

УДК 539.143.4

DOI 10.34822/1999-7604-2021-4-71-77

ИЗЛУЧЕНИЕ НЕЙТРАЛЬНОЙ ЧАСТИЦЫ, ОБЛАДАЮЩЕЙ МАГНИТНЫМ МОМЕНТОМ

С. Л. Лебедев

*Сургутский государственный университет, Сургут, Россия**E-mail: lebedev_sl@surgu.ru*

Исследуется излучение нейтральной частицы, обладающей магнитным моментом и совершающей неинерциальное движение в поперечном магнитном поле. Мощность излучения обнаруживает асимметричную зависимость от горизонтальных спиновых компонент. Для релятивистского и нерелятивистского движений симметрия восстанавливается, при этом в первом случае излучение имеется при любой ориентации спина, во втором – отсутствует, если $\vec{\zeta} \parallel \vec{H}$. В случае равномерного движения полученное здесь выражение для мощности совпадает с найденными ранее в классической и квантовой теории.

Ключевые слова: магнитный момент, уравнение Баргманна – Мишеля – Телегди, скорость и мощность излучения, радиационная поляризация, циклический эффект Унру.

THE RADIATION OF NEUTRAL PARTICLE CARRYING MAGNETIC MOMENT

S. L. Lebedev

*Surgut State University, Surgut, Russia**E-mail: lebedev_sl@surgu.ru*

The radiation of neutral particle that carries magnetic moment and executes non-inertial motion in the transverse magnetic field is analyzed. The power of radiation shows the asymmetric dependence on the horizontal spin components. The symmetry is restored for the ultra-relativistic and non-relativistic motions. At the same time, the first case shows the presence of radiation at either spin orientation whereas in the second case the radiation is absent when $\vec{\zeta} \parallel \vec{H}$. In the case of uniform motion, the power expression obtained in the study coincides with the ones known from both the classical and the quantum theory.

Keywords: magnetic moment, Bargmann – Michel – Telegdi equation, radiation rate and power, radiative polarization, circular Unruh effect.

Основы классической теории спина были заложены Френкелем [1] и Томасом [2] еще в период становления квантовой механики. Тем не менее развитие классической теории и ее систематическое использование при анализе поляризационных экспериментов относится лишь к концу 50-х – началу 60-х годов [3, 4], когда появилось уравнение Баргманна – Мишеля – Телегди (БМТ), давшее удовлетворительное описание динамики точечного заряда, обладающего магнитным моментом. В связи с предсказанием и последовавшим подтверждением эффектов радиационной поляризации (РП) и спинового света [5–7] были предприняты попытки их интерпретации с помощью классической теории [8, 9]. Как оказалось, классическая теория Френкеля объясняет старшие спиновые добавки (порядка χ)¹ к вероятности и мощ-

¹ Используется система единиц, в которой $\hbar = 1$, $c = 1$, $\alpha = e^2 / 4\pi\hbar c$, боровский радиус $a_B = 4\pi\hbar^2 / m_e e^2$, и 4-векторные обозначения: $x_\mu = (x, ix_0)$ и т. д. Критическое поле $H_c \equiv m_e^2 c^3 / e\hbar \simeq 4,3 \cdot 10^{13} \text{ Gs}$, $\chi \equiv (\gamma H / H_c) \simeq 10^{-5}$ (для современных ускорителей). Магнитный момент нейтрона $\mu = \frac{g}{2} \frac{e\hbar}{2m_p c}$, а $g = -3.826$.

ности синхротронного излучения (СИ) [9]. Эти поправки ответственны за спиновый свет и вначале были получены разными авторами методами квантовой электродинамики (КЭД) (см. ссылки в [9]). Эффект РП обнаруживается в слагаемых $\sim \chi^2$ и, по всей видимости, является существенно квантовым.

Особый интерес вызвало предположение [10] о связи между остаточной деполяризацией электронного пучка и т. н. циклическим эффектом Унру, понимаемым как возмущающее действие тепловых свойств вакуума в системе покоя ускоренного магнетона. Наличие разных точек зрения на природу остаточной деполяризации (см. статьи Джексона, Леинааса и Унру в [11]) дает повод к анализу РП с точки зрения классической теории. Два обстоятельства указывают на целесообразность классического рассмотрения. В [12] было показано, что характерное время радиационной поляризации электронного пучка [5]

$$T_{QED} = \frac{8\sqrt{3}}{15} a_B \gamma \chi^{-3} \quad (1)$$

возникает и в классической теории самодействия частицы, обладающей собственным магнитным моментом (появление постоянной Планка в (1) обязано квазиклассическому соотношению $T_{QED} \sim \hbar \mu^{-2}$). В работах [13, 14] предложена простая классическая модель для описания процесса РП пучка нейтронов, движущихся равномерно в поперечном магнитном поле. Эта модель находится в согласии с квантовым расчетом [14, 15]. В условиях, когда силами Штерна – Герлаха можно пренебречь, нейтрон совершает равномерное движение², эволюция спина определяется только потерями на излучение, а эффект Унру отсутствует.

В системе покоя магнитная энергия нейтрального магнетона

$$W = -\mu \vec{\zeta} \cdot \vec{H}_{RF} \quad (2)$$

может только уменьшаться, причем мощность излучения (см., например, [8, 14])

$$P_{rad} = \frac{1}{6\pi} \mu^2 \omega_{RF}^4 \zeta_{\perp}^2 = -\frac{dW}{d\tau} \quad (3)$$

($\vec{\zeta}$, $\vec{H}_{RF}$ и $\omega_{RF} = 2\mu H_{RF}$ – спин, напряженность магнитного поля и частота прецессии в системе покоя магнетона). Объединяя (2) и (3), для проекции ζ_3 вектора $\vec{\zeta}$ на направление $\vec{H}_{RF}$ находим [13, 14]:

$$\frac{d\zeta_3}{d\tau} = -\frac{1}{2T_0} (\vec{\zeta}^2 - \zeta_3^2), \quad T_0 = 6\pi \left(\frac{2}{|g|} \right)^5 \frac{1}{m_p e^2} (\chi^{(p)})^{-3}. \quad (4)$$

Относя, как обычно [14, 16], $\vec{\zeta}$ к ансамблю частиц, для поляризации пучка (при нулевом начальном значении проекции ζ_3) получаем [14]:

$$\zeta_3(\tau) = -|\vec{\zeta}| \tanh(\tau |\vec{\zeta}| / 2T_0) \quad (5)$$

² Излучение, обусловленное взаимодействием магнитного момента с внешним полем, не оказывает существенного влияния на траекторию нейтрона (отношение энергии отдачи к энергии нейтрона имеет порядок $\chi^{(p)} = \chi(m_e / m_p)^2$. Малость этого параметра позволяет игнорировать эффекты отдачи).

(мы оставляем $|\vec{\zeta}| \neq 1$ в качестве дополнительного свободного параметра). Таким образом, пучок нейтронов при движении в поперечном поле «само»-поляризуется за характерное лабораторное время

$$T_0^{lab} = \gamma T_0, \quad (6)$$

при этом степень поляризации асимптотически стремится к 100 % ($\zeta_3(\tau) \rightarrow -|\vec{\zeta}|$). Подчеркнем: зависимость (5) есть следствие принципа относительности, позволившего рассматривать процесс излучения в системе покоя, а также сохранения энергии (уравнение (3)).

Ситуация меняется коренным образом, если диполь движется ускоренно. Энергия излучения формируется теперь не только за счет прецессии магнитного момента, но и за счет работы, совершаемой внешней силой. Эта работа, однако, может быть сведена к нулю, если сила, действующая на диполь, гироскопическая. В последнем случае уравнение вида (4) должно еще учитывать возможность квантовых переходов с возбуждением (например, за счет циклического эффекта Унру). Таким образом, задача становится квантовой (см. статью Леинааса в сборнике [11]).

В нашей работе будут представлены детали расчета мощности излучения, порождаемого нейтральным магнетомом при круговом движении в поперечном магнитном поле. Нерелятивистская частица излучает согласно уравнению (3), так что если $\zeta_{\perp}^2 \equiv \vec{\zeta}^2 - \zeta_3^2 = 0$, излучение отсутствует. В ультрарелятивистском пределе излучение имеет место при любой ориентации спина $\vec{\zeta}$. Это означает, что если эволюция поляризации при круговом движении определяется *только* потерями на излучение, то существование остаточной деполяризации, подобной той, что имеет место для электронов, невозможно.

I. Излучение магнитного диполя порождается спиновым током

$$j_{\alpha}^s(x) = \partial_{\beta} M_{\alpha\beta}(x), \quad (7)$$

где тензор

$$M_{\alpha\beta}(x) = \int d\tau \mu_{\alpha\beta}(\tau) \delta^{(4)}(x - x(\tau)), \quad (8)$$

а $x_{\alpha}(\tau)$ и $\mu_{\alpha\beta}(\tau)$ – мировая линия и тензор магнитного момента, связанного с 4-вектором спина:

$$\mu_{\alpha\beta}(\tau) = i\mu\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}\dot{x}_{\gamma}(\tau)S_{\delta}(\tau). \quad (9)$$

Уравнения траектории и спина определяют зависимости $x_{\alpha}(\tau)$ и $S_{\delta}(\tau)$ от собственного времени. Энергия, излучаемая диполем за время его движения во внешнем поле [17]

$$E_{rad} = \frac{1}{2} \int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} \left(j_{\alpha}^s(k) j_{\alpha}^{s*}(k) \right) \Big|_{k_0=|\vec{k}|}, \quad (10)$$

где Фурье-образ тока $j_{\alpha}^s(x)$ определяется согласно

$$j_{\alpha}^s(k) = -\mu\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \int d\tau k_{\beta} \dot{x}_{\gamma} S_{\delta} e^{-ik \cdot x(\tau)}. \quad (11)$$

Появляющийся в (10) интеграл

$$\int \frac{d^3\vec{k}}{(2\pi)^3} e^{-i\vec{k}\vec{z} + i|\vec{k}|z_0} = -\frac{i}{\pi^2} \frac{z_0}{(z_0 + i0)^2 - \vec{z}^2}, \quad (12)$$

так что

$$\int \frac{d^3 \vec{k}}{(2\pi)^3} e^{-ik \cdot z} k_\beta k_{\beta'} = \frac{4}{\pi^2} \left[\frac{6z_4 z_\beta z_{\beta'}}{((z_4 - 0)^2 + \vec{z}^2)^4} - \frac{z_\beta \delta_{\beta'4} + z_{\beta'} \delta_{\beta 4} + z_4 \delta_{\beta\beta'}}{((z_4 - 0)^2 + \vec{z}^2)^3} \right]. \quad (13)$$

Подстановка последнего выражения в (10) позволяет представить энергию излучения в виде двойного интеграла по собственному времени:

$$E_{rad} = \frac{2\mu^2}{\pi^2} \iint d\tau d\tau' \left[\frac{6z_4 z \hat{M}' \hat{M} z}{((z_4 - 0)^2 + \vec{z}^2)^4} - \frac{(\{\hat{M}', \hat{M}\} z)_4 + z_4 \text{tr}(\hat{M}' \hat{M})}{((z_4 - 0)^2 + \vec{z}^2)^3} \right]. \quad (14)$$

Здесь введены сокращенные обозначения: $z = x(\tau) - x(\tau') \equiv x - x'$, $\{\cdot, \cdot\}$ – антикоммутатор, а матрица $\hat{M}(\tau) = \dot{x} \otimes S - S \otimes \dot{x}$ и $\hat{M}(\tau') \equiv \hat{M}'$.

Будем полагать, что движение диполя происходит по круговой орбите:

$$\ddot{x}(\tau) = \hat{\Omega} \dot{x}(\tau), \quad \hat{\Omega}^T = -\hat{\Omega}, \quad (15)$$

где матрица $\hat{\Omega}$ не зависит от τ . Кроме того, в уравнении Френкеля – БМТ [3] ($\hat{\Pi} \equiv \mathbf{I} + \dot{x} \otimes \dot{x}$)

$$\dot{S} = 2\mu \hat{\Pi} \hat{F} S + \dot{x}(\ddot{x} \cdot S) = 2\mu \hat{F} S + \dot{x}(\dot{x}(2\mu \hat{F} - \hat{\Omega})S) \quad (16)$$

примем, что

$$2\mu \hat{F} = \hat{\Omega} = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & \omega \\ -\omega & 0 \end{pmatrix} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (17)$$

В этом случае система уравнений (15), (16) будет совпадать с системой Лоренца – БМТ для электрона, когда электронный g -фактор равен 2. Такая (упрощенная) конфигурация будет классическим аналогом условий, для которых эффект РП был впервые описан методами КЭД [5]. Единственным отличием от случая заряженного магнетона будет теперь отсутствие вклада орбитального тока в энергию (10).

II. Решения уравнений (15), (16) при условии $\dot{x}_3(0) = 0$ имеют вид (чертой сверху обозначены начальные значения соответствующих компонент 4-скорости и спина):

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \bar{u}_1 \cos \omega \tau + \bar{u}_2 \sin \omega \tau \\ \bar{u}_2 \cos \omega \tau - \bar{u}_1 \sin \omega \tau \\ 0 \\ iu_0 \end{pmatrix}, \quad S = \begin{pmatrix} \bar{S}_1 \cos \omega \tau + \bar{S}_2 \sin \omega \tau \\ \bar{S}_2 \cos \omega \tau - \bar{S}_1 \sin \omega \tau \\ S_3 \\ iS_0 \end{pmatrix}. \quad (18)$$

Энергия излучения зависит от интегралов движения (см. рис.):

$$S_3 = \zeta_3, \quad (u_\perp \cdot S_\perp)^2 = u_\perp^2 \gamma^2 \zeta_\nu^2, \\ (u_{[1} S_{2]})^2 = u_\perp^2 \zeta_{\perp\nu}^2, \quad S_\perp^2 = \zeta_{\perp\nu}^2 + \gamma^2 \zeta_\nu^2, \quad (19)$$

Лоренц-фактор $\gamma = (1 - v^2)^{-1/2}$, а 4-векторы скорости и спина подчинены связям:

$$u_\alpha^2 = -1, \quad S_\alpha^2 = \vec{\zeta}^2, \quad u \cdot S = 0. \quad (20)$$

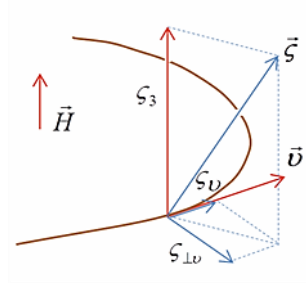


Рисунок. Горизонтальные проекции $\zeta_{\perp v}$ и ζ_v спина $\vec{\zeta}$ в системе покоя диполя сохраняются в силу условия (17)
Примечание: составлено автором.

Скаляры $z\hat{M}'\hat{M}z$ и $\text{tr}(\hat{M}'\hat{M})$ в числителях подынтегральной функции (14) являются четными функциями разности $\Delta\tau = \tau - \tau'$. Простой, но громоздкий расчет приводит к следующим выражениям ($x \equiv \omega\Delta\tau$):

$$z\hat{M}'\hat{M}z = \omega^{-2} \left\{ (u_\perp^2 \sin x - u_0^2 x) \vec{\partial}_x \left[(u_\perp \cdot S_\perp)^2 (\sin x - x)^2 - (u_{[1} S_{2]})^2 (\cos x - 1)^2 \right] - \right. \\ \left. - (S_\perp^2 (\cos x - 1) + \vec{\zeta}^2) (u_\perp^2 \sin x - u_0^2 x)^2 \right\}, \quad (21)$$

$$\text{tr}(\hat{M}'\hat{M}) = 2 \left[\left((-2(u_{[1} S_{2]})^2 + u_\perp^2 \vec{\zeta}^2 - S_\perp^2) (1 - \cos x) + \vec{\zeta}^2 \right) \right]. \quad (22)$$

В то же время

$$\left(\{\hat{M}', \hat{M}\} z \right)_4 = \frac{2iu_0}{\omega} \left\{ (S_\perp^2 u_\perp^2 - (u_\perp \cdot S_\perp)^2) (x \cos x - x) - \vec{\zeta}^2 (u_\perp^2 \sin x - u_0^2 x) \right\} + \\ + \frac{2iS_0}{\omega} u_\perp \cdot S_\perp (\sin x - x \cos x) - \quad (23)$$

нечетная функция x . Таким образом, функция, стоящая в квадратных скобках под интегралом в (14): 1) зависит только от разности $\Delta\tau$; 2) является нечетной. Двойной интеграл (14) по τ и τ' сводится к

$$\iint d\tau d\tau' \dots = \frac{T}{|\omega|} \int_{-\infty}^{\infty} dx \dots,$$

где T – полное собственное время движения частицы, а оставшийся интеграл по x не обращается в нуль в силу правила обхода (сверху) полюса $x = 0$ в знаменателе подынтегрального выражения:

$$-(z_0 + i0)^2 + \vec{z}^2 = \frac{u_0^2}{\omega^2} \left[-(x + i0)^2 + 4v^2 \sin^2(x/2) \right]. \quad (24)$$

В итоге, беря полувычет функции под интегралом (14) в точке $x = 0$, получаем:

$$E_{rad} = \frac{2\mu^2}{\pi^2} \frac{T}{|\omega|} (-i\pi) \text{Res}_{x=0}[\dots] =$$
$$= T \frac{\mu^2 \omega^4 \gamma^5}{30\pi} \left[\nu^2 (1 + 3\nu^2) \vec{\zeta}^2 + (5 + 19\nu^2 + 6\nu^4) \zeta_\nu^2 + 5(1 + 4\nu^2 + \nu^4) \zeta_{\perp\nu}^2 \right]. \quad (25)$$

Переходя к переменным ζ_3 и ζ_ν , получаем окончательно для мощности излучения

$$P_{rad} = \frac{\mu^2 \omega^4 \gamma^5}{30\pi} \left[(5 + 21\nu^2 + 8\nu^4) \vec{\zeta}^2 - \nu^2 (1 - \nu^2) \zeta_\nu^2 - 5(1 + 4\nu^2 + \nu^4) \zeta_3^2 \right]. \quad (26)$$

В области $\nu \ll 1$ имеем, очевидно, формулу (3). В пределе релятивистских скоростей $\nu \sim 1$, $\gamma \gg 1$

$$P_{rad} = \frac{\mu^2 \omega^4 \gamma^5}{30\pi} (34\vec{\zeta}^2 - 30\zeta_3^2) = \frac{\mu^2 \omega^4 \gamma^5}{30\pi} (4\vec{\zeta}^2 + 30\zeta_\perp^2), \quad (27)$$

так что излучение имеет место и при полной поляризации пучка ($\zeta_\perp^2 = 0$). Это может означать одно из двух: либо при круговом движении нейтронов происходит 100 %-я поляризация, либо классическая теория не дает полного описания динамики спина (в отличие от случая равномерного движения) и необходим учет кинетических процессов, связанных с циклическим эффектом Унру.

Литература

1. Frenkel J. The Electrodynamics of the Rotating Electron // Zeitschrift für Physik. 1926. Vol. 37. P. 243–262.
2. Thomas L. H. I. The Kinematics of an Electron with an Axis // Phil Mag & Journ Science. 1927. Vol. 3, Is. 13. P. 1–22.
3. Bargmann V., Michel L., Telegdi V. L. Precession of the Polarization of Particles Moving in Homogeneous Electromagnetic Field // Phys Rev Lett. 1959. Vol. 2, Is. 10. P. 435–436.
4. Fierz M., Telegdi V. L. General Methods for Integrating the Relativistic Equation of Spin Motion, and Their Application to Some Cases of Experimental Interest. Chicago : University of Chicago Press, 1970. P. 106–208.
5. Соколов А. А., Тернов И. М. О поляризационных и спиновых эффектах в теории синхротронного излучения // Доклады Акад. наук СССР. 1963. Т. 153. С. 1052–1053.
6. Байер В. Н. Радиационная поляризация электронов в накопителях // Успехи физических наук. 1971. Т. 105. С. 441.
7. Belomestnykh S. A., Bondar A. E., Yegorychev M. N. et al. An Observation of the Spin Dependence of Synchrotron Radiation Intensity // Nucl Instr and Meth. 1984. Vol. 227, Is. 1. P. 173–181.
8. Багров В. Г., Бисноватый-Коган Г. С., Бордовицын В. А. и др. Теория излучения релятивистских частиц. М. : Физматлит, 2002. 575 с.
9. Лебедев С. Л. Спиновые радиационные поправки к вероятности и мощности излучения в классической и квантовой электродинамике // Журнал технической физики. 2016. Т. 149. С. 756–769.
10. Bell J. S., Leinaas J. M. The Unruh Effect and Quantum Fluctuations of Electrons in Storage Rings // Necl Phys. 1987. Vol. 284. P. 488–508.
11. Quantum Aspects of Beam Physics // Proceedings of the 28th ICFA Advanced Beam Dynamics and Advanced & Novel Accelerators Workshop / Eds. P. Chen, R. Kevin. Singapore : World Scientific Publishing, 2003. 539 p.

12. Lebedev S. L. The Radiation Reaction Effects in the BMT Model of Spinning Charge and the Radiation Polarization Phenomenon // Proceedings of the 6th Workshop on Supersymmetry and Quantum Symmetries. Dubna, Russia, July 27–31, 2005. P. 344–349.
13. Jackson J. D. On Understanding Spin-Flip Synchrotron Radiation and Transverse Electron Polarization in Storage Rings // Rev Mod Phys. 1976. Vol. 48. P. 417–433.
14. Тернов И. М. Введение в физику спина релятивистских частиц. М. : Изд-во МГУ, 1997. 240 с.
15. Тернов И. М., Багров В. Г., Хапаев А. М. Электромагнитное излучение нейтрона во внешнем магнитном поле // Журнал технической физики. 1965. № 48. С. 921.
16. Mane S. R., Shatunov Yu. M., Yokoya K. Spin-Polarized Charged Particle Beams in High-Energy Accelerators // Rep Progr Phys. 2005. Vol. 68. P. 1997–2265.
17. Ициксон К., Зюбер Ж.-Б. Квантовая теория поля. Т. 1. М. : Мир, 1984. 448 с.