

УДК 697.9:53:519.6

ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ ФИЗИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ ВОДЫ И ВОДЯНОГО ПАРА

О. С. Воронова, Е. В. Конопацкий

Донбасская национальная академия строительства и архитектуры, ДНР
kornilova.oly@mail.ru, e.v.konopatskiy@mail.ru

В статье предложены геометрические модели физического состояния воды и водяного пара с дальнейшим аналитическим описанием при помощи математического аппарата геометрического моделирования процессов и явлений (БН-исчисление). Для моделирования данного процесса исходные значения физического состояния воды и водяного пара были взяты с *i-d* диаграммы влажного воздуха. Геометрическое моделирование представлено в виде двух отдельных составных поверхностей отклика для влагосодержания и энтальпии влажного воздуха и является двухпараметрическим множеством, которое принадлежит трехмерному пространству. В свою очередь каждая поверхность отклика была разбита на три отсека с определенными границами и аналитически описана с помощью точечных уравнений дуг кривых, проходящих через наперед заданные точки, что позволило максимально точно рассчитать искомые значения параметров в программном комплексе Maple. Приведен анализ эффективности геометрического моделирования значений влагосодержания и энтальпии влажного воздуха, которые представлены графически на основе *i-d* диаграммы, и расчетных значений, полученных на основе разработанных геометрических моделей. Предложенные геометрические модели позволяют не только определить все необходимые значения параметров физического состояния воды и водяного пара, что позволяет автоматизировать процесс проектирования, но и оптимизировать их с помощью методов математического анализа.

Ключевые слова: геометрическая модель, отсек поверхности, опорные контуры, образующая поверхность, БН-исчисление, *i-d* диаграмма, параметры влажного воздуха.

GEOMETRIC MODELING PARAMETERS OF WATER AND WATER VAPOUR PHYSICAL STATE

O. S. Voronova, E. V. Konopatskiy

Donbas National Academy of Civil Engineering and Architecture, DPR
kornilova.oly@mail.ru, e.v.konopatskiy@mail.ru

The article proposes the geometric models of water and water vapor physical state with a further analytical description using the mathematical apparatus of geometric modeling of processes and phenomena (BN-calculation). The initial values of water and water vapor physical state are taken from the *i-d* diagram of humid air to simulate this process. Geometric modeling is presented as two different response surfaces for moisture content and enthalpy of humid air. Geometric models are a two-parameter set that belongs to three-dimensional space. Each response surface was divided into three compartments with defined boundaries and analytically described using point equations for arcs of curves passing through preassigned points. This allowed accurately calculating the desired values of the parameters in the software package Maple. The analysis of the effectiveness of geometric modeling of moisture content and enthalpy of humid air is given. The effectiveness is presented graphically based on *i-d* diagrams, and calculated values obtained based on the developed geometric models. The proposed geometric models allow determining all the necessary values of parameters of water and water vapor physical state. This allows automating the design process, as well as optimizing the simulation using mathematical analysis methods.

Keywords: geometrical model, surface compartment, support contours, surface generator, BN-calculation, *i-d* diagram, parameters of humid air.

Введение. При проектировании систем вентиляции и кондиционирования воздуха возникает необходимость определения параметров физического состояния воды и водяного пара [1, 2]. На практике существуют различные способы определения теплофизических свойств влажного воздуха. Одним из наиболее предпочтительных является графический метод – определение параметров влажного воздуха по *i-d* диаграмме [3, 4]. Графическое определение искомых значений значительно сокращает время и объем расчетной работы проектировщика, однако не лишено погрешностей. Взаимосвязь параметров носит сложный характер, который графически описывается в косоугольных координатах. Кроме того, для создания систем автоматизированного проектирования необходимо не графическое, а аналитическое представление взаимозависимостей необходимых параметров состояния воды и водяного пара [2, 5]. Аналитическое описание основывается на численном решении системы уравнений, что в свою очередь является трудоемким и продолжительным процессом, который требует больших вычислительных ресурсов [5, 6]. Поэтому использование методов геометрического моделирования, основанных на многомерной интерполяции и аппроксимации [7], является перспективным направлением решения задачи создания автоматизированных систем для проектирования вентиляции и кондиционирования воздуха. Данная работа является продолжением исследований авторов в этом направлении [8].

Для эффективного решения задач моделирования физического состояния воды и водяного пара в работе используется математический аппарат геометрического моделирования процессов и явлений – БН-исчисление [9–11]. В БН-исчислении основным элементом является точка, которая характеризуется несколькими параметрами. В процессе моделирования каждой координатной оси ставится в соответствие либо функция отклика, либо фактор, влияющий на функцию отклика. При этом каждый из факторов определяется своим параметром, и количество таких параметров зависит от размерности пространства. Таким образом, геометрическая модель, представленная в БН-исчислении, является организованным множеством точек, которые зависят от нескольких связанных между собой параметров. В таком случае количество факторов ограничивается исключительно размерностью пространства, в котором располагается геометрический объект. При этом результат моделирования представляет собой систему однотипных параметрических уравнений, количество которых зависит от размерности пространства.

Математическая постановка задачи и исходные данные

Дано: *i-d* диаграмма физического состояния воды и водяного пара, которая представляет собой графическую зависимость между основными параметрами:

t – температурой воздуха, °C;

φ – относительной влажностью воздуха, %;

d – влагосодержанием, г/кг сухого воздуха;

i – энтальпией, кДж/кг.

Задача: получить аналитическое описание геометрической модели взаимозависимости параметров физического состояния воды и водяного пара.

Проанализировав *i-d* диаграмму, можно сделать вывод, что два любых физических параметра однозначно определяют точку на диаграмме, а вместе с ней и оставшиеся физические параметры воды и водяного пара. Тогда искомую геометрическую модель можно представить в виде двухпараметрического множества точек. Исходя из этого, аналитическое описание параметров физического состояния воды и водяного пара представим в виде двух геометрических моделей:

1. Модель зависимости влагосодержания воздуха d от его температуры t и относительной влажности φ .

2. Модель зависимости энтальпии влажного воздуха i от его температуры t и относительной влажности φ .

Чтобы задать границы искомых отсеков поверхностей определимся с областью исследования, зафиксировав значения параметров воды и водяного пара, полученные с $i-d$ диаграммы при постоянном барометрическом давлении $P = 101,08$ кПа, и представим их в табл. 1. Параметры состояния воды и водяного пара в качестве примера ограничим в следующих пределах: $t = 0-55$ °C; $\varphi = 0-100$ %.

Таблица 1

Параметры физического состояния воды и водяного пара

№	t , °C	φ , %	d , г/кг	i , кДж/кг	№	t , °C	φ , %	d , г/кг	i , кДж/кг
1	0	0	0	0	27	25	25	4,87	37,42
2	5	0	0	4,95	28	25	50	9,83	50,14
3	10	0	0	10,0	29	25	75	14,88	62,79
4	15	0	0	15,04	30	25	100	20	75,79
5	20	0	0	20,08	31	30	0	0	30,14
6	0	25	0,95	2,37	32	30	25	6,55	46,93
7	5	25	1,34	8,31	33	30	50	13,26	63,88
8	10	25	1,9	14,79	34	30	75	20,12	81,41
9	15	25	2,65	21,82	35	30	100	27,09	99,35
10	20	25	3,62	29,3	36	35	0	0	35,13
11	0	50	1,89	4,69	37	35	25	8,71	57,49
12	5	50	2,7	11,73	38	35	50	17,69	80,34
13	10	50	3,79	19,65	39	35	75	26,93	104,16
14	15	50	5,28	28,46	40	40	0	0	40,16
15	20	50	7,26	38,5	41	40	25	11,51	69,72
16	0	75	2,83	7,06	42	40	50	23,44	100,44
17	5	75	4,04	15,08	43	45	0	0	45,15
18	10	75	5,68	24,43	44	45	5	2,9	52,85
19	15	75	7,94	35,13	45	45	15	8,93	68,19
20	20	75	10,94	47,82	46	45	25	14,97	83,78
21	0	100	3,78	9,46	47	45	40	24,36	108,13
22	5	100	5,39	18,54	48	50	0	0	50,2
23	10	100	7,62	29,27	49	50	5	3,8	60,02
24	15	100	10,62	41,86	50	50	15	11,49	79,92
25	20	100	14,68	57,25	51	55	0	0	55,36
26	25	0	0	25,0	52	55	5	4,8	67,94

Следует также отметить, что все значения параметров (табл. 1), полученные из $i-d$ диаграммы, были определены с помощью системы автоматизированного проектирования *AutoCAD* при значительном увеличении. Предпочтительней было бы использовать таблицы с данными, что в значительной мере могло облегчить работу и повысить итоговую точность модели, но авторам не удалось найти их в доступной литературе. Вместе с тем предложенные геометрические модели являются инвариантными относительно исходных данных и могут быть не менее эффективно использованы с учетом изменения исходной информации.

**Геометрические модели зависимости параметров физического состояния
воды и водяного пара**

Аналитическое описание искомой модели носит достаточно сложный характер и подразумевает использование полиномиальных зависимостей высокого порядка. Поэтому для удобства разобьем моделируемую поверхность отклика на три отсека. Первый отсек ограничим в пределах $t = 0-20$ °C; $\varphi = 0-100$ %, второй – $t = 20-40$ °C; $\varphi = 0-100$ %, а третий – $t = 40-55$ °C; $\varphi = 0-50$ %.

Рассмотрим геометрическую схему построения первого отсека поверхности отклика (рис. 1). Поскольку графическая визуализация геометрической модели в дальнейшем будет выполнена в программном пакете Maple, определим геометрическую схему в декартовой системе координат. Установим соответствие между осями декартовой системы координат (рис. 1) и параметрами физического состояния воды и водяного пара (табл. 1). Так, оси Ox соответствует температура воздуха t ; оси Oy – относительная влажность воздуха φ ; оси Oz – влагосодержание d . Следует отметить, что для наглядного изображения геометрической схемы на рис. 1 был выбран различный масштаб для всех осей декартовой системы координат.

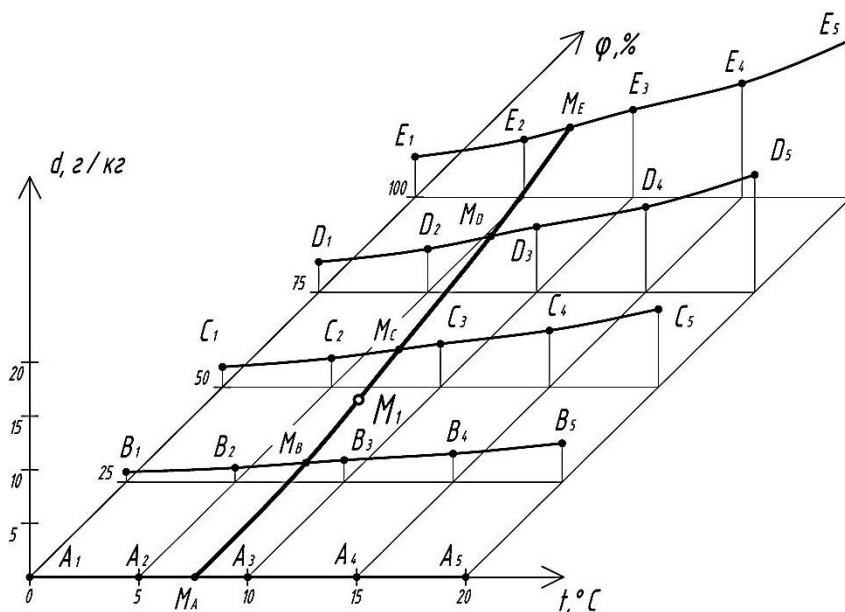


Рис. 1. Геометрическая схема моделирования зависимости влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха в пределах $t = 0-20^\circ\text{C}$, $\varphi = 0-100\%$

Предложенная схема с геометрической точки зрения является отсеком поверхности, который определяется пятью опорными контурами: M_A , M_B , M_C , M_D , M_E . Точки A_i , B_i , C_i , D_i , E_i – исходные точки для моделирования, которым соответствуют графически измеренные значения параметров физического состояния воды и водяного пара (табл. 1). Текущая точка M_1 является образующей отсека поверхности и при помощи криволинейной интерполяции объединяет все фиксированные состояния исследуемого процесса.

Опорные контуры M_A , M_B , M_C , M_D , M_E определим с помощью точечного уравнения дуги кривой, проходящей через 5 наперед заданных точек [7]:

$$\begin{aligned}
 M_A = & A_1 \left(\bar{u}^4 - \frac{13}{3} \bar{u}^3 u + \frac{13}{3} \bar{u}^2 u^2 - \bar{u} u^3 \right) + A_2 \left(16 \bar{u}^3 u - \frac{64}{3} \bar{u}^2 u^2 + \frac{16}{3} \bar{u} u^3 \right) + \\
 & + A_3 \left(-12 \bar{u}^3 u + 40 \bar{u}^2 u^2 - 12 \bar{u} u^3 \right) + A_4 \left(\frac{16}{3} \bar{u}^3 u - \frac{64}{3} \bar{u}^2 u^2 + 16 \bar{u} u^3 \right) + \\
 & + A_5 \left(-\bar{u}^3 u + \frac{13}{3} \bar{u}^2 u^2 - \frac{13}{3} \bar{u} u^3 + u^4 \right),
 \end{aligned} \quad (1)$$

где u – текущий параметр, который определяет положение текущей точки на соответствующем опорном контуре и изменяется от 0 до 1;

$\bar{u} = 1 - u$ – дополнение параметра до единицы.

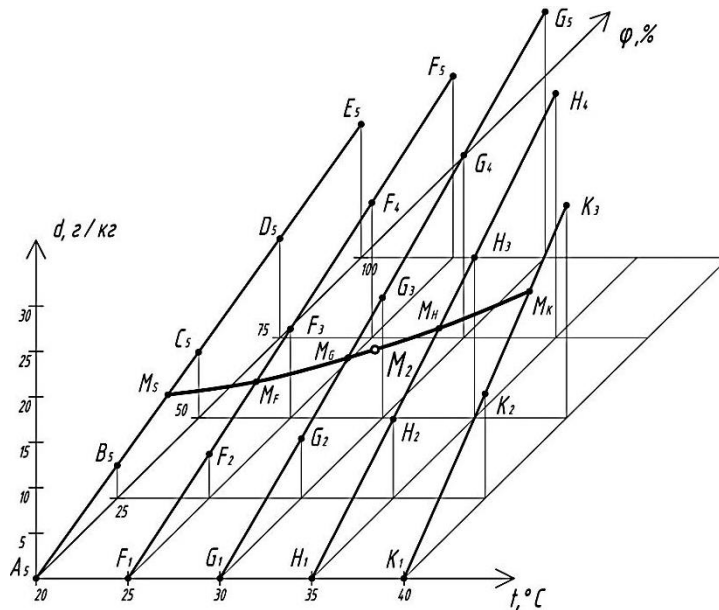
Аналогичным образом определим и другие опорные контуры M_B , M_C , M_D , M_E , согласованные между собой с помощью параметра u . Образующую искомого отсека

поверхности определим аналогичным уравнением только с текущим параметром $v \in [0; 1]$. Таким образом получим двухпараметрическое множество точек. Выполнив покоординатный расчет, геометрический смысл которого заключается в проецировании геометрического объекта на оси декартовой системы координат, получим систему параметрических уравнений:

$$\begin{cases} t = 20u; \\ \varphi = 100v; \\ d = 3,83v + 22,76u^4v^4 - 28,44u^4v^3 + 7,11u^4v^2 + 0,07u^4v - 30,72u^3v^4 + 25,03u^3v^3 + 7,89u^3v^2 - \\ - 2,84u^3v + 4,55u^2v^4 + 15u^2v^3 - 25,14u^2v^2 + 10,37u^2v + 3,41uv^4 - 11,48uv^3 + 10,29uv^2 + 3,04uv - \\ - 0,16v^2 + 0,11v^3. \end{cases}$$

Таким образом, полученная система параметрических уравнений определяет первый из отсеков поверхности отклика, проходящий через 25 наперед заданных точек. Следует отметить, что изменение параметра u соответствует изменению температуры воздуха от 0 до 20 °С, а изменение параметра v – изменению относительной влажности от 0 до 100 %.

Рассмотрим второй отсек поверхности отклика в виде геометрической схемы моделирования зависимости влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха в пределах $t = 20\text{--}40$ °С; $\varphi = 0\text{--}100$ % (рис. 2). В результате отсутствия на i - d диаграмме влажного воздуха некоторых значений параметра влагосодержания, количество значений параметра d , которые были найдены графически, равно 22.



Опорный контур M_K аналитически представим в виде точечного уравнения дуги параболы 2-го порядка, проходящей через 3 наперед заданные точки [7]:

$$M_K = K_1 \bar{u} (1 - 2u) + 4 \bar{u} u K_2 + K_3 u (2u - 1). \quad (2)$$

В результате второй отсек искомой поверхности отклика, проходящей через 22 наперед заданные точки, будет определяться следующей системой параметрических уравнений:

$$\begin{cases} t = 20 + 20v; \\ \varphi = (100 - 83,33v + 566,67v^2 - 1066,67v^3 + 533,33v^4)u; \\ d = -7,65uv + 171,89uv^2 - 287,38uv^3 + 131,27uv^4 + 1,37u^2v + 6,01u^2v^2 - 10,24u^2v^3 + 3,7u^2v^4 - \\ - 1,38u^3v + 12,84u^3v^2 - 26,12u^3v^3 + 14,44u^3v^4 + 0,43u^4v - 9,53u^4v^2 + 20,48u^4v^3 - 11,38u^4v^4 + \\ + 14,47u + 0,21u^3. \end{cases}$$

Аналогично представим третий отсек поверхности отклика в виде геометрической схемы (рис. 3). На i - d диаграмме зафиксируем 13 доступных значений параметра влагосодержания в пределах $t = 40$ – 55 °C; $\varphi = 0$ – 50 % (табл. 1).

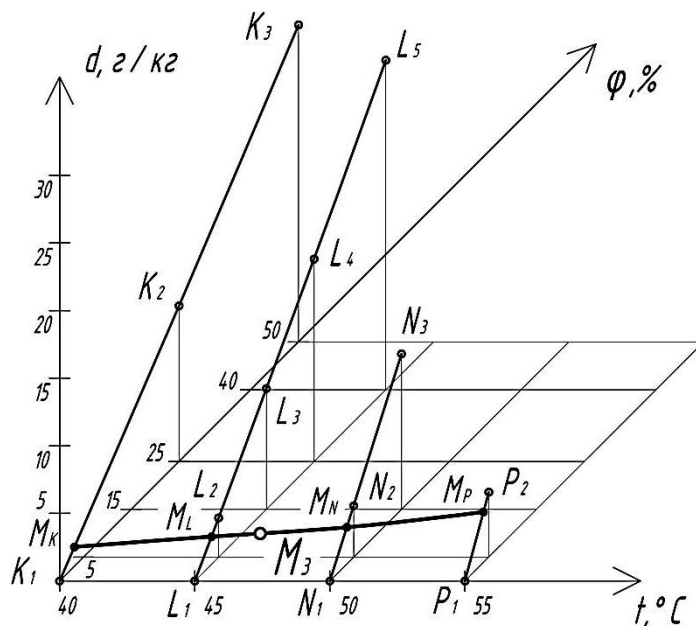


Рис. 3. Геометрическая схема моделирования зависимости влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха в пределах $t = 40$ – 55 °C, $\varphi = 0$ – 50 %

С геометрической точки зрения данная схема представляет собой отсек поверхности, определяемый четырьмя опорными контурами: M_K , M_L , M_N , M_P . Так, первый опорный контур M_K является смежным для второго и третьего отсеков поверхности отклика и определяется точечным уравнением (2). Вторым опорным контуром M_L , проходящим через пять точек, описывается уравнением аналогичным (1). Также с помощью уравнения (2) определим опорный контур M_N , только с другими значениями координат исходных точек N_1 , N_2 и N_3 . Последний опорный контур M_P определим с помощью точечного уравнения прямой: $M_P = P_1 \bar{u} + P_2 u$.

Поскольку для данной геометрической схемы количество опорных контуров равно четырем, в качестве образующей отсека поверхности воспользуемся точечным уравнением ду-

ги кривой 3-го порядка, проходящей через 4 наперед заданные точки [7]. Выполнив по координатный расчет, получим систему параметрических уравнений, определяющую третий отсек поверхности отклика, проходящий через 13 наперед заданных точек:

$$\begin{cases} t = 40 + 15v; \\ \varphi = 50u - 352,5uv + 667,5uv^2 - 360uv^3 + 1335u^2v - 3270u^2v^2 + 1935u^2v^3 - 1920u^3v + 4800u^3v^2 - \\ - 2880u^3v^3 + 960u^4v - 2400u^4v^2 + 1440u^4v^3; \\ d = 22,6u + 0,84u^2 - 183,72uv + 367,38uv^2 - 201,47uv^3 + 836,73u^2v - 2043,3u^2v^2 + 1205,73u^2v^3 - \\ - 1229,76u^3v + 3074,4u^3v^2 - 1844,64u^3v^3 + 620,16u^4v - 1550,4u^4v^2 + 930,24u^4v^3. \end{cases}$$

Как показано на рис. 4, составим геометрические модели зависимости влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха в общую модель.

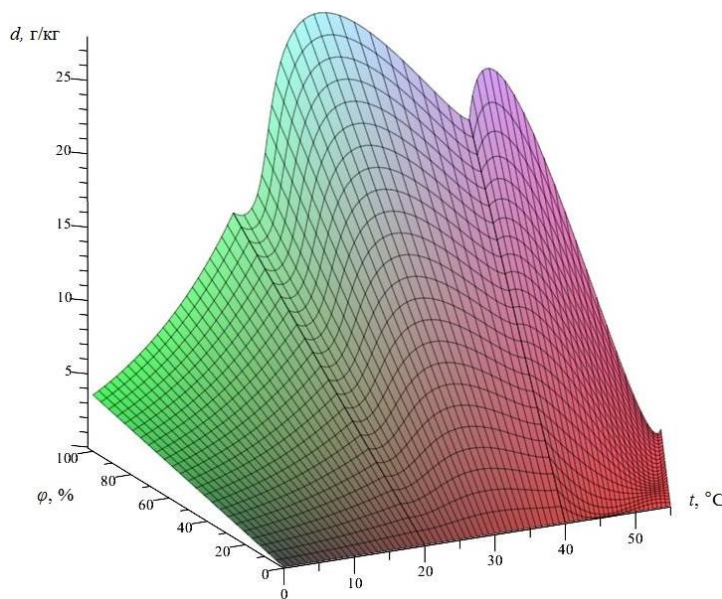


Рис. 4. Визуализация общей геометрической модели зависимости влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха в пределах $t = 0-55^\circ\text{C}$, $\varphi = 0-100\%$

Разработанная геометрическая модель является универсальной для определения других параметров физического состояния воды и водяного пара, меняются только исходные данные, которые приведены в табл. 1.

По аналогии с моделированием параметров влагосодержания рассмотрим моделирование параметров энтальпии влажного воздуха. Так же как и для предыдущей модели, представим геометрическую модель зависимости энтальпии влажного воздуха от его температуры и относительной влажности как поверхность отклика, которая разделена на три отсека. Для первого отсека поверхности отклика выполним по координатный расчет и представим систему параметрических уравнений:

$$\begin{cases} t = 20u; \\ \varphi = 100v; \\ i = 19,33u - 3,09u^3 + 1,28u^4 + 9,83v + 2,99v^3 - 1,28v^4 + 2,56u^2 - 2,08v^2 + 15,06uv^2 - 33,83uv^3 + \\ + 20,09uv^4 + 11,91uv - 15,69u^2v + 97,31u^2v^2 - 87,29u^2v^3 + 19,98u^2v^4 + 75,4u^3v - 301,62u^3v^2 + \\ + 350,15u^3v^3 - 130,28u^3v^4 - 44,2u^4v + 188,9u^4v^2 - 228,12u^4v^3 + 89,88u^4v^4. \end{cases}$$

Для второго отсека, проходящего через 22 наперед заданные точки, запишем следующую систему параметрических уравнений:

$$\begin{cases} t = 20 + 20v; \\ \varphi = (100 - 83,33v + 566,67v^2 - 1066,67v^3 + 533,33v^4)u; \\ i = 37,26u + 3,89u^3 - 1,6u^4 + 18,19v - 2,38u^2 - 12,91v^3 + 5,97v^4 + 8,83v^2 + 652,9uv^2 - \\ - 1045,5uv^3 + 476,48uv^4 - 63,17uv + 273,09u^2v - 1300,4u^2v^2 + 1920,48u^2v^3 - 888,46u^2v^4 - \\ - 453,35u^3v + 2218,13u^3v^2 - 3316,62u^3v^3 + 1547,95u^3v^4 + 223,68u^4v - 1099,88u^4v^2 + \\ + 1657,17u^4v^3 - 779,38u^4v^4 + 20,08. \end{cases}$$

Получим систему параметрических уравнений, определяющую третий отсек поверхности отклика, проходящий через 13 наперед заданных точек:

$$\begin{cases} t = 40 + 15v; \\ \varphi = 50u - 352,5uv + 667,5uv^2 - 360uv^3 + 1335u^2v - 3270u^2v^2 + 1935u^2v^3 - 1920u^3v + 4800u^3v^2 - \\ - 2880u^3v^3 + 960u^4v - 2400u^4v^2 + 1440u^4v^3; \\ i = 57,96u + 14,93v + 0,45v^2 + 0,23v^3 + 2,32u^2 - 441,32uv + 867,36uv^2 - 471,42uv^3 + \\ + 2028,08u^2v - 4945,14u^2v^2 + 2914,74u^2v^3 - 2999,04u^3v + 7497,6u^3v^2 - 4498,56u^3v^3 + \\ + 1526,4u^4v - 3815u^4v^2 + 2289,6u^4v^3 + 40,16. \end{cases}$$

На рис. 5 наглядно представлена визуализация общей геометрической модели зависимости энтальпии влажного воздуха от его температуры и относительной влажности.

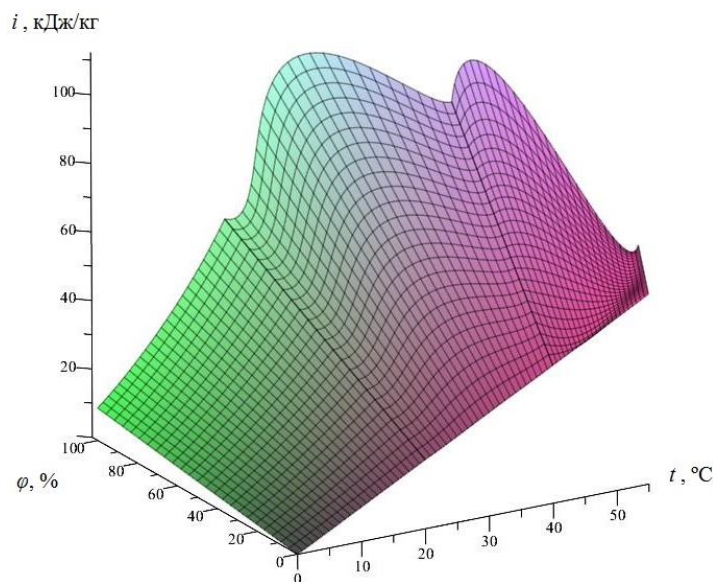


Рис. 5. Визуализация общей геометрической модели зависимости энтальпии от температуры и относительной влажности воздуха в пределах $t = 0-55^\circ\text{C}$, $\varphi = 0-100\%$

Анализ эффективности геометрического моделирования параметров физического состояния воды и водяного пара

К сожалению, авторам не удалось найти работы, связанные с оценкой достоверности геометрических моделей. Поэтому для оценки достоверности предложенных моделей было

решено воспользоваться близким по смыслу коэффициентом детерминации из регрессионного анализа, который производит сравнение между расчетными значениями и исходными данными.

Особенность полученных моделей заключается в том, что соответствие их исходным данным уже было заложено на стадии моделирования, и потому коэффициент детерминации таких моделей будет равен 1, так как была получена функциональная зависимость между исходными данными и 3-мя отсеками составной поверхности отклика. Поэтому для проверки адекватности предложенных моделей воспользуемся дополнительными промежуточными данными в количестве 79 точек, зафиксировав их значения на *i-d* диаграмме. Коэффициент детерминации R^2 вычислим в программе Excel с помощью функции КВПИРСОН. Результаты проверки достоверности для обеих геометрических моделей приведены в табл. 2.

Таблица 2

Оценка достоверности геометрических моделей

Геометрическая модель	Коэффициент детерминации
Зависимость влагосодержания от температуры и относительной влажности воздуха	$R^2 = 0,9996$
Зависимость энтальпии от температуры и относительной влажности воздуха	$R^2 = 0,9999$

Исходя из значений коэффициента детерминации, приведенных в табл. 2, можно сделать вывод о получении качественных геометрических моделей, соответствующих не только исходным, но и промежуточным данным.

Заключение. В данной работе на примере влагосодержания и энтальпии влажного воздуха представлены геометрические модели физического состояния воды и водяного пара, а также получены их аналитические зависимости. Разработанные геометрические модели представляют собой две отдельные составные поверхности отклика для влагосодержания и энтальпии влажного воздуха, которые принадлежат трехмерному пространству. Предложенный подход к моделированию является универсальным, так как позволяет определить другие искомые параметры физического состояния воды и водяного пара в зависимости от поставленной задачи и исходных данных.

Выполнен анализ эффективности геометрического моделирования значений влагосодержания и энтальпии влажного воздуха, которые получены из *i-d* диаграммы, с расчетными значениями, полученными на основе геометрического моделирования в БН-исчислении. В результате чего была достигнута практически полная сходимость между геометрическими моделями и реальными значениями (для моделирования влагосодержания коэффициент детерминации составил $R^2 = 0,9996$, а для моделирования энтальпии влажного воздуха – $R^2 = 0,9999$). На основании полученных результатов исследований сделан вывод о том, что предложенные геометрические модели обеспечивают высокую точность инженерных расчетов и могут применяться для эффективного проектирования систем вентиляции и кондиционирования, процессов нагрева, охлаждения и осушки воздуха. Кроме того, расчетные алгоритмы полученных геометрических моделей, которые аналитически описаны точечными уравнениями, легко программируются на ЭВМ. Это позволяет быстро и максимально точно рассчитать все необходимые значения параметров физического состояния воды и водяного пара, а также установить другие взаимозависимости между ними.

Литература

1. Кириллин В. А., Сычев В. В., Шейндлин А. Е. Техническая термодинамика. 5-е изд. М. : Изд-во МЭИ, 2008. 496 с.
2. Александров А. А., Григорьев Б. Г. Таблицы теплофизических свойств воды и водяного пара. М. : Изд-во МЭИ, 1999. 168 с.

3. Никитин А. А., Рябова Т. В., Поддубный Р. А. Процессы обработки воздуха в системах кондиционирования воздуха // Науч. журнал НИУ ИТМО. Сер. Холодильная техника и кондиционирование. 2015. № 2. С. 38–44.
4. Соколов А. В. Моделирование процессов $i-d$ диаграммы влажного воздуха // Решетневские чтения. 2017. Т. 1, № 21. С. 245–246.
5. Никитин А. А., Рябова Т. В., Поддубный Р. А., Василенок А. В. Сравнительный анализ графического и программно-ориентированного метода определения параметров влажного воздуха // Низкотемпературные и пищевые технологии в XXI веке : материалы VII Междунар. науч.-тех. конф., Санкт-Петербург, 17–20 ноября 2015. № 1. СПб., 2015. С. 361–363.
6. Кирсанов В. В., Игнаткин И. Ю. Математическая модель водоиспарительного охлаждения в системах вентиляции // Вестник МГАУ им. В. П. Горячкина. 2017. № 1 (77). С. 14–20.
7. Конопацкий Е. В. Геометрическое моделирование и оптимизация многофакторных процессов и явлений методом многомерной интерполяции // Труды Междунар. науч. конф. по физико-технической информатике СРТ2018, 28–31 мая 2018 г. Москва – Протвино, 2018. С. 299–306.
8. Воронова О. С., Конопацкий Е. В. Геометрическое моделирование физических параметров влажного воздуха // Инвестиции, строительство, недвижимость как материальный базис модернизации и инновационного развития экономики : материалы VIII Междунар. науч.-практич. конф., 13–15 марта 2018 г. : в 2 ч. Томск : Изд-во Том. гос. архит.-строит. ун-та, 2018. Ч. 1. С. 318–322.
9. Балюба И. Г., Найдыш В. М. Точечное исчисление : учеб. пособие / под ред. В. М. Верещаги. Мелитополь : МГПУ им. Б. Хмельницкого, 2015. 236 с.
10. Бумага А. И., Конопацкий Е. В., Крысько А. А., Чернышева О. А. Введение в математические аппарат БН-исчисления // Проблемы качества графической подготовки студентов в техническом вузе: традиции и инновации. 2017. Т. 1. С. 76–82.
11. Найдыш В. М., Балюба И. Г., Верещага В. М. Алгебра БН-исчисления. Прикладна геометрія та інженерна графіка // Міжвідомчий науково-технічний збірник. К. : КНУБА, 2012. Вип. 90. С. 210–215.