

УДК 624.04:539.3:519.8

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ БЕТОННОЙ СТОЙКИ В КОМПОЗИТНОЙ ОБОЙМЕ

Г. Л. Горынин, В. А. Снигирева

Сургутский государственный университет, ggorynin@list.ru, snow-vera@mail.ru

При работе бетонной стойки в стальной обойме под нагрузкой на бетон со стороны стальной трубы действует радиальное реактивное давление обжатия, бетон находится в состоянии всестороннего сжатия в связи, с чем возрастает его прочность. Однако стальная обойма при работе трубобетонной конструкции такого типа оказывается недостаточно нагруженной, так как исключается ее работа в продольном направлении, поэтому целесообразнее использовать композитную обойму, обладающую достаточно высокими прочностными характеристиками в поперечном направлении и незначительными – в продольном.

В работе описан полученный пространственный закон напряженно-деформированного состояния материала композитной обоймы трубобетонной стойки. Представлена формула реактивного бокового обжатия бетона композитной обоймой. Получено аналитическое решение задачи о сжатии бетонной стойки в композитной обойме с учетом нелинейного поведения бетона. Приводится сравнение повышения несущей способности бетонной стойки в стальной и в композитной базальтопластиковой обоймах.

Сделан вывод о том, что применение композитных обойм в составе трубобетонных конструкций является перспективным направлением дальнейших исследований, а также о том, что необходимо использовать волокна, обладающие более высокими деформационными характеристиками.

Ключевые слова: трубобетонные конструкции, композитные конструкции, бетонная стойка в композитной обойме.

MATHEMATICAL MODELING FOR STRESS-STRAIN STATE OF CONCRETE COLUMN IN COMPOSITE CAGE

G. L. Gorynin, V. A. Snigireva

Surgut State University, ggorynin@list.ru, snow-vera@mail.ru

The concrete is in a state of triaxial compression when the concrete column in a steel cage is operated under load. The concrete is under the reactive lateral pressure from the tube, therefore strength of concrete increases. However, the steel casing in concrete-filled steel tube structures of this type occurs to be not loaded enough, since it is not loaded in the longitudinal direction. In this regard, it is most expedient to use a composite casing instead of a steel one. It is proposed to use a composite cage, which has high strength properties in the transverse direction and insignificant properties in the longitudinal direction.

The article describes the deduced formula for the three-dimensional model of a composite cage material in a stress-strain state. The paper presents the formula for reactive lateral compression from a composite cage to a concrete. The analytical solution to the problem of compressing a concrete column in a composite cage taking into account the nonlinear behavior of concrete is obtained. The increases in the load-bearing capacity of the concrete column in steel and composite basalt-plastic cages are compared.

It brings us to the conclusion that the use of composite cage in concrete-filled steel tube structures is a promising direction for further research and that it is necessary to use fibers having higher deformation characteristics.

Keywords: concrete-filled steel tube structures, composite structures, concrete column in composite cage.

Проблемы и перспективы трубобетонных конструкций. Одним из перспективных направлений современного строительства является использование композитных материалов и конструкций, обладающих улучшенными свойствами. В результате рационального сочетания традиционных материалов в композитной конструкции проявляются лучшие свойства ее составляющих. Однако расчет таких конструкций является сложной задачей, поскольку предполагает учет пространственного взаимодействия материалов, обладающих разными свойствами [1].

Примером композитных конструкций являются трубобетонные конструкции, используемые в основном в качестве колонн, свай, элементов ферм. Традиционные трубобетонные конструкции представляют собой стальную трубу, заполненную бетонной смесью [2]. Основной идеей проектирования трубобетонных конструкций является реализация всестороннего обжатия бетона вследствие сдерживания его поперечных деформаций трубой, в результате чего прочность бетона возрастает [1]. Однако опыты исследователей [2] и результаты моделирования напряженно-деформированного состояния традиционных трубобетонных конструкций, которые были получены ранее, свидетельствуют об обратном [3]. В традиционных трубобетонных стойках происходит нарушение совместной работы стали и бетона вследствие растяжения бетона трубой в радиальном направлении, что является главным неустраняемым недостатком таких конструкций.

В ранней работе [4] предложена конструкция трубобетонной стойки, в которой реализуется всестороннее обжатие бетона, а именно: бетонной стойки в стальной обойме. При использовании такой конструкции нагрузка прикладывается на бетонную стойку, а стальная труба сдерживает поперечные деформации бетона, тем самым оказывая реактивное боковое давление обжатия на бетон и повышая его прочность. Бетонная стойка в стальной обойме является эффективной конструкцией, однако рациональность использования стальной трубы спорна. Стальная обойма при работе трубобетонной конструкции такого типа оказывается недостаточно загруженной, так как исключается ее работа в продольном направлении. В связи с этим целесообразнее использовать композитную обойму, обладающую достаточно высокими прочностными характеристиками в поперечном направлении и незначительными – в продольном. Примером такой обоймы является базальтопластиковая труба.

Моделирование напряженно-деформированного состояния композитной обоймы. Композитная оболочка представляет собой параллельно расположенные волокна материала повышенной прочности в связующей среде, волокна ориентированы поперек продольной оси трубы (рис. 1). Напряженно-деформированное состояние такой оболочки рассматривается как осесимметричное (в цилиндрической системе координат $r\theta z$) в связи с продольным осевым нагружением трубобетонной стойки.

Будем считать, что оболочка состоит из ортотропного упругого материала, для которого справедлив обобщенный закон Гука [5]:

$$\begin{cases} \varepsilon_{\theta\theta} = \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_\theta} - \nu_{\theta r} \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \nu_{\theta z} \frac{\sigma_{zz}}{E_z}; \\ \varepsilon_{rr} = -\nu_{r\theta} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_\theta} + \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \nu_{rz} \frac{\sigma_{zz}}{E_z}; \\ \varepsilon_{zz} = -\nu_{z\theta} \frac{\sigma_{\theta\theta}}{E_\theta} - \nu_{zr} \frac{\sigma_{rr}}{E_r} - \frac{\sigma_{zz}}{E_z}, \end{cases}$$

где $\sigma_{\alpha\beta}$ – напряжения,
 $\varepsilon_{\alpha\beta}$ – деформации,

$\nu_{\alpha\beta}$ и E_α – коэффициенты Пуассона и модули Юнга для ортотропного материала, $\alpha, \beta \in \{r, \theta, z\}$.

Из условий симметрии [6] считаем, что:

$$E_z = E_r, \nu_{\theta z} = \nu_{\theta r}, \nu_{rz} = \nu_{rz}, \nu_{z\theta} = \nu_{r\theta}, \frac{\nu_{\theta r}}{E_r} = \frac{\nu_{r\theta}}{E_\theta}. \quad (1)$$

В результате выражения напряжений через деформации получаем пространственный закон напряженно-деформированного состояния материала композитной оболочки:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{\theta\theta} &= \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r (1 - \nu_{rz})}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{rr} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{zz} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta}; \\ \sigma_{rr} &= \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{rr} \left(\frac{E_r}{E_r - \nu_{\theta r}^2 E_\theta} \left(E_r + \frac{(\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)^2}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})} \right) \right) + \\ &+ \varepsilon_{zz} \frac{E_r (\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})}; \\ \sigma_{zz} &= \varepsilon_{\theta\theta} \frac{E_\theta E_r \nu_{\theta r}}{E_r (1 - \nu_{rz}) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta} + \varepsilon_{rr} \frac{E_r (\nu_{\theta r}^2 E_\theta + \nu_{rz} E_r)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})} + \\ &+ \varepsilon_{zz} \frac{E_r (E_r - \nu_{\theta r}^2 E)}{E_r (1 - \nu_{rz}^2) - 2\nu_{\theta r}^2 E_\theta (1 + \nu_{rz})}. \end{aligned} \right. \quad (2)$$

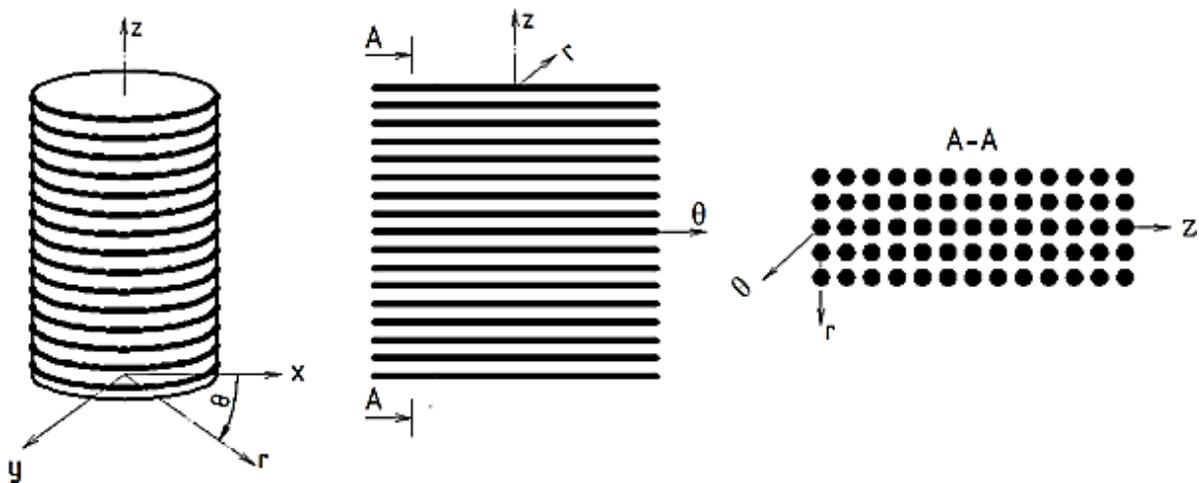


Рис. 1. Схема композитной обоймы бетонной стойки

Моделирование напряженно-деформированного состояния бетона. Известно, что бетон является нелинейно деформируемым материалом, что вызывает сложности его моделирования. В работах [7, 8] был получен пространственный закон напряженно-деформированного состояния бетонного ядра трубобетонной стойки:

$$\sigma_{\alpha\beta} = \sigma_{\alpha\beta}^* + \Delta\sigma_{\alpha\beta}, \quad (3)$$

где $\sigma_{\alpha\beta}^*$ – напряжения при $\sigma_{zz}^* = 0,6R_b$;

R_b – расчетное сопротивление бетона одноосному осевому сжатию;

$\Delta\sigma_{\alpha\beta}$ – приращения напряжений, которые связаны с приращениями деформаций $\Delta\varepsilon_{\alpha\beta}$ следующими формулами:

$$\left\{ \begin{aligned} \Delta\sigma_{rr} &= \Delta\varepsilon_{rr} \left(\frac{E}{1-\nu^2} + \frac{E^2\nu_1^2}{(1-\nu)(E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E)} \right) + \\ &+ \Delta\varepsilon_{\theta\theta} \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + \frac{E^2\nu_1^2}{(1-\nu)(E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E)} \right) + \Delta\varepsilon_{zz} \frac{EE_1\nu_1}{E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E}; \\ \Delta\sigma_{\theta\theta} &= \Delta\varepsilon_{\theta\theta} \left(\frac{E}{1-\nu^2} + \frac{E^2\nu_1^2}{(1-\nu)(E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E)} \right) + \\ &+ \Delta\varepsilon_{rr} \left(\frac{E\nu}{1-\nu^2} + \frac{E^2\nu_1^2}{(1-\nu)(E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E)} \right) + \Delta\varepsilon_{zz} \frac{EE_1\nu_1}{E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E}; \\ \Delta\sigma_{zz} &= \frac{E_1^2(1-\nu)}{E_1(1-\nu)-2\nu_1^2E} \left(\Delta\varepsilon_{zz} + \frac{E\nu_1}{E_1(1-\nu)} (\Delta\varepsilon_{rr} + \Delta\varepsilon_{\theta\theta}) \right), \end{aligned} \right. \quad (4)$$

где E , ν и E_1 , ν_1 – модуль Юнга и коэффициент Пуассона бетона, когда величины напряжений соответствуют участкам 0–1 или 0–2 диаграммы (рис. 2) соответственно.

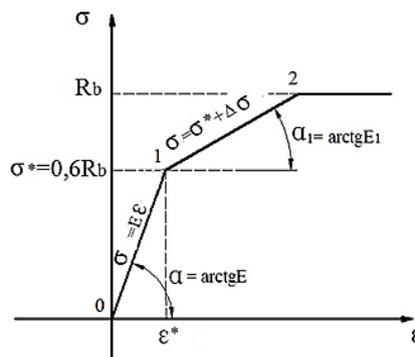


Рис. 2. Трехлинейная диаграмма деформирования бетона при сжатии (значения напряжений и деформации используются без учета знака)

Моделирование напряженно-деформированного состояния бетонной стойки в композитной обойме. Для обозначения физических величин, относящихся к трубе-обойме, будем использовать верхний индекс S, к бетону – верхний индекс C. Радиальное давление на контакте слоев (давление обжатия) обозначаем как p_0 (рис. 3).

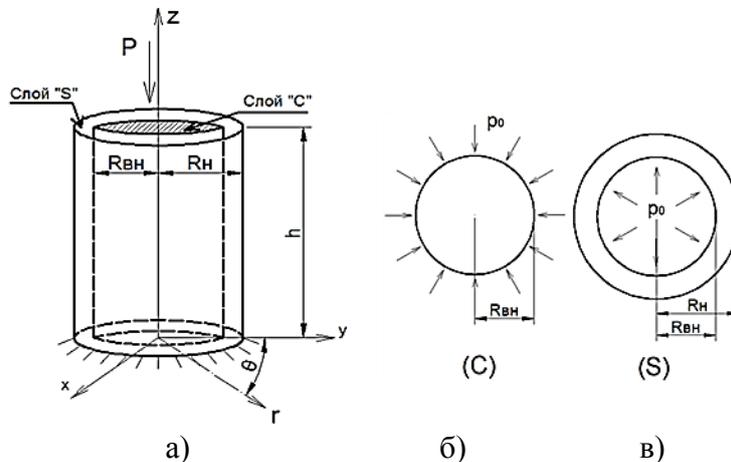


Рис. 3. Расчетная схема: а) труботонная стойка; б) сечение бетонного ядра стойки; в) сечение трубы-обоймы стойки

В силу осесимметричности задачи одно из уравнений равновесий выполняется тождественно, а остальные два упрощаются и имеют вид [5]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial z} + \frac{\sigma_{rz}}{r} &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Согласно расчетной схеме справедливы краевые условия на торцах стойки и боковой поверхности:

$$\text{при } z=0: W=0; \text{ при } z=h: \int_{F^C} \sigma_{zz} dF = -P; \text{ при } r=R_n: \sigma_{rr}^S = 0, \quad (6)$$

где W – перемещения вдоль оси z ;

F^C – площадь сечения бетонного ядра.

Для обеспечения совместной работы трубы-оболочки и бетонного цилиндра необходимо выполнение условий сопряжения слоев:

$$\text{при } r=R_{\text{вн}}: \sigma_{rr}^C = \sigma_{rr}^S, \quad U^C = U^S, \quad (7)$$

где U^C и U^S – перемещения в направлении оси r бетона и стали соответственно.

В результате решения задачи (1)–(7) получаем, что давление обжатия бетона композитной трубой p_0 определяется из решения системы:

$$\begin{cases} k_1 \frac{1}{\sqrt{Z}+1} (E_\theta v_{\theta r} (1+v_{rz}) + \sqrt{Z} (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)) \cdot (R_n^{\sqrt{Z}+1} - R_{\text{вн}}^{\sqrt{Z}+1}) + \\ + k_2 \frac{1}{\sqrt{Z}+1} (E_\theta v_{\theta r} (1+v_{rz}) - \sqrt{Z} (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)) \cdot (R_n^{-\sqrt{Z}+1} - R_{\text{вн}}^{-\sqrt{Z}+1}) + \\ + k_3 \frac{1}{2} (E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta - W) \cdot (R_n^2 - R_{\text{вн}}^2) = 0; \\ k_1 (L + \sqrt{Z} \cdot A) R_{\text{вн}}^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L - \sqrt{Z} \cdot A) R_{\text{вн}}^{-\sqrt{Z}-1} + k_3 (Q - M(L+A)) + p_0 = 0; \\ k_1 (L + \sqrt{Z} \cdot A) R_n^{\sqrt{Z}-1} + k_2 (L - \sqrt{Z} \cdot A) R_n^{-\sqrt{Z}-1} + k_3 (Q - M(L+A)) = 0; \\ k_1 R_{\text{вн}}^{\sqrt{Z}-1} + k_2 R_{\text{вн}}^{-\sqrt{Z}-1} + k_3 M + p_0 \frac{1-v^C}{E^C} = \frac{P}{\pi R_{\text{вн}}^2} \cdot \frac{v_1^C}{E_1^C} - N, \end{cases}$$

где k_1, k_2, k_3, p_0 – неизвестные; M, Z, W, L, A, Q, N – константы.

$$M = \frac{((v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r) - E_\theta v_{\theta r} (1+v_{rz}))(E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta)}{E_r (E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta (1+v_{rz})) + (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)^2 - E_\theta (1-v_{rz}^2)(E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta)},$$

$$Z = \frac{E_\theta (1-v_{rz}^2)(E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta)}{E_r (E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta (1+v_{rz})) + (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)^2},$$

$$W = \frac{((v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)^2 - E_\theta^2 v_{\theta r}^2 (1+v_{rz}^2))(E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta)}{E_r (E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta (1+v_{rz})) + (E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta)((v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)^2 - E_\theta (1-v_{rz}^2))},$$

$$L = \frac{E_r E_\theta v_{\theta r}}{E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta}, \quad A = \frac{E_r}{E_r - v_{\theta r}^2 E_\theta} \left(E_r + \frac{(v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)^2}{E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta (1+v_{rz})} \right),$$

$$Q = \frac{E_r (v_{\theta r}^2 E_\theta + v_{rz} E_r)}{E_r (1-v_{rz}^2) - 2v_{\theta r}^2 E_\theta (1+v_{rz})}.$$

Наибольший интерес представляет определение несущей способности бетонной стойки в композитной обойме в зависимости от обжатия бетона реактивным давлением p_0 . Предел прочности бетона, который возрастает вследствие всестороннего обжатия, определяем согласно зависимости [2, 9]:

$$R_{b,3} = R_b + 4 \cdot p_0, \quad (7)$$

где R_b – расчетное сопротивление бетона в состоянии трехосного сжатия.

Пример. Рассмотрим пример расчета бетонной стойки в стальной и базальтопластиковой обоймах. Сравним толщины стальной и базальтопластиковой труб при равных давлениях обжатия бетона.

Принимаем $R_{bh} = 0,210$ м, задаемся разными толщинами стенки трубы. Деформационно-прочностные характеристики бетона и стали принимаем согласно [10, 11]: $E^C = 30000$ МПа, $E^S = 8571,4$ МПа, $R_b = 14,5$ МПа, $\nu^c = 0,2$, $\nu_1^c = 0,25$ (бетон В25) и $E^S = 206000$ МПа, $\nu^S = 0,3$.

В настоящее время разработаны конструкции базальтопластиковых оболочек, имеющие следующие механические характеристики:

[12]: $\nu_{\theta r} = 0,206$, $\nu_{rz} = 0,3$, $E_r = 36050$ МПа, $E_{\theta} = 24520$ МПа;

[13]: $E_r = 30842$ МПа, $E_{\theta} = 19771$ МПа;

[14]: $E_r = 27310$ МПа, $E_{\theta} = 28880$ МПа.

В табл. 1 представлены результаты конструирования с использованием таких оболочек.

Таблица 1

Результаты расчетов

p_0 , МПа	$R_{b,3}$, МПа	$\frac{R_{b,3}}{R_b}$	Толщина стенки стальной трубы, мм	Толщина стенки базальтопластиковой трубы, мм		
				При E_{θ}, E_r по данным [12]	При E_{θ}, E_r по данным [13]	При E_{θ}, E_r по данным [14]
1,34	19,87	1,37	4	37	47	30
2,71	25,34	1,75	6	59	76	47

В первых трех столбцах представлены заданные значения давления обжатия бетона p_0 , предел прочности обжатого трубой бетона $R_{b,3}$, отношение предела прочности обжатого трубой бетона к сопротивлению бетона одноосному осевому сжатию. Минимальная толщина стенки трубы соответствует толщине стальной трубы. Толщина базальтопластиковой трубы превышает толщину стальной трубы в 8–10 раз. При подсчете масса базальтопластиковой оболочки превышает массу стальной в 2 и более раза. Таким образом, использование оболочек из разработанных в настоящее время материалов [12, 13, 14] менее эффективно, чем использование стальных оболочек. Следовательно, для применения композитных оболочек необходима разработка иных конструкций этих оболочек с использованием других армирующих материалов.

Результаты:

1. Предложен закон, описывающий пространственное напряженно-деформированное состояние материала композитной обоймы труботонной стойки.

2. Разработана математическая модель пространственного напряженно-деформированного состояния бетонной стойки в композитной обойме с учетом нелинейного деформирования бетона.

3. Масса базальтопластиковой обоймы бетонной стойки превышает массу стальной обоймы при равном давлении обжатия бетона в связи с пониженными деформационными характеристиками базальтовых волокон.

4. Использование имеющихся базальтопластиковых обойм нерационально. Необходимо разработка композитных обойм с волокнами из материалов, обладающих высокими как прочностными, так и деформационными характеристиками.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-07-01326.

Литература

1. Овчинников И. И., Овчинников И. Г., Чесноков Г. В., Михалдыкин Е. С. О проблеме расчета трубобетонных конструкций с оболочкой из разных материалов. Ч. 2. Расчет трубобетонных конструкций с металлической оболочкой // *Наукоедение*. 2015. Т. 7. № 4. URL: <http://naukovedenie.ru/PDF/148TVN615.pdf> (дата обращения: 01.09.2018).
2. Кикин А. И., Санжаровский Р. С., Труль В. А. Конструкции из стальных труб, заполненных бетоном. М. : Стройиздат, 1974. 144 с.
3. Кришан А. Л. Прочность трубобетонных колонн с предварительно обжатым ядром: дис. ... докт. техн. наук. Магнитогорск, 2011. 380 с.
4. Горынин Г. Л., Снигирева В. А. Математическое моделирование напряжённо-деформированного состояния трубобетонных конструкций // *Вестник кибернетики*. 2016. № 1 (21). С. 29–37.
5. Теребушко О. И. Основы теории упругости и пластичности. М. : Наука, 1984. 320 с.
6. Горынин Г. Л., Немировский Ю. В. Пространственные задачи изгиба и кручения слоистых конструкций. Метод асимптотического расщепления. Новосибирск : Наука, 2004. 409 с.
7. Горынин Г. Л., Снигирева В. А. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния трубобетонных конструкций с учетом нелинейного поведения бетона // *Изв. высш. учеб. заведений. Строительство*. 2017. № 4 (700). С. 17–29.
8. Gorynin G. L., Snigireva V. A. Non-linear simulation of load-bearing capacity for steel-encased concrete piles // *Advances in Engineering Research*. Paris, 2017. Vol. 133. P. 816–822.
9. Richart F., Brown A., Brandraeg A. A study of failure of concrete under combined compressive stresses // *University Illinois Eng Exper Station Bull*. 1928. № 185. 105 p.
10. СП 63.13330.2012 Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения. Актуализированная редакция СНиП 52-01-2003. М., 2012. 147 с.
11. СП 16.13330.2011 Стальные конструкции. Актуализированная редакция СНиП II-23-81. М., 2011. 173 с.
12. Русак В. Н., Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Соболев Л. А., Суханов А. В., Попов В. Г. Предельная деформируемость и прочность базальтопластиковых оболочек при внутреннем взрывном нагружении // *Приклад. механика и технич. физика*. 2002. Т. 43. № 1. С. 186–195.
13. Ходакова Н. Н., Блазнов А. Н., Самойленко В. В., Краснова А. С., Гребнев С. С., Родионов И. А. Влияние схемы намотки на формирование механических свойств изделий из композитов в продольном и поперечном направлении // *Южн.-Сибир. науч. вестн*. 2016. № 4 (16). С. 17–25.
14. Блазнов А. Н., Ходакова Н. Н., Самойленко В. В., Гребнев С. С., Родионов И. А., Краснов А. А. Исследование различных схем намотки изделий на основе базальтового и стеклянного ровингов // *Южн.-Сибир. науч. вестн*. 2016. № 4 (16). С. 10–16.