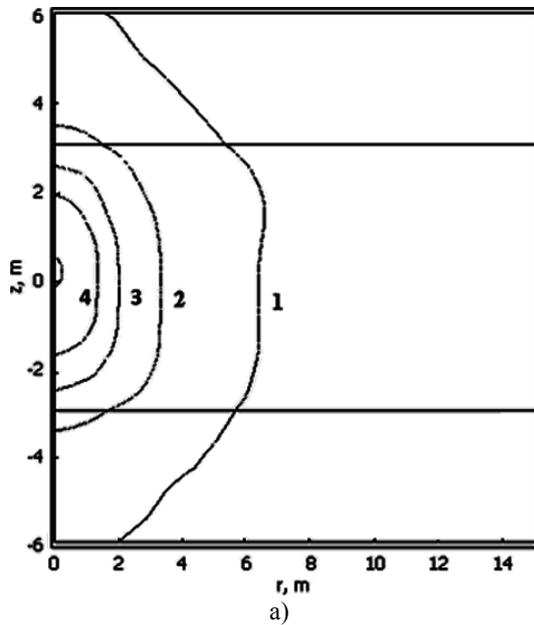
$p_b$  – давление в скважине.

**Результаты моделирования.** В настоящей работе использовались данные о свойствах высоковязкой нефти и горных пород, характерных для Русского месторождения [19].

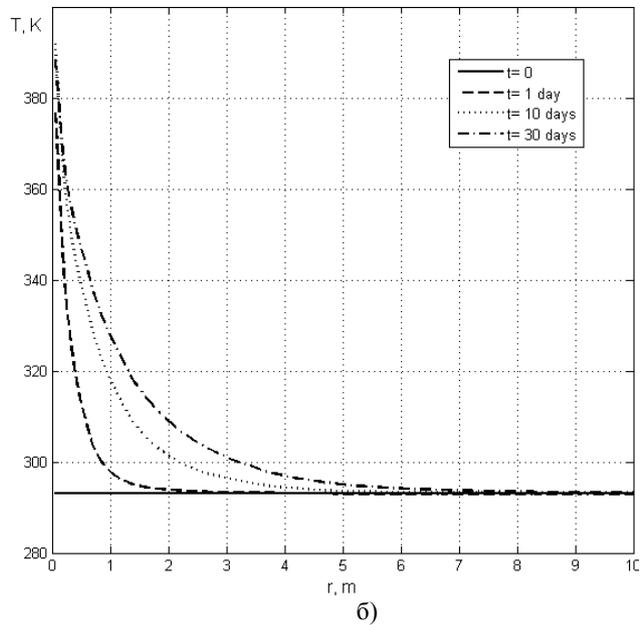
При исследовании модели были получены пространственные и временные распределения температуры, давления, вязкости и скорости фильтрации нефти в пласте. Нагревание нефти приводит к уменьшению ее вязкости, что, в свою очередь, увеличивает скорость фильтрации нефти в пласте. Значение скорости фильтрации нефти на границе «пласт – скважина» определяет величину дебита скважины.

На рис. 2а приведены изотермы в нефтяном пласте и подстилающих породах после нагрева в течение 30 суток с помощью источника сверхвысокочастотного излучения (далее – СВЧ-излучения) мощностью  $W = 10$  кВт, работающего на частоте  $f = 1$  ГГц. Источник излучения имеет малые размеры по сравнению с толщиной пласта и находится в скважине посередине пласта (координата  $z = 0$ ).

На рис. 2б приведены зависимости температуры в пласте от радиального расстояния от источника излучения вдоль середины пласта ( $z = 0$ ) при различных временах нагрева.



**Рис. 2а.** Изотермы в нефтяном пласте (начальная температура  $T_0=293$  К) 1 –  $T = 294$  К; 2 – 300 К; 3 –  $T = 310$  К; 4 –  $T = 320$  К (время нагрева  $t = 30$  сут.);



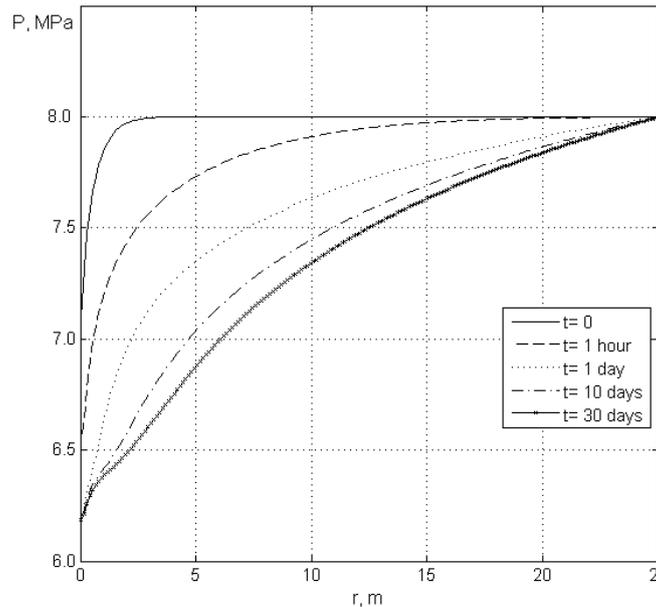
**Рис. 2б.** Радиальный профиль температуры в пласте ( $z = 0$ ) при различных временах нагрева (параметры источника СВЧ-излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц)

Из рисунков видно, что рост температуры наблюдается вокруг источника излучения в области размером около 3 м. Рост температуры вызывает перераспределение давления в пласте (изменяется градиент давления) и уменьшение вязкости нефти, что приводит к росту скорости фильтрации нефти в пласте в соответствии с законом Дарси:

$$\vec{v} = -\frac{k}{\eta} \nabla p,$$

где  $\vec{v}$  – скорость фильтрации нефти.

На рис. 3 приведена зависимость давления в нефтяном пласте от радиального расстояния (депресссионная кривая) от источника излучения при различных временах нагрева.



**Рис. 3. Зависимость давления в нефтяном пласте от радиального расстояния от источника излучения** (параметры источника СВЧ-излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц,  $z = 0$ )

Из рис. 3 видно, что с течением времени воронка депрессии давления расширяется по мере прогрева околоскважинной зоны. Радиус влияния воронки депрессии определяет реальную область ее развития, в пределах которой формируется подавляющая часть забираемого скважиной потока. Воронка депрессии, распространяясь по нефтеносной части пласта, вовлекает в зону действия все более глубокие слои пласта, вызывая в них изменение пластового давления и увеличивая радиус контура питания пласта. Расширение воронки депрессии при нагреве пласта излучением происходит неравномерно: наиболее быстро этот процесс протекает в первые сутки нагрева, затем расширение воронки замедляется и фактически прекращается. Таким образом, при малом времени нагрева воронка депрессии, вследствие близкого к логарифмическому закону распределения давления, имеет большую крутизну вблизи скважины, при дальнейшем нагреве депрессионная кривая становится более полой, и форма ее стабилизируется при времени нагрева около 30 суток.

В связи с тем, что коэффициент пьезопроводности пласта  $\kappa_0 = k / (m \times \beta_p \times \eta)$  много больше коэффициента температуропроводности пласта  $a_0 = \lambda / (c \times \rho)$ , давление в пласте устанавливается значительно быстрее температуры, и, вследствие граничных условий (непроницаемые границы пласта при  $z = \pm h/2$ ), изобары представляют собой цилиндрические поверхности, с осью, совпадающей с осью скважины [20]. В непосредственной близости от источника излучения наблюдаются небольшие изгибы изобар.

Данные о вязкости Русской нефти в зависимости от температуры  $\eta(T)$  получены в работах [19]. Эта зависимость хорошо аппроксимируется обобщенной формулой Андраде, которая и использовалась при моделировании:

$$\eta(T) = \eta_{\infty} \exp \left\{ E_{\eta} / R(T - T_s) \right\},$$

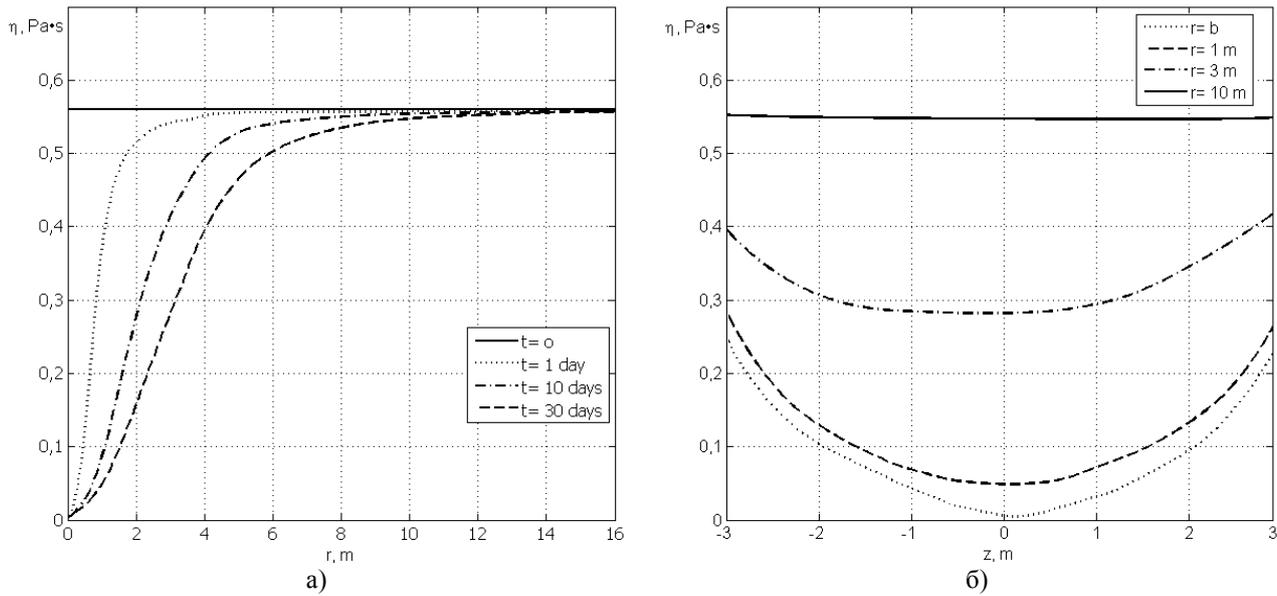
где  $\eta_{\infty}$  – высокотемпературный предел вязкости;

$E_{\eta}$  – энергия активации вязкости;

$T$  – температура полного затвердевания;

$R$  – универсальная газовая постоянная.

На рис. 4а, 4б приведены радиальный и вертикальный профили вязкости нефти в пласте.



**Рис. 4. Радиальный и вертикальный профили вязкости нефти в пласте:**

а – радиальный профиль вязкости нефти в пласте ( $z = 0$ ) при различном времени нагрева;  
 б – вертикальный профиль вязкости нефти в пласте на различных радиальных расстояниях  $r$  от скважины для времени нагрева  $t = 30$  сут. (параметры источника СВЧ излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц)

Из рис. 4а видно, что область пониженной вязкости нефти в пласте расширяется вглубь пласта по мере увеличения времени нагрева пласта. При времени нагрева, равном 30 суткам, величина этой области достигает 15 метров, но наиболее значительное уменьшение вязкости нефти происходит на расстоянии первых 5 метров от скважины. В зоне пласта вблизи источника излучения вязкость нефти понижается более чем в 10 раз по сравнению с первоначальным значением, равным  $0,56 \text{ Па}\cdot\text{с}$ .

Из рис. 4б видно, что в силу неравномерного прогрева пласта вязкость нефти в вертикальном сечении (при  $r = \text{const}$ ) имеет наименьшее значение посередине пласта и увеличивается к границам пласта ( $r \rightarrow \pm h / 2$ ) в несколько раз.

Таким образом, в силу закона Дарси поле давления и поле вязкости нефти формируют поле скоростей фильтрации нефти в пласте.

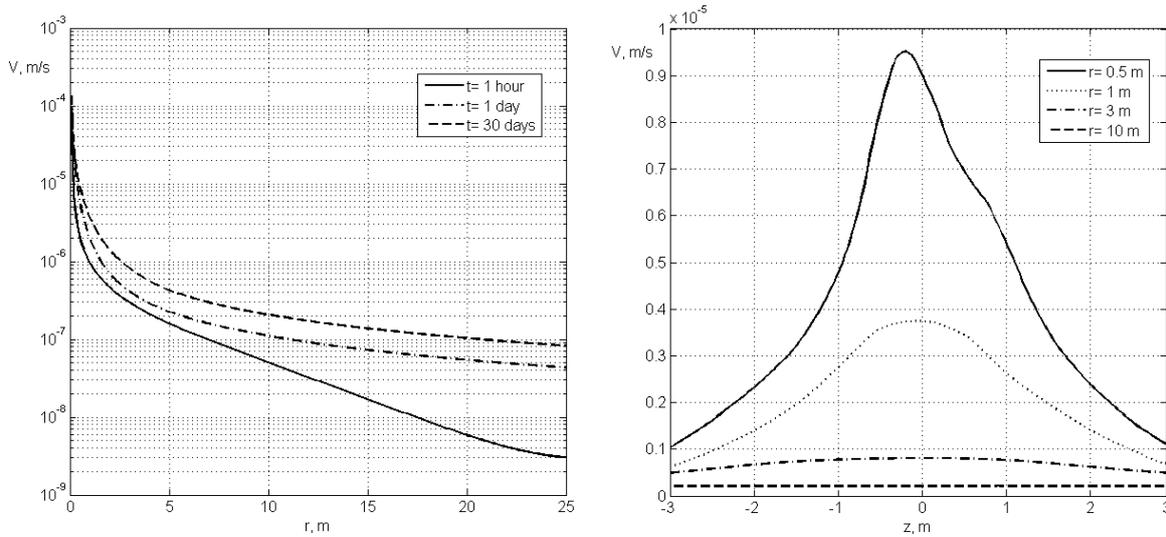
На рис. 5а и 5б приведены радиальный и вертикальный профили скорости фильтрации нефти в пласте.

Из рис. 5а видно, что скорость фильтрации нефти растет с приближением к скважине. Заметное увеличение скорости фильтрации наблюдается при увеличении времени нагрева пласта излучением.

Малые размеры источника СВЧ-излучения обуславливают неравномерный нагрев области на границе «пласт – скважина», что приводит к зависимости скорости фильтрации нефти от вертикальной координаты. На рис. 5б приведена зависимость скорости фильтрации нефти от вертикальной координаты. Видно, что наиболее сильный рост скорости фильтрации нефти происходит вблизи источника излучения на расстоянии около 1 м, при приближении к границам пласта она значительно уменьшается.

Возрастание скорости фильтрации нефти в пласте вызывает увеличение дебита скважины. Для «холодной» скважины скорость фильтрации нефти на границе «пласт – скважина» одинакова и не изменяется с течением времени при установившемся режиме добычи нефти. В этом случае найдем дебит скважины  $G_0$ , умножив скорость фильтрации на границе «пласт – скважина»  $v = v(r = b, z) = \text{const}$  на площадь цилиндрической поверхности ствола скважины:

$$G_0 = 2\pi b h \times v(r = b, z).$$



**Рис. 5. Радиальный и вертикальный профили скорости фильтрации нефти в пласте:**  
а – радиальный профиль скорости фильтрации нефти в пласте ( $z = 0$ ) при различном времени нагрева;  
б – вертикальный профиль скорости фильтрации нефти в пласте на различных радиальных расстояниях  $r$  от скважины для времени нагрева  $t = 30$  сут. (параметры источника СВЧ-излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц)

В случае неравномерного нагрева пласта для нахождения дебита скважины  $G_H$  необходимо проинтегрировать скорость фильтрации  $v = v(r = b, z)$  по вертикальной координате на границе «пласт – скважина»:

$$G_H = 2\pi b \int_{-h/2}^{h/2} v(r = b, z) dz.$$

Наиболее важным с практической точки зрения результатом прогрева является увеличенный дебит скважины по сравнению с дебитом «холодной» скважины. На рис. 6 приведена зависимость найденного таким образом дебита скважины от времени нагрева пласта СВЧ-излучением.

В отсутствие нагрева («холодная» скважина) дебит скважины остается неизменным и составляет  $G_0 = 2,2$  м<sup>3</sup>/сут. Из рис. 6 видно, что величина дебита скважины при нагреве  $G_H$  в течение 120 суток возрастает примерно в 3 раза и равна 6,65 м<sup>3</sup>/сут. Это означает, что прирост дебита  $\Delta G = G_H - G_0$  за счет нагрева пласта СВЧ-излучением за 120 суток составил почти 4,5 м<sup>3</sup>/сут., что больше дебита «холодной» скважины более чем в 2 раза.

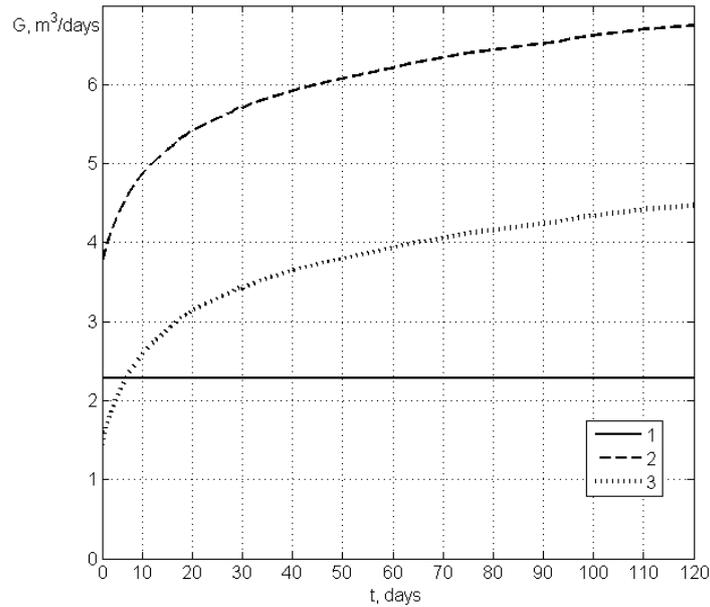
Для «холодной» скважины дебит остается неизменным во времени, и расчет количества добытой нефти производится умножением дебита на время добычи нефти:

$$V_0 = G_0 \cdot t.$$

В случае нагрева пласта СВЧ-излучением расчет количества добытой нефти  $V_H$  производится интегрированием дебита скважины  $G = G_H(t)$  по времени в пределах от начала  $t = 0$  до окончания нагрева  $t = t_h$ :

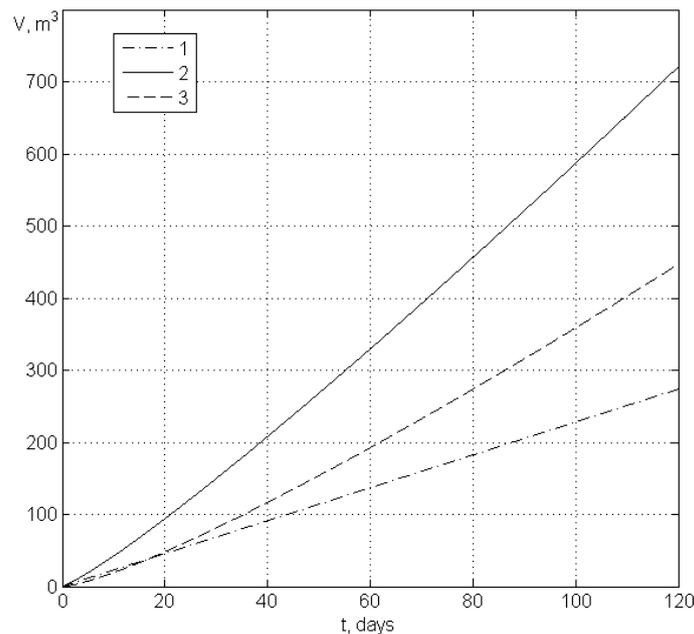
$$V_H = \int_0^{t_h} G_H(t) dt.$$

На рис. 7 приведена зависимость найденного таким образом количества добытой нефти от времени нагрева пласта СВЧ-излучением.



**Рис. 6. Зависимость дебита скважины от времени нагрева пласта:**

1 – дебит «холодной» скважины  $G_0$ ; 2 – дебит скважины  $G_H$  при ее нагреве источником СВЧ-излучения (параметры источника СВЧ-излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц); 3 – прирост дебита  $\Delta G$  за счет нагрева



**Рис. 7. Зависимость объема добытой нефти от времени нагрева пласта СВЧ-излучением:**

1 – объем  $V_0$  добытой нефти из «холодной» скважины; 2 – объем  $V_H$  добытой нефти при нагреве пласта источником СВЧ-излучения (параметры источника СВЧ-излучения:  $W = 10$  кВт,  $f = 1$  ГГц); 3 – объем дополнительно добытой нефти  $\Delta V$  из-за нагрева пласта

Из рис. 7 видно, что объем добытой нефти из «холодной» скважины за 120 суток составляет  $264 \text{ м}^3$ , а объем добытой нефти при нагреве пласта источником СВЧ-излучения –  $710 \text{ м}^3$ , что в 2,7 раза больше. Таким образом, объем дополнительно добытой нефти из-за нагрева пласта за это время  $\Delta V = V_H - V_0$  равен  $446 \text{ м}^3$ .

Важным вопросом при внедрении технологии СВЧ ЭМ-воздействия на призабойную зону пласта является оценка эффективности и рентабельности метода с точки зрения энергетического баланса. В настоящей работе применялась известная методика расчета энергетиче-

ского баланса, используемая в задачах подобного типа. В ней оценка энергетического баланса проводится по коэффициенту  $K_{\text{eff}}$ , равному отношению получаемой энергии в результате дополнительно добытой нефти  $E_{\text{oil}}$  и потребленной энергии из-за работы источника СВЧ ЭМ-излучения  $E_s$ :

$$K_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{oil}}}{E_s}.$$

Условная дополнительно получаемая энергия  $E_d$  определялась как:

$$\begin{aligned} E_{\text{oil}} &= M_{\text{oil}} \times q_{\text{oil}} = V_{\text{oil}} \times S_{\text{oil}} \times \rho_{\text{oil}} \times q_{\text{oil}}, \\ M_{\text{oil}} &= V_{\text{oil}} \times S_{\text{oil}} \times \rho_{\text{oil}} \end{aligned},$$

где  $S_{\text{oil}} = 0,6$  – нефтенасыщенность пласта;

$q_{\text{oil}} = 4,6 \times 10^7$  Дж/кг – теплотворная способность нефти;

$\rho_{\text{oil}} = 940$  кг/м<sup>3</sup> – плотность нефти;

$V_{\text{oil}} = 700$  м<sup>3</sup> – объем дополнительно добытой нефти;

$M_{\text{oil}}$  – масса дополнительно добытой нефти.

Выполненный расчет условной дополнительно получаемой энергии  $E_{\text{oil}}$  дал результат:

$$E_{\text{oil}} = 18,16 \times 10^{12} \text{ Дж} = 18,16 \text{ ТДж}.$$

Потребленная энергия из-за работы источника СВЧ ЭМ-излучения  $E_s$  определялась умножением общей потребляемой мощности  $W$  на время нагрева пласта  $t_h$ :

$$E_s = W \times t_h = \frac{W_s}{\eta_e \times \eta_l \times \eta_s \times \eta_{\text{oth}}} \times t_h,$$

где  $\eta_e = 0,35$  – КПД электростанции;

$\eta_l = 0,56$  – КПД линии электропередачи;

$\eta_s = 0,6$  – КПД источника СВЧ ЭМ излучения;

$\eta_{\text{oth}} = 0,5$  – учет прочих потерь;

$t_h = 720$  час. – время работы источника СВЧ ЭМ-излучения;

$W_s = 10$  кВт – мощность источника СВЧ ЭМ-излучения.

Выполненный расчет потребленной энергии из-за работы источника СВЧ ЭМ-излучения  $E_s$  дал результат:

$$E_s = 0,44 \times 10^{12} \text{ Дж} = 0,44 \text{ ТДж}.$$

Оценка энергетического баланса по коэффициенту  $K_{\text{eff}}$  равна

$$K_{\text{eff}} = \frac{E_{\text{oil}}}{E_s} = \frac{18,16}{0,44} = 41,3.$$

Результат показывает, что получаемая энергия в результате дополнительно добытой нефти  $E_{\text{oil}}$  более чем в 40 раз превышает потребленную энергию из-за работы источника СВЧ ЭМ-излучения  $E_s$ . Принято считать, что технология эффективна, если  $K_{\text{eff}} \geq 10$ . Результат для  $K_{\text{eff}} = 41,3$  позволяет сделать вывод о том, что эффективность технологии СВЧ ЭМ-воздействия на призабойную зону пласта является приемлемой с практической точки зрения.

**Заключение.** Исследование модели показало, что использование для нагрева пласта электромагнитного излучения в СВЧ-диапазоне частот позволяет прогреть только призабойную зону пласта размером около 3 метров. Но этого оказывается достаточно, чтобы существенным образом увеличить дебит скважины. Источники СВЧ-излучения (например, магнетроны) в диапазоне частот 1–5 ГГц имеют достаточно малые габаритные размеры, позволяющие их опустить в скважину на глубину расположения нефтяного пласта. Это снимает проблему транспортировки электромагнитной энергии от источника излучения, находящегося на поверхности, до нефтяного пласта.

Полученные результаты позволяют сделать вывод о том, что технологию СВЧ ЭМ-воздействия на призабойную зону пласта целесообразно применять на малодебитных скважинах, у которых дебит составляет несколько кубических метров нефти в сутки. Это позволит значительно увеличить темп отбора нефти из коллектора, сократить срок разработки таких месторождений, сделать добычу нефти из вышеописанных скважин эффективной и рентабельной. Дополнительным преимуществом технологии является очистка призабойной зоны пласта от отложений смол и парафинов за счет их расплавления. Ограничением данной технологии является необходимость иметь либо необсаженную часть скважины (открытый ствол), либо радиопрозрачные стеклопластиковые обсадные трубы, которые производятся отечественными предприятиями.

### Литература

1. Бурже Ж., Сурио П., Комбарну М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М. : Недра, 1988. 424 с.
2. Малофеев Г. Е., Мирсаатов О. М., Чоловская И. Д. Нагнетание в пласт теплоносителей для интенсификации добычи нефти и увеличения нефтеотдачи. Ижевск : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика» ; Институт компьютерных исследований, 2008. 224 с.
3. Саяхов Ф. Л., Багаутдинов Н. Я., Салихов Ю. Б. Физико-технические основы электромагнитной технологии извлечение нетрадиционных углеводородов // Вестн. БГУ. 2000. № 1. С. 19–26.
4. Vermeulen F., McGee B. In situ Electromagnetic Heating for Hydrocarbon Recovery and Environmental Remediation // J. Can. Pet. Technol. 2000. Vol. 39. P. 25–29.
5. Саяхов Ф. Л., Багаутдинов Н. Я. Электротепловые методы воздействия на гидрато-парафиновые отложения. М. : Недра-Бизнес-центр, 2003. 119 с.
6. Chetri A. B., Islam M. R. A Critical Review of Electromagnetic Heating for Enhanced Oil Recovery // Petroleum Science and Technology. 2008. Vol. 26. P. 1619–1631.
7. Фатыхов М. А., Худайбердина А. И. Комбинированные методы воздействия на нефтяные пласты на основе электромагнитных эффектов : моногр. Уфа : Изд-во БГПУ, 2010. 112 с.
8. Davletbaev A., Kovaleva L., Babadagli T. Mathematical Modeling and field Application of Heavy Oil Recovery by Radio-Frequency Electromagnetic Stimulation // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2011. Vol. 78. P. 646–653.
9. Mukhametshina A., Martynova E. Electromagnetic Heating of Heavy Oil and Bitumen: A review of Experimental Studies and Field Applications // Journal of Petroleum Engineering. 2013. Vol. 2013. 7 p.
10. Bera A., Babadagli T. Status of Electromagnetic Heating for Enhanced Heavy Oil / Bitumen Recovery and Future Prospects: A review // Applied Energy. 2015. Vol. 151. P. 206–226.
11. Oloumi D., Rambabu K. Microwave Heating of Heavy Oil Reservoirs: a Critical Analysis // Microwave and Optical Technology Letters. 2016. Vol. 58, No. 4. P. 809–813.
12. Саитов Р. И., Абдеев Р. Г., Швецов М. В. Математическая модель процесса электромагнитного нагрева многофазного многокомпонентного пласта тяжелой нефти // Вестн. Акад. наук РБ. 2018. Т. 29, № 4 (92). С. 73–79.

13. Кислицын А. А., Нигматулин Р. И. Численное моделирование процесса нагрева нефтяного пласта высокочастотным электромагнитным излучением // ПМТФ. 1990. Т. 31, № 4. С. 59–64.

14. Кислицын А. А. Численное моделирование прогрева и фильтрации нефти в пласте под действием высокочастотного электромагнитного излучения // ПМТФ. 1993. Т. 34, № 3. С. 97–103.

15. Сысоев С. М., Кислицын А. А. Моделирование теплопереноса в нефтесодержащем пласте под действием сверхвысокочастотного электромагнитного излучения // Вестн. Тюмен. Гос. ун-та. Физ.-мат. моделирование. Нефть, газ, энергетика. 2009. № 6. С. 119–126.

16. Сысоев С. М., Заводовский А. Г., Кислицын А. А. Численное моделирование высокочастотного электромагнитного прогрева и фильтрации нефти в пласте // Труды 20-й Международ. Крым. конф. «СВЧ-техника и телекоммуникационные технологии». Севастополь, 2010. С. 1095–1096.

17. Sysoev S., Kislitsin A. Modeling of Microwave Heating and Oil Filtration in Stratum // Numerical Simulations – Applications, Examples and Theory. 2011. P. 237–250.

18. Сысоев С. М. Численное моделирование фильтрации высоковязкой нефти в пласте под воздействием сверхвысокочастотного электромагнитного излучения // Тезисы Международ. конф. «Математика и информационные технологии в нефтегазовом комплексе». Сургут, 2014. С. 77–79.

19. Кислицын А. А., Фадеев А. М. Диэлектрическая релаксация в высоковязких нефтях // ЖФХ. 1994. Т. 68, № 2. С. 340–343.