

Научная статья
УДК 004.925.8
doi: 10.34822/1999-7604-2022-3-99-108

ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УКЛОНЕНИЯ ЦЕЛИ ОТ ПРЕСЛЕДОВАТЕЛЯ

Александр Анатольевич Дубанов

Бурятский государственный университет им. Доржи Банзарова, Улан-Удэ, Россия
alandubanov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1855-2562>

Аннотация. В данной статье предлагаются к рассмотрению геометрические модели уклонения цели от преследователя, движущегося прямолинейно и равномерно. В геометрических моделях предполагается, что преследователь обладает областью обнаружения. Рассматривались следующие модели области обнаружения: круговая, секторная и угловая. Цель первоначально находится на линии визирования и стремится покинуть место вероятного обнаружения по оптимальной траектории. Рассматриваются вопросы минимального расстояния от преследователя, когда еще будет возможно покинуть область обнаружения. Отметим, что адаптивное поведение не было смоделировано со стороны преследователя. По результатам исследования изготовлены анимированные изображения, на которых можно посмотреть процесс уклонения цели от преследователя.

Ключевые слова: траектория, цель, преследователь, уклонение, область обнаружения, преследование

Для цитирования: Дубанов А. А. Геометрические модели уклонения цели от преследователя // Вестник кибернетики. 2022. № 3 (47). С. 99–108. DOI 10.34822/1999-7604-2022-3-99-108.

Original article

GEOMETRIC MODELS OF TARGET EVASION FROM A PURSUER

Aleksandr A. Dubanov

Buryat State University named after D. Banzarov, Ulan-Ude, Russia
alandubanov@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0002-1855-2562>

Abstract. The article considers geometric models of target evasion from a pursuer moving in a straight line and uniformly. In geometric models, it is supposed that a pursuer has a detection area. The study discusses the following detection models: circular, sector, and angular. Initially, the target is moving out of the line of sight along the optimal trajectory to leave the area of probable detection. The issues of the minimum distance from a pursuer allowing the target to escape the detection area are analyzed. It is noted that the adaptive behavior of the pursuer is not simulated. As a result of the study, animated images have been produced to present the process of target evasion from the pursuer.

Keywords: trajectory, target, pursuer, evasion, detection area, pursuit

For citation: Dubanov A. A. Geometric Models of Target Evasion from a Pursuer // Proceedings in Cybernetics. 2022. No. 3 (47). P. 99–108. DOI 10.34822/1999-7604-2022-3-99-108.

ВВЕДЕНИЕ

Вопросы уклонения цели от преследователя были исследованы в следующих работах: в [1] рассмотрены вопросы оптимизации траекторий цели на плоскости и в пространстве; в [2] описаны задачи планирования траектории движения подвижного объекта

на постоянной скорости на плоскости в случае, когда карта рисков-угроз формируется одиночным сенсором; в [3] найден закон управления скоростью подвижного объекта (цели): построена оптимальная траектория движения, проведено сравнение зависимости накопленного сигнала от времени при дру-

гих законах управления; в [4] представлена задача построения оптимальных траекторий подвижного наблюдателя, выполняющего угловые наблюдения за целью, движущейся на плоскости равномерно и прямолинейно; в [5] исследована задача планирования оптимальной траектории уклонения подвижного объекта от системы наблюдателей.

На основе анализа данных работ произведено моделирование уклонения цели от преследователя с круговой, секторной и угловой областью обнаружения.

Преследователь в моделях статьи не предпринимает ответных действий на движение цели и движется равномерно и прямолинейно.

В начале процесса преследования скорость преследователя направлена вдоль линии визирования, что означает направление на цель.

Предполагается, что если преследователь будет совершать ответные действия в отношении цели, то он будет придерживаться метода погони.

По результатам исследования изготовлены анимированные изображения, где показаны моменты уклонения цели от преследователя.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Круговая область обнаружения. Рассмотрим на плоскости преследователя Р и цель Т (рис. 1).

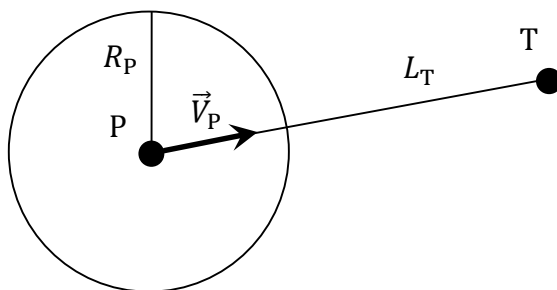


Рис. 1. Модель уклонения цели

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Будем считать, что преследователь Р, двигаясь с вектором скорости $\vec{V}_P$, имеет область обнаружения в виде окружности радиуса R_P . А цель Т находится от преследователя Р на расстоянии L_P в момент начала преследования так, что линия (РТ) и вектор $\vec{V}_P$ являются коллинеарными.

Требуется найти траекторию движения цели Т, при которой время движения цели

является минимальным, чтобы избежать области обнаружения.

Для решения этой задачи перейдем в локальную динамическую систему координат с центром в точке нахождения преследователя Р. Ось абсцисс E_1 этой системы расположена вдоль вектора $\vec{V}_P$, а ось ординат E_2 располагается перпендикулярно $\vec{V}_P$ (рис. 2).

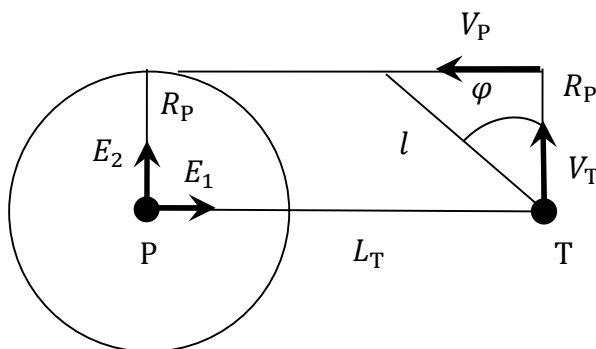


Рис. 2. Локальный динамический базис преследователя

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

В такой постановке задача похожа на задачу, где надо переплыть реку шириной R_P со скоростью течения V_P (рис. 2). Если скорость цели будет V_T , а ее направление будет перпендикулярно берегам, то минимальное время переправы через реку будет:

$$T_{\min} = \frac{R_P}{V_T}. \quad (1)$$

Итоговая скорость будет направлена под углом φ к направлению скорости цели T (рис. 2):

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{V_P}{V_T}. \quad (2)$$

Цель T преодолит расстояние, равное l :

$$l = R_P \cdot \frac{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}}{V_T}. \quad (3)$$

На рис. 3 показан случай, когда цель T находится на минимальном расстоянии

$L_{T\min}$ от преследователя P , при котором траектория цели не будет проходить через область обнаружения при условии перпендикулярности векторов скоростей.

Прямая траектории цели (TQ) касается окружности обнаружения в точке K , при этом имеется два конгруэнтных треугольника (TQF) и (PKT) , то есть $[TQ] = [PT]$. Откуда мы заключаем, что если $[TQ]$ вычисляется по формуле (1), то для величины $L_{T\min}$ имеется следующее выражение:

$$L_{T\min} = R_P \cdot \frac{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}}{V_T}. \quad (4)$$

Напомним, скорость цели V_T должна быть направлена перпендикулярно линии (PT) , тогда линия (TQ) разделяет области, где траектория цели будет замеченной преследователем или нет.

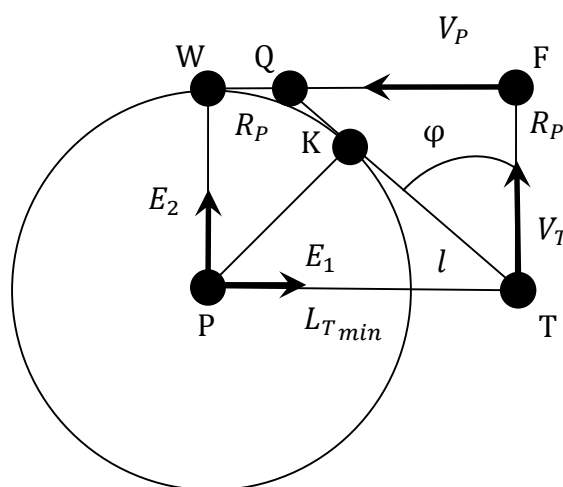


Рис. 3. Минимальное расстояние до преследователя

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

На рис. 4 показано, как преследователь P с областью обнаружения в виде окружности радиуса R_P движется к цели T .

Цель T расположена на плоскости произвольно, в момент начала преследования она неподвижна. Расстояние между точками P и T выражается формулой (1).

Рис. 4 дополнен ссылкой на анимированное изображение [6], где показано критиче-

ское уклонение с касанием зоны обнаружения.

На рис. 5 показан случай, когда траектория цели проходит через область обнаружения преследователя.

Рис. 5 дополнен ссылкой на анимированное изображение [7], показано прохождение цели через зону обнаружения преследователя.

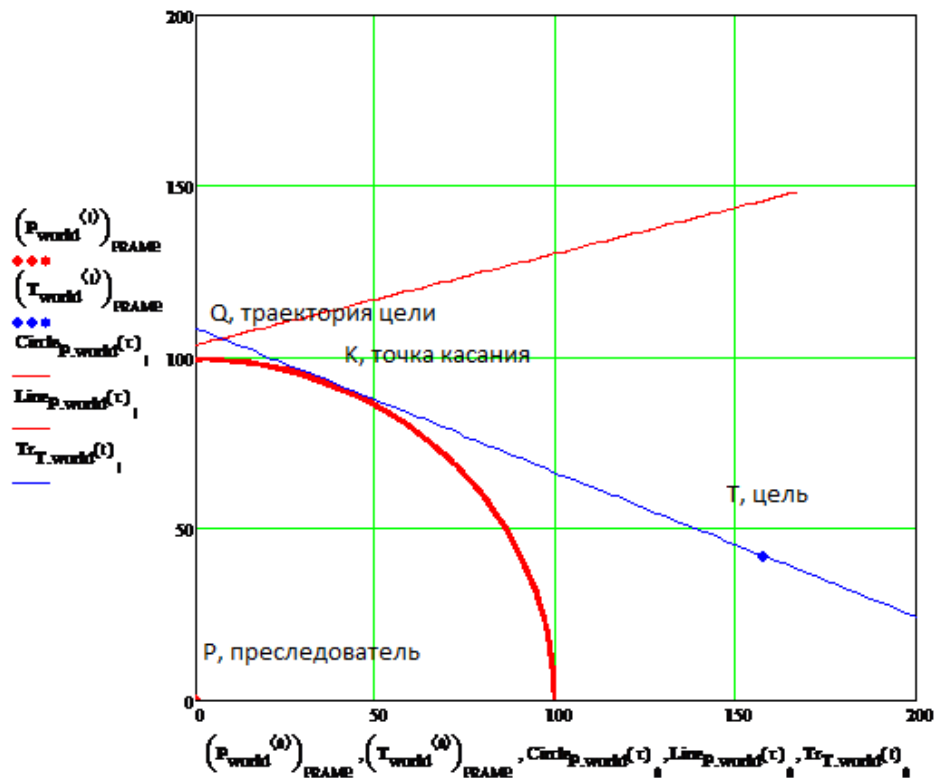


Рис. 4. Результаты моделирования преследования с областью обнаружения в виде окружности
 Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

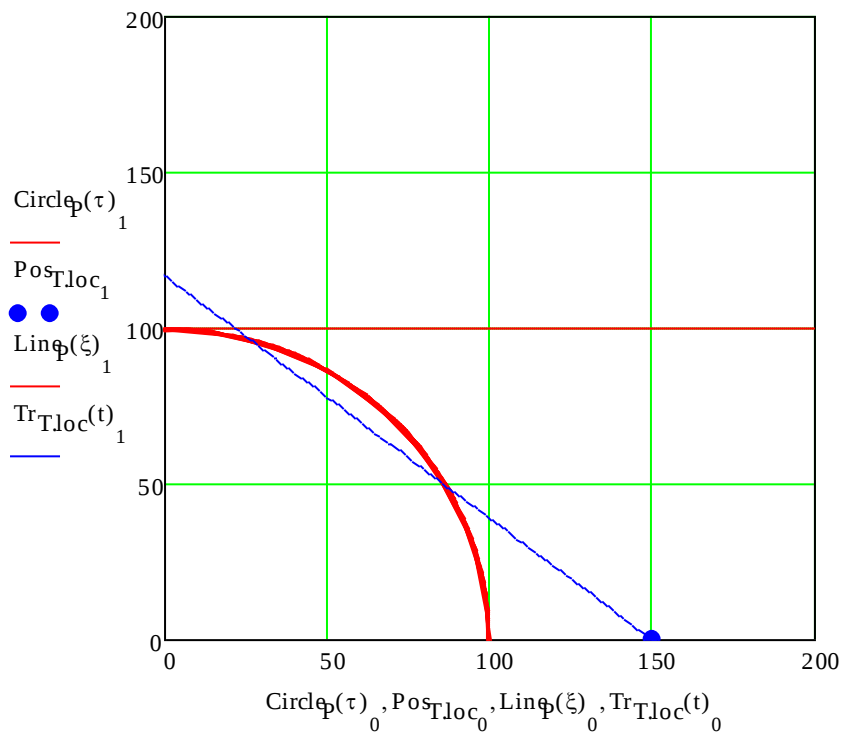


Рис. 5. Цель проходит через область обнаружения преследователя
 Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Секторная область обнаружения. Рассмотрим задачу, где область обнаружения ограничена не только окружностью, но и углом величиной 2α (рис. 6).

В этом случае цель Т должна пересечь участок плоскости шириной $R_T = R_P \cdot \sin(\alpha)$. Тогда цель Т пройдет расстояние l , равное:

$$l = R_T \cdot \frac{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}}{V_T} = R_P \cdot \frac{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}}{V_T} \cdot \sin(\alpha). \quad (5)$$

На рис. 7 показано, что угол α сектора обнаружения преследователя Р больше угла φ движения цели Т.

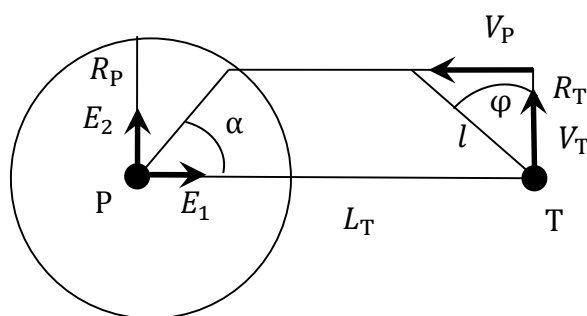


Рис. 6. Локальный динамический базис преследователя с секторной областью обнаружения
Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

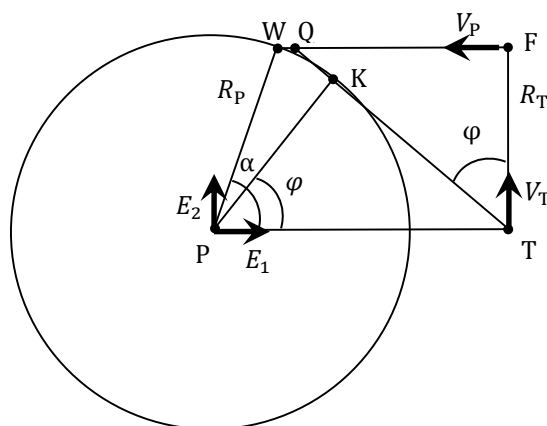


Рис. 7. Угол сектора обнаружения преследователя больше угла движения цели
Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

На этом рисунке отображена ситуация когда траектория (ТQ) цели Т касается сектора обнаружения преследователя Р. Минимальное время прохождения составляет:

$$T_{\min} = \frac{R_T}{V_P}. \quad (6)$$

Цель Т пройдет путь (ТQ) длиной l , равной:

$$l = R_T \cdot \frac{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}}{V_T}. \quad (7)$$

Ситуация, когда минимальное расстояние [РТ] между преследователем и целью, при

котором траектория (ТQ) будет касаться сектора обнаружения преследователя (при условии перпендикулярности скоростей), также отображена на рис. 7.

Точка касания К рассчитывается по формуле:

$$K = R_P \cdot \begin{bmatrix} \cos(\varphi) \\ \sin(\varphi) \end{bmatrix} = R_P \cdot \begin{bmatrix} \frac{V_T}{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}} \\ \frac{V_P}{\sqrt{V_T^2 + V_P^2}} \end{bmatrix}. \quad (8)$$

На рис. 8 показано как цель Т касается секторной области обнаружения преследователя Р.

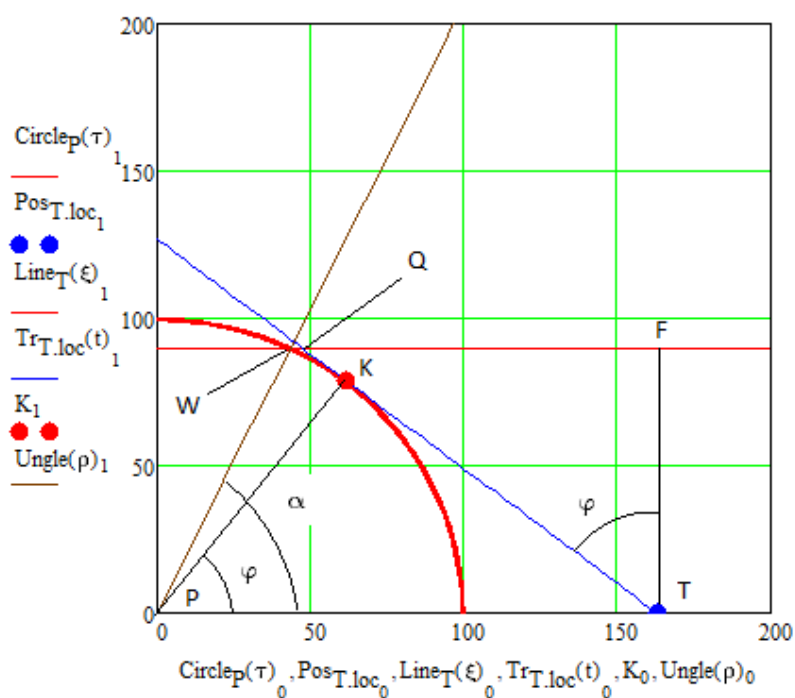


Рис. 8. Секторная область обнаружения

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Рис. 8 дополнен анимированным изображением [8], где изображен процесс преследования, когда угол α больше чем угол φ .

Рассмотрим случай, когда угол α сектора обнаружения преследователя меньше угла φ наклона движения цели.

На рис. 9 представлен такой случай, когда параметры угла φ определяются модулями скоростей преследователя и цели.

$$\text{tg}(\varphi) = \frac{V_P}{V_T}. \quad (9)$$

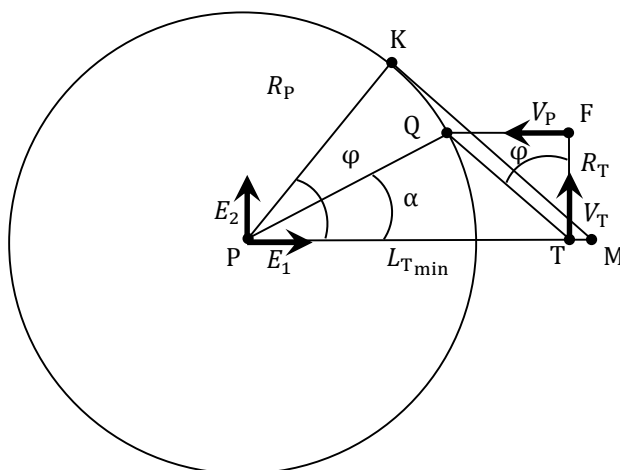


Рис. 9. Секторная область, когда угол обнаружения α меньше угла касания φ

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Необходимо построить касательную прямую, чтобы она с осью ординат E_2 составляла угол φ . На рис. 9 это прямая (KM). Точка Q,

ограничивающая сектор обнаружения, имеет координаты:

$$Q = R_P \cdot \begin{bmatrix} \cos(\alpha) \\ \sin(\alpha) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

$$L_{T\min} = R_P \cdot \cos(\alpha) + R_P \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{V_P}{V_T}. \quad (13)$$

Ширина полосы, которую надо преодолеть, имеет величину R_T :

$$R_T = R_P \cdot \sin(\alpha). \quad (11)$$

Расстояние $|QF|$ рассчитывается следующим образом:

$$|QF| = R_T \cdot \operatorname{tg}(\varphi) = R_P \cdot \sin(\alpha) \cdot \frac{V_P}{V_T}. \quad (12)$$

Минимальное расстояние $L_{T\min} = |PT|$, при котором цель Т не попадает в зону обнаружения преследователя, при условии перпендикулярности скоростей, будет равным:

$$\operatorname{tg}(\varphi) = \frac{V_P}{V_T}. \quad (14)$$

Отрезок $[QT]$, принадлежащий траектории цели, получается параллельным смещением касательного отрезка $[KM]$ до совмещения с точкой Q.

На рис. 10 представлена компьютерная модель в системе компьютерной математики; показано, что угол сектора обнаружения α больше, чем угол φ . Напомним, величина угла φ определяется соотношением скоростей преследователя и цели:

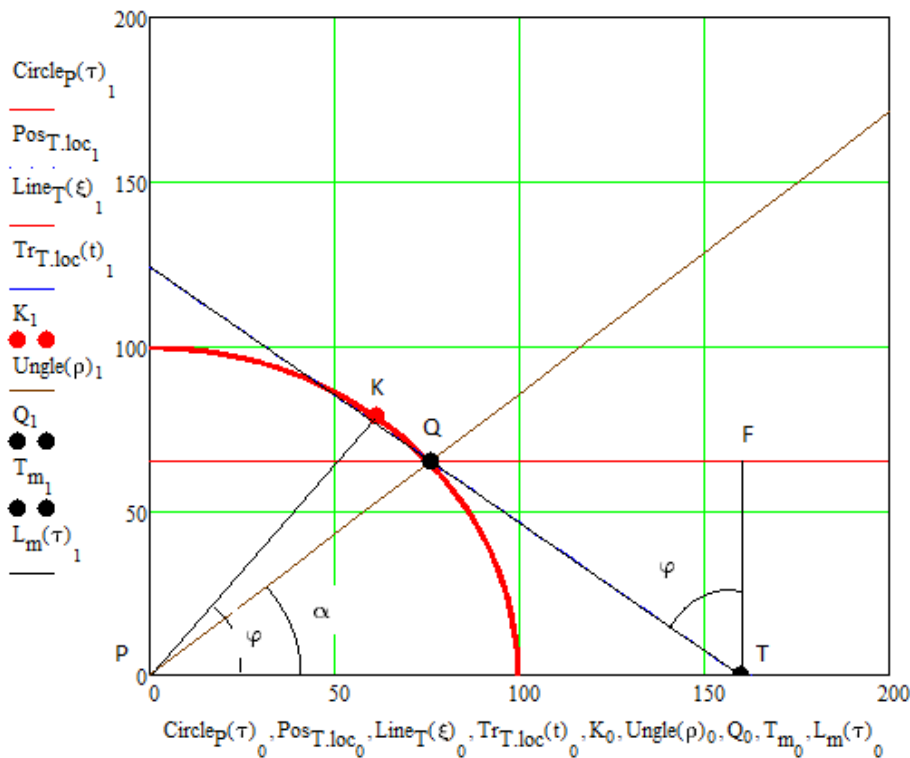


Рис. 10. Модель секторной области обнаружения в системе компьютерной математики
Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Рис. 10 дополнен анимированным изображением [9], где можно будет посмотреть, как цель Т избегает обнаружения преследователем Р в области обнаружения в виде углового сектора 2α , ограниченного окружностью радиуса R_P . На видео показано, что цель покидает полосу вероятного обнаруже-

ния в последний момент времени, проходя через точку Q.

Угловая область обнаружения. Рассмотрим модель преследования, где область обнаружения преследователя Р представляет собой область в виде угла величиной 2α (рис. 11).

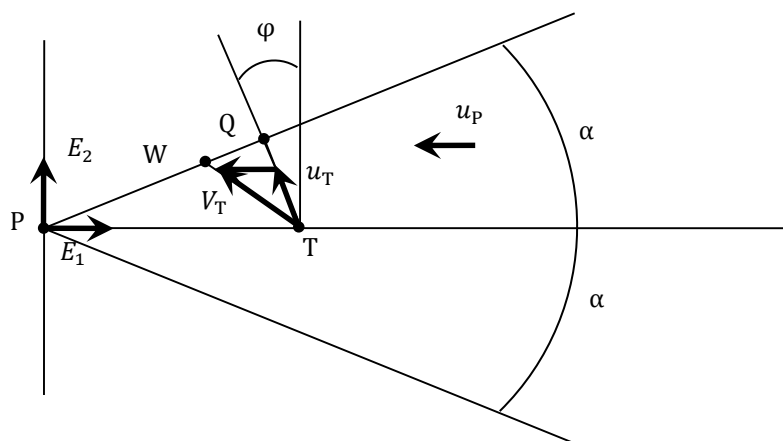


Рис. 11. Угловая область обнаружения у преследователя

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Сформируем локальную динамическую систему координат (E_1PE_2) , центр которой расположен в точке нахождения преследователя Р, ось ординат E_1 направлена вдоль вектора скорости, а ось E_2 направлена перпендикулярно скорости движения преследователя (рис. 11).

В системе координат (E_1PE_2) итоговая скорость V_T цели Т складывается из скорости движения среды u_r и скорости движения це-

ли u_T в мировой системе координат: $\vec{V}_T = \vec{u}_P + \vec{u}_T$.

На рис. 12 показано, что скорость u_T цели направлена под углом φ к линии перпендикуляра к линии (РТ). Если u_T это модуль скорости цели, то ее проекция на линию (QT) будет равна $u_T \cdot \cos(\alpha - \varphi)$, где (QT) является перпендикуляром к линии, ограничивающей область обнаружения преследователя (рис. 12).

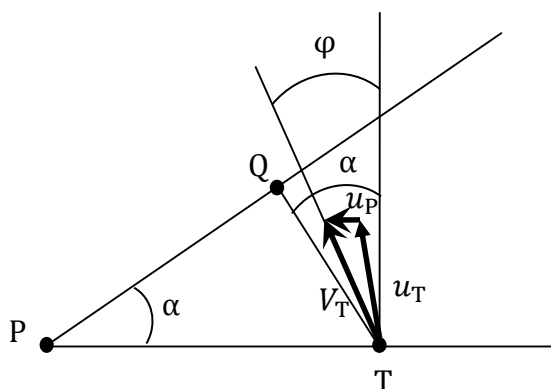


Рис. 12. Разложение вектора скорости цели

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Проекция скорости u_T на линию (QT) равна $u_P \cdot \sin(\alpha)$. Тогда проекция на линию (QT) результирующей скорости V_T будет $u_T \cdot \cos(\alpha - \varphi) + u_P \cdot \sin(\alpha)$.

Тогда время t_a , за которое цель Т достигнет линии угла, будет рассчитываться следующим образом:

$$t_a = \frac{|\text{QT}|}{u_T \cdot \cos(\alpha - \varphi) + u_P \cdot \sin(\alpha)}. \quad (15)$$

Время выхода из области обнаружения достигнет своего минимума при соблюдении равенства $\varphi = \alpha$, когда скорость цели u_T направлена вдоль линии (QT).

На рис. 11 изображен именно такой случай. Цель выйдет из области обнаружения в точке W . Результирующая скорость $\vec{V}_T$ направлена вдоль прямой (WT) .

На рис. 13 показан первый кадр из результата работы программы в системе компьютерной математики.

Преследователь P преследует цель T в мировой системе координат. Вектор скорости преследователя направлен на цель.

Задача состоит в построении оптимальной траектории цели, чтобы покинуть область обнаружения как можно быстрее.

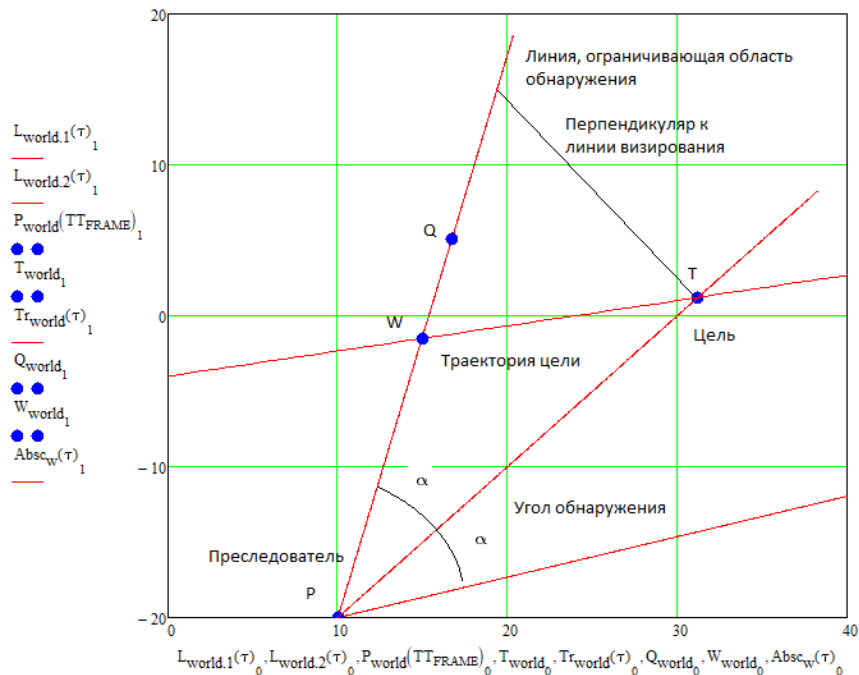


Рис. 13. Модель угловой области обнаружения у преследователя

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Рис. 13 дополнен ссылкой на анимированное изображение [10], где можно будет посмотреть на итерационный процесс расчета траектории цели.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В статье представлено геометрическое моделирование процесса уклонения цели от преследователя, движущегося равномерно и прямолинейно.

Преследователь в моделях имеет круговую, секторную и угловую области обнаружения. Имелось в виду то, что при моделировании адаптивного поведения участников задачи преследования в дальнейшем преследователь будет придерживаться метода погони.

К затруднениям изложенной методики можно отнести то, что цель для маневрирования должна обладать данными о скорости

преследователя и о характеристиках области обнаружения.

Предполагается, что данную методику можно реализовать в системах виртуальной реальности, допустим, при моделировании робототехнических систем.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Произведено моделирование уклонения цели от преследователя с круговой, секторной и угловой областями обнаружения. Движение участников задачи преследования происходит на плоскости с постоянной скоростью. Цель уклоняется от преследователя по оптимальной траектории.

По результатам исследований изготовлены анимированные изображения, на которых показан процесс уклонения цели от преследователя.

Список источников

1. Абрамянц Т. Г., Галяев А. А., Маслов Е. П., Яхно В. П. Уклонение подвижного объекта от обнаружения в конфликтной среде // Управление большими системами : сб. тр. 2019. Вып. 79. С. 112–184.
2. Галяев А. А., Лысенко П. В., Яхно В. П. Уклонение подвижного объекта от одиночного обнаружителя на заданной скорости // Проблемы управления. 2020. № 1. С. 83–91.
3. Галяев А. А. Задача уклонения от подвижного одиночного наблюдателя на плоскости в конфликтной среде // Автоматика и телемеханика. 2014. № 6. С. 39–48.
4. Андреев К. В., Рубинович Е. Я. Траекторное управление наблюдателем за мобильной целью по угломерной информации // Автоматика и телемеханика. 2016. № 1. С. 134–162.
5. Галяев А. А., Маслов Е. П., Абрамянц Т. Г., Яхно В. П. Уклонение подвижного объекта от обнаружения системой наблюдателей: сенсор – маневренное средство // Автоматика и телемеханика. 2017. № 8. С. 113–126.
6. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=C7imOTjEgQQ> (дата обращения: 09.07.2022).
7. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=0-qA8Q2fcwE> (дата обращения: 09.07.2022).
8. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://youtu.be/arCQYrLZGxk> (дата обращения: 09.07.2022).
9. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://youtu.be/dBGalSwRclg> (дата обращения: 09.07.2022).
10. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=lvHvKzEjU4U> (дата обращения: 09.07.2022).

Информация об авторе

А. А. Дубанов – кандидат технических наук, доцент.

References

1. Abramyants T. G., Galyaev A. A., Maslov E. P., Yakhno V. P. A Moving Object Evasion from Detection in the Threat Environment // Large-Scale Systems Control : Collection of works. 2019. Is. 79. P. 112–184. (In Russian).
2. Galyaev A. A., Lysenko P. V., Yakhno V. P. Moving Object Evasion from Single Detector at Given Speed // Problems of Management. 2020. No. 1. P. 83–91. (In Russian).
3. Galyaev A. A. Evasion on Plane from a Single Mobile Observer in the Conflict Environment // Avtomatika i telemekhanika. 2014. No. 6. P. 39–48. (In Russian).
4. Andreev K. V., Rubinovich E. Ya. Moving Observer Trajectory Control by Angular Measurements in Tracking Problem // Avtomatika i telemekhanika. 2016. No. 1. P. 134–162. (In Russian).
5. Galyaev A. A., Maslov E. P., Abramyants T. G., Yakhno V. P. Evasion of a Moving Object from Detection by a System of Observers: Sensor–Maneuvering Search Means // Avtomatika i telemekhanika. 2017. No. 8. P. 113–126. (In Russian).
6. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=C7imOTjEgQQ> (accessed: 09.07.2022). (In Russian).
7. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=0-qA8Q2fcwE> (accessed: 09.07.2022). (In Russian).
8. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://youtu.be/arCQYrLZGxk> (accessed: 09.07.2022). (In Russian).
9. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://youtu.be/dBGalSwRclg> (accessed: 09.07.2022). (In Russian).
10. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=lvHvKzEjU4U> (accessed: 09.07.2022). (In Russian).

Information about the author

A. A. Dubanov – Candidate of Sciences (Engineering), Associate Professor.