

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 519.673

DOI 10.34822/1999-7604-2021-1-6-11

МОДЕЛЬ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО СБЛИЖЕНИЯ НА ПЛОСКОСТИ
ГРУППЫ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЕЙ С ОДНОВРЕМЕННЫМ ДОСТИЖЕНИЕМ ЦЕЛИ

А. А. Дубанов

*Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, Улан-Удэ, Россия**E-mail: alandubanov@mail.ru*

В статье рассмотрена кинематическая модель преследования одиночной цели группой преследователей методом параллельного сближения, основанная на том, что преследователи стараются придерживаться заранее спроектированных траекторий. Траектории преследователей имеют ограничения по кривизне. Начальные направления скоростей преследователей имеют произвольный характер, что вносит изменения в известный метод параллельного сближения. Цель в модели достигается преследователями одновременно из-за изменения длины прогнозируемых траекторий путем синхронизации времени. Изменение длины происходит за счет увеличения радиуса кривизны на первоначальном участке траектории.

Ключевые слова: преследование, цель, достижение, синхронизация, сближение.

PARALLEL APPROACH MODEL ON PLANE
OF GROUP OF PURSUERS WITH SIMULTANEOUS ACHIEVEMENT OF THE GOAL

A. A. Dubanov

*Buryat State University named after D. Banzarov, Ulan-Ude, Russia**E-mail: alandubanov@mail.ru*

The article discusses a kinematic model of a group pursuing a single target by the method of parallel approach. The model is based on the fact that pursuers try to stick to pre-designed trajectories. The pursuer's trajectories have curvature constraints. The initial directions of the pursuers' velocities are arbitrary, which changes the well-known method of the parallel approach. In our model, the goal is achieved by the pursuers simultaneously. This is due to the change in the lengths of the predicted trajectories by time synchronization to reach the target. The change in length occurs due to an increase in the radius of curvature in the initial section of the trajectory.

Keywords: pursuit, goal, achievement, synchronization, approach.

Введение

Характерная особенность метода параллельного сближения на плоскости [1–3] заключается в том, что скорость преследователя направлена в точку на окружности Аполлония. Окружностью Аполлония называется геометрическое место точек, отношение расстояний от которых до двух заданных точек равно постоянной величине, не равной 1. На итерационной схеме метода параллельного сближения (рис. 1) это точка K_i , точка P_i – положение преследователя, точка T_i – положение цели в i момент времени, а $\frac{|K_i P_i|}{|K_i T_i|} = \frac{V_P}{V_T} = Const$, где V_P и V_T – модули скоростей преследователя и цели.

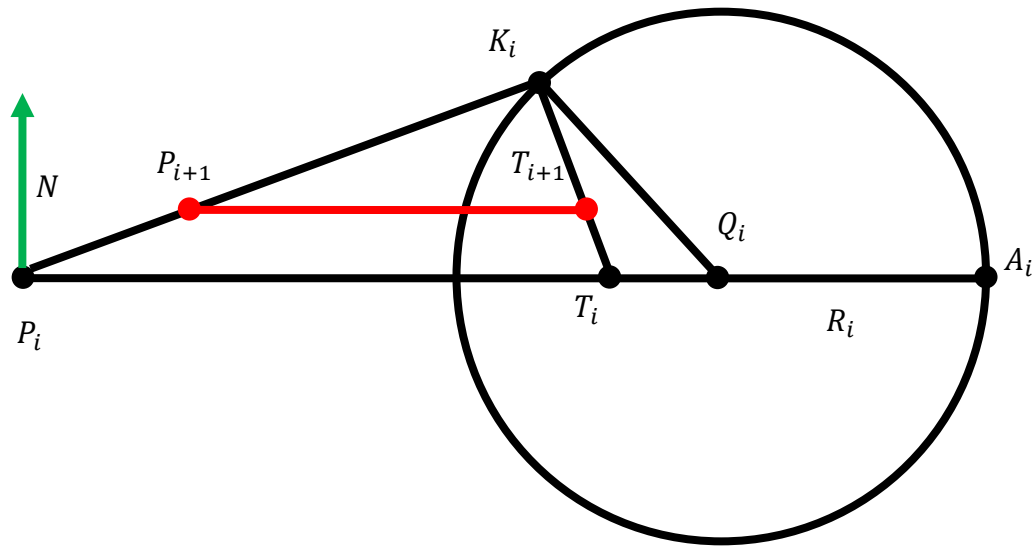


Рис. 1. Параллельное сближение преследователя и цели
Примечание: составлено автором.

Следующий шаг итераций описывается формулой (1):

$$P_{i+1} = P_i + V_P \cdot \frac{P_i K_i}{|P_i K_i|} \cdot \Delta T, T_{i+1} = T_i + V_T \cdot \frac{T_i K_i}{|T_i K_i|} \cdot \Delta T. \quad (1)$$

Радиус R_i и центр окружности Q_i Аполлония рассчитываются по формуле (2):

$$R_i = \frac{V_T^2}{V_P^2 - V_T^2} \cdot |T_i - P_i|, Q_i = T_i + \frac{V_T^2}{V_P^2 - V_T^2} \cdot (T_i - P_i). \quad (2)$$

Координаты точки K_i есть результат решения системы уравнений относительно непрерывного параметра t (3):

$$\begin{cases} (K_i - Q_i)^2 = R_i^2 \\ K_i = T_i + V_T \cdot \frac{T_{i+1} - T_i}{|T_{i+1} - T_i|} \cdot t \end{cases} \quad (3)$$

При параллельном сближении линия визирования остается параллельной себе: $(P_i T_i)$, $(P_{i+1} T_{i+1})$ и так далее.

Постановка задачи

Как видно из описания метода параллельного сближения, начальная скорость преследователя не может иметь произвольного направления в такой постановке задачи.

В представленном исследовании реализован метод, близкий к методу параллельного сближения, в котором скорости V_1, V_2 преследователей P_1, P_2 направлены произвольно.

Цель исследования – для каждого из преследователей сформировать однопараметрическое множество конгруэнтных линий (рис. 2), которые будут являться прогнозируемыми траекториями в определенный момент времени. Положение прогнозируемых траекторий в момент времени диктуется положением цели T .

Однопараметрическое множество конгруэнтных линий для каждого из преследователей (рис. 2) является аналогом множества прямых линий $(P_i T_i)$ на рис. 1.

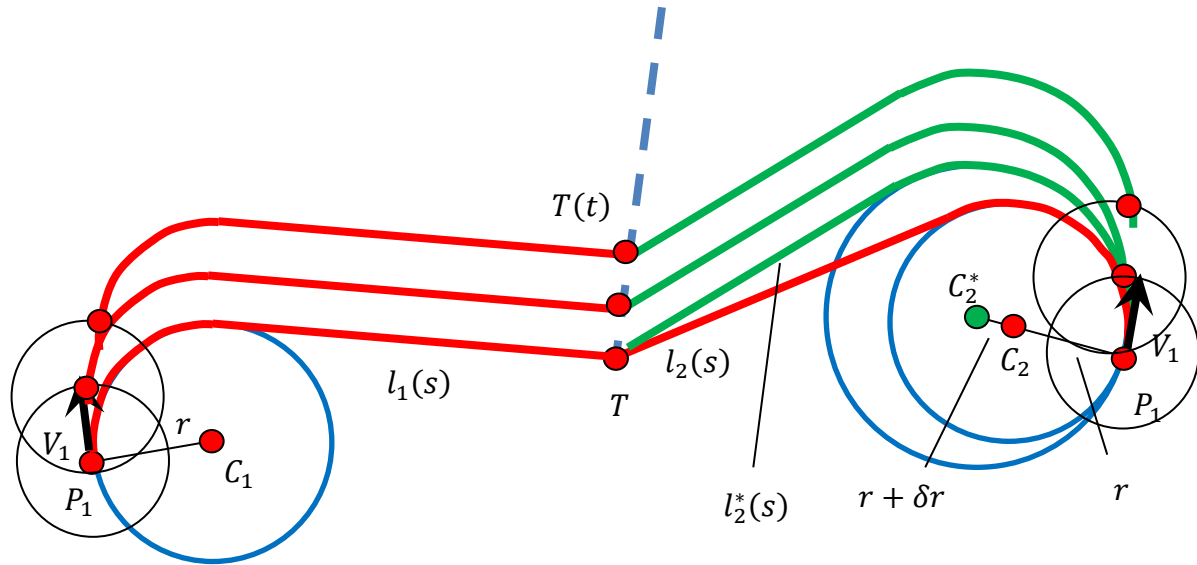


Рис. 2. Преследование цели двумя преследователями с произвольным начальным направлением скоростей
Примечание: составлено автором.

Задача – модифицировать в этой модели прогнозируемые траектории так, чтобы передвижение преследователей в момент достижения цели завершилось одновременно. На рис. 2 показана итерационная схема расчета каждого преследователя – это точка пересечения окружности с центром в точке текущего нахождения преследователя с радиусом дискретного шага с линией, соответствующей следующему положению цели.

Теория

Моделирование составной кривой

Для решения поставленной задачи необходимо смоделировать для каждого преследователя составную кривую (рис. 3).

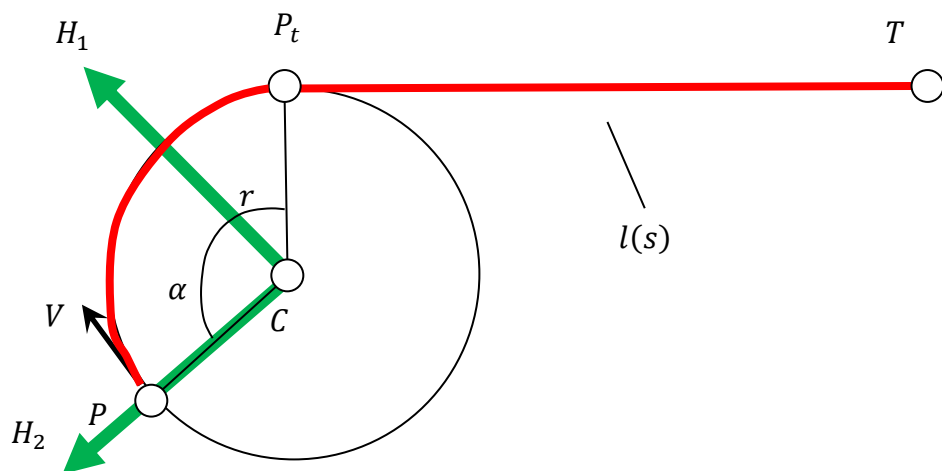


Рис. 3. Моделирование составной кривой
Примечание: составлено автором.

Так как в представленной модели существуют ограничения для кривизны траектории всех участников задачи преследования, то преследователь P в прогнозируемой траектории (рис. 3) пройдет по дуге $\overline{P\bar{P}_t}$, потом выйдет на прямолинейный участок $[P_t T]$ до цели T . Радиус кривизны r окружности (C, r) в этой модели считается заданным и может изменяться в сторону увеличения. Центр C окружности (C, r) удовлетворяет системе уравнений (4):

$$\begin{aligned} |C - P| &= r \\ V \cdot (C - P) &= 0' \end{aligned} \quad (4)$$

где в прямых скобках обозначается модуль вектора.

В локальной системе координат (H_1, H_2) с центром в точке C радиус-вектор уравнения дуги $\overline{P\bar{P}_t}$ будет выглядеть так (5):

$$L_{circle}(\alpha)^* = r \cdot \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \\ \sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right) \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где α – угол между точкой окружности и линией (P_t, C) принимает значения от 0 до $\arccos\left(\frac{(P-C) \cdot (P_t-C)}{|P-C| \cdot |P_t-C|}\right)$, в квадратных скобках обозначается вектор.

Базисные векторы (H_1, H_2) рис. 3 в мировой системе координат (МСК) рассчитываются по формулам (6):

$$H_1 = \frac{V}{|V|}, H_2 = \frac{P - C}{|P - C|}. \quad (6)$$

Перевод в мировую систему координат линии $L_{circle}(\alpha)$ производится следующим образом (7):

$$\begin{aligned} L_{circle}(\alpha) &= \begin{bmatrix} L_{circle}(\alpha)^* \cdot E_1^* \\ L_{circle}(\alpha)^* \cdot E_2^* \end{bmatrix} + C, \\ E_1^* &= \begin{bmatrix} E_1 \cdot H_1 \\ E_1 \cdot H_2 \end{bmatrix}, E_2^* = \begin{bmatrix} E_2 \cdot H_1 \\ E_2 \cdot H_2 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (7)$$

Так будет выглядеть базис МСК в системе координат (H_1, H_2) с центром в точке C . В формулах (7) компонентами векторов являются скалярные произведения, а E_1 и E_2 – это базисные векторы мировой системы координат.

Уравнение для прямолинейного участка $[P_t T]$ представим в параметрическом виде (8):

$$L_{line}(\varepsilon) = (1 - \varepsilon) \cdot P_t + \varepsilon \cdot T, \quad (8)$$

где ε – формальный параметр из области значений $[0: 1]$.

Полученные сегменты линий $L_{circle}(\alpha)$ (7) и $L_{line}(\varepsilon)$ (8) необходимо объединить в одну составную линию и выполнить параметризацию от длины дуги.

На основании произведенных расчетов в тестовой программе получены объединенные массивы координат $\{X_i, Y_i\}, i \in 0..N$ составной кривой. Введем формальный параметр τ , который непрерывно пробегает значения от 0 до N . После процедуры кубической сплайн-интерполяции будем иметь непрерывные координатные функции $X(\tau)$ и $Y(\tau)$ от формального параметра τ .

Параметризация составной кривой от длины дуги

Из уравнения для полного дифференциала длины дуги (10):

$$ds^2 = dX^2 + dY^2, \quad (10)$$

получим дифференциальное уравнение первого порядка для дальнейшей передачи во встроенные решатели задачи Коши (11):

$$D(\tau, s) = \frac{d\tau}{ds} = \frac{1}{\sqrt{\frac{dX^2}{d\tau} + \frac{dY^2}{d\tau}}}, \tau(0) = 0. \quad (11)$$

Таким образом, получены зависимости $X(s)$ и $Y(s)$ от параметра длины дуги. Если параметр длины будет удовлетворять соотношению $s = V \cdot t$, где t – реальное время, то получаем зависимости $X(V \cdot t)$ и $Y(V \cdot t)$, являющиеся координатными функциями базовой линии $l(V \cdot t)$.

Чтобы рассчитать линии, соответствующие положению цели $T(t)$, необходимо к базовым линиям $l_1(V \cdot t)$ и $l_2(V \cdot t)$ прибавить вектор $T(t) - T(0)$ (рис. 2).

Модификация длины прогнозируемых траекторий

При необходимости увеличения длины базовой линии следует учитывать, что ее длина зависит от следующих параметров: координат цели T , координат преследователя P , вектора скорости V преследователя и радиуса r минимального радиуса кривизны (рис. 2, 3).

Следующее положение преследователя есть точка пересечения окружности с радиусом, равным дискретному шагу, с линией, соответствующей следующему положению цели (рис. 2).

Так как представленная модель группового преследования является квазидискретной, задача синхронизации временных промежутков, за которые преследователи достигают цели, сводится к программному увеличению радиуса кривизны r до тех пор, пока наименьший из временных промежутков не будет равен наибольшему.

Результаты

В тестовой программе два преследователя с произвольным направлением скоростей начинают преследовать цель, движущуюся прямолинейно, с постоянной скоростью. Для расчетов использованы результаты работ классиков теории игр Р. Айзекса, Л. Понтрягина и др.

В [9] на рис. 4 представлен первый кадр работы программы, дополненный ссылкой на анимированное изображение [5], текст программы представлен на сайте автора [6].

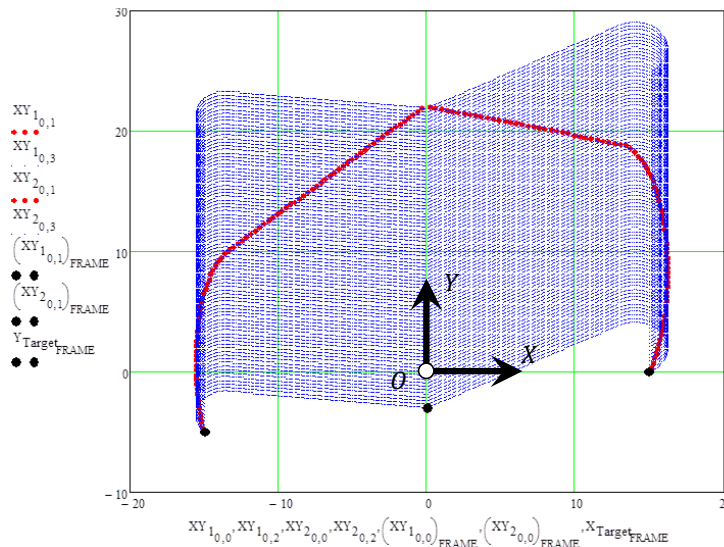


Рис. 4. Результаты моделирования преследования цели

Примечание: составлено автором.

Выводы

В тестовой программе выбран прямолинейный характер движения цели, поскольку любую криволинейную траекторию можно трактовать как совокупность прямолинейных участков, а выбор следующих шагов преследователей с синхронизацией времени достижения цели моделировать так, как если бы цель двигалась прямолинейно. На следующем прямолинейном участке все будет повторяться.

Рассмотрено преследование только одной цели, но ничто не препятствует применению разработанных методов и алгоритмов и в случае одновременного достижения нескольких целей группой из нескольких преследователей. В [7–8] показаны результаты моделирования задачи преследования тремя преследователями двух целей с их одновременным достижением. В [8] приведено анимированное изображение без визуализации сети прогнозируемых траекторий.

Разработанная программа [9] рассматривает предопределенную траекторию цели. В перспективе планируется рассмотрение адаптивного поведения цели с различными стратегиями.

Работа выполнена при финансовой поддержке инновационного гранта Бурятского государственного университета в 2021 г. «Управление четырехзвенным манипулятором по сигналам, полученным с нейроинтерфейса» (научный руководитель А. А. Дубанов).

Литература

1. Бурдаков С. В., Сизов П. А. Алгоритмы управления движением мобильного робота в задаче преследования // Науч.-технич. вестник Санкт-Петербург. гос. политех. ун-та. Компьютерная наука. Телекоммуникации. Управление. 2014. № 6 (210). С. 49–58.
2. Банников А. С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования // Тр. Ин-та математики и информатики УдГУ. 2013. Вып. 1. С. 3–46.
3. Банников А. С. Нестационарная задача группового преследования // Тр. Матем. центра Лобачевского. Казань : Изд-во Казан. матем. общества, 2006. Вып. 34. С. 26–28.
4. Измestьев И. В., Ухоботов В. И. Задача преследования маломаневренных объектов с терминальным множеством в виде кольца // Геометрические методы в теории управления и математической физике: дифференциальные уравнения, интегрируемость, качественные теории : материалы междунар. конф. Рязань, 15–18 сентября 2016 г. М. : ВИНТИ РАН, 2018. С. 25–31.
5. Догнать одновременно плоскость. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=7VNNHwCbWrg> (дата обращения: 22.01.2021).
6. Одновременное достижение цели на плоскости. URL: <http://dubanov.exponenta.ru> (дата обращения: 22.01.2021).
7. NM2: результаты моделирования одновременного достижения двух целей тремя преследователями с визуализацией сети линий прогнозируемых траекторий. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I> (дата обращения: 22.01.2021).
8. NM1: результаты моделирования одновременного достижения двух целей тремя преследователями без визуализации сети линий прогнозируемых траекторий. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=tdbgoNoby3A> (дата обращения: 22.01.2021).
9. Свидетельство о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2020665641. Кинематическая модель метода параллельного сближения.