

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Научная статья
УДК 519.654:519.2:519.862.6
doi: 10.34822/1999-7604-2022-4-69-76

ОЦЕНКА МЕТОДОМ НАИМЕНЬШИХ КВАДРАТОВ ПРОСТЕЙШИХ НЕЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЛИНЕЙНЫХ РЕГРЕССИЙ С ЛИНЕЙНЫМ АРГУМЕНТОМ В БИНАРНОЙ ОПЕРАЦИИ

Михаил Павлович Базилевский

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия
mik2178@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3253-5697>

Аннотация. Простейшая неэлементарная линейная регрессионная модель содержит две объясняющие переменные, преобразованные с помощью бинарной операции минимум или максимум, и один из аргументов бинарной операции в таких моделях содержит только угловой коэффициент. Проведено исследование неэлементарных линейных регрессий, в которых аргумент бинарной операции содержит как единичный угловой коэффициент, так и свободный член. На основе алгоритма приближенной оценки методом наименьших квадратов неэлементарных линейных регрессий разработан алгоритм оценки неэлементарной линейной регрессии, содержащей в аргументе бинарной операции и угловой коэффициент, и свободный член. Предложенные алгоритмы были реализованы на языке программирования `hansl` пакета `gretl` в виде программы, с помощью которой решена задача моделирования железнодорожных грузовых перевозок в Тюменской области. Построены традиционная линейная регрессия и три разновидности неэлементарной линейной регрессии: с угловым коэффициентом в аргументе бинарной операции, с единичным угловым коэффициентом и свободным членом, с угловым коэффициентом и свободным членом. Предложенные в работе неэлементарные модели со свободным членом в бинарной операции на практике оказались лучше, чем их известный аналог.

Ключевые слова: неэлементарная линейная регрессия, метод наименьших квадратов, угловой коэффициент, свободный член, бинарная операция, интерпретация

Для цитирования: Базилевский М. П. Оценка методом наименьших квадратов простейших неэлементарных линейных регрессий с линейным аргументом в бинарной операции // Вестник кибернетики. 2022. № 4 (48). С. 69–76. DOI 10.34822/1999-7604-2022-4-69-76.

Original article

ORDINARY LEAST SQUARES ESTIMATION OF SIMPLE NON-ELEMENTARY LINEAR REGRESSIONS WITH A LINEAR ARGUMENT IN A BINARY OPERATION

Mikhail P. Bazilevsky

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia
mik2178@yandex.ru, <https://orcid.org/0000-0002-3253-5697>

Abstract. The simple non-elementary linear regression model contains two explanatory variables transformed by a minimum or maximum binary operation. One of the arguments of a binary operation in such models contains only the slope. Non-elementary linear regressions, in which the argument of a binary operation contains both the unit slope and intercept, are studied. Based on the algorithm of approximate estimation by ordinary least squares for non-elementary linear regressions, an algorithm for estimating a non-elementary linear regression, in which the argument of a binary operation contains the slope and intercept,

is developed. The proposed algorithms were implemented as a program that solves the modeling problem for railway freight traffic in Tyumen Oblast using *hansl*, a scripting language from the *gretl* package. A classical linear regression and three options of non-elementary linear regression (with the slope in the argument of a binary operation, the unit slope and intercept, and the slope and intercept) were constructed. The proposed non-elementary models with the intercept in a binary operation were found to be more efficient than their well-known alternatives.

Keywords: non-elementary linear regression, ordinary least squares method, slope, intercept, binary operation, interpretation

For citation: Bazilesky M. P. Ordinary Least Squares Estimation of Simple Non-Elementary Linear Regressions with a Linear Argument in a Binary Operation // *Proceedings in Cybernetics*. 2022. No. 4 (48). P. 69–76. DOI 10.34822/1999-7604-2022-4-69-76.

ВВЕДЕНИЕ

Для проведения регрессионного анализа [1, 2] разработано значительное количество различных известных структурных спецификаций регрессионных моделей [3], применяемых при решении прикладных задач анализа данных. Одновременно идет поиск новых регрессионных зависимостей, более совершенных форм связи между переменными, и актуальным научным направлением сегодня является построение интерпретируемых моделей машинного обучения [4, 5].

Методы построения нечетких регрессионных моделей активно развиваются, например: в [6] представлен новый подход для оценки параметров модели нечеткой регрессии; в [7] рассмотрена нечеткая регрессия с интервальными значениями и предложена новая унифицированная методология работы с моделями нечеткой регрессии, в [8] представлен нечеткий линейный метод наименьших квадратов (МНК); в [9] исследуются вопросы оценивания нечетких регрессионных моделей с помощью метода наименьших модулей (МНМ).

Широкое распространение получили так называемые кусочно-линейные регрессионные модели [10], оценка которых осуществляется с помощью МНМ, например, для моделирования объемов перевозок пассажиров железнодорожным транспортом [11]. В [12] предложена кусочно-линейная авторегрессионная модель произвольного порядка для расчета обеспеченности жильем в Иркутской области. В [13] исследована кусочно-линейная регрессия с интервальной неопределенностью для зависимой переменной.

В [14] рассмотрены простейшие неэлементарные линейные регрессии (НЛР), состоя-

щие из двух объясняющих переменных, оцениваемых с помощью МНК, а в [15] понятие НЛР было обобщено на случай многих переменных. В общем случае, НЛР содержит в себе не только объясняющие переменные, но и все возможные комбинации их пар, преобразованные с помощью бинарных операций минимум и максимум. Тем самым НЛР есть обобщение линейных регрессий. Для выбора наиболее информативных регрессоров в НЛР было предложено две стратегии, требующие реализации переборных процедур [16], а в [17] задача выбора оптимальной структуры НЛР сведена к задаче частично-булевого линейного программирования и продемонстрированы высокие интерпретационные способности НЛР. В работах [14–17] в НЛР один из аргументов бинарных операций содержит только угловой коэффициент при объясняющей переменной.

Цель данной работы заключается в разработке алгоритма оценки МНК обобщенных простейших НЛР, в которых один из аргументов бинарной операции представляет собой линейную функцию, т. е. содержит как угловой коэффициент, так и свободный член.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В работе [14] рассмотрена простейшая НЛР вида:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \min \{x_{i1}, kx_{i2}\} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где n – объем выборки; $y_i, i = \overline{1, n}$ – значения зависимой (объясняемой) переменной y ; $x_{i1} \geq 0, x_{i2} \geq 0, i = \overline{1, n}$ – значения независимых (объясняющих) переменных x_1 и x_2 ; α_0 ,

α_1 , k – неизвестные параметры; ε_i , $i = \overline{1, n}$ – ошибки аппроксимации.

Модель (1) нелинейна по параметрам. Но если придать параметру k определенное значение, то она становится линейной, и оценки параметров α_0 и α_1 можно легко идентифицировать, например, по известным формулам для МНК.

В [1] установлена область возможных значений параметра k . Для этого сначала определяется область его значений, при которых НЛР (1) трансформируется в обычную парную линейную регрессию y от x_1 . В этом случае нужно решить систему линейных неравенств:

$$\begin{cases} x_{11} \leq kx_{12}, \\ x_{21} \leq kx_{22}, \\ \dots \\ x_{n1} \leq kx_{n2}. \end{cases}$$

Решение этой системы можно записать в виде:

$$k \geq k_{\max},$$

$$\text{где } k_{\max} = \max \left\{ \frac{x_{11}}{x_{12}}, \frac{x_{21}}{x_{22}}, \dots, \frac{x_{n1}}{x_{n2}} \right\}.$$

Аналогично для определения области значений параметра k , при которых НЛР (1) трансформируется в парную линейную регрессию y от x_2 , решается система неравенств:

$$\begin{cases} x_{11} \geq kx_{12}, \\ x_{21} \geq kx_{22}, \\ \dots \\ x_{n1} \geq kx_{n2}. \end{cases}$$

Она имеет решение:

$$k \leq k_{\min},$$

$$\text{где } k_{\min} = \min \left\{ \frac{x_{11}}{x_{12}}, \frac{x_{21}}{x_{22}}, \dots, \frac{x_{n1}}{x_{n2}} \right\}.$$

Тогда оптимальная оценка параметра k в НЛР (1) принадлежит отрезку $[k_{\min}, k_{\max}]$.

Разбивая этот отрезок достаточно большим числом точек, вычисляя в каждой точке МНК-оценки параметров α_0 , α_1 и выбирая уравнение, для которого сумма квадратов ошибок минимальна, можно получить НЛР, МНК-оценки которой практически не отличаются от оптимальных.

Модель (1) можно назвать НЛР только с угловым коэффициентом k в бинарной операции. Стоит отметить, что вместо бинарной операции $\min$ в НЛР (1) можно использовать бинарную операцию $\max$.

Введем в рассмотрение НЛР со свободным членом b и единичным угловым коэффициентом в бинарной операции:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \min \{x_{i1}, x_{i2} + b\} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (2)$$

МНК-оценки неизвестных параметров НЛР (2) можно найти точно по такому же алгоритму, что и для НЛР (1). Для этого сначала определим область возможных значений параметра b .

Если НЛР (2) трансформируется в обычную парную регрессию y от x_1 , то справедливы условия:

$$\begin{cases} x_{11} \leq x_{12} + b, \\ x_{21} \leq x_{22} + b, \\ \dots \\ x_{n1} \leq x_{n2} + b. \end{cases}$$

Решением такой системы линейных неравенств будет промежуток:

$$b \geq b_{\max},$$

$$\text{где } b_{\max} = \max \{x_{11} - x_{12}, x_{21} - x_{22}, \dots, x_{n1} - x_{n2}\}.$$

Если же НЛР (2) трансформируется в парную регрессию y от x_2 , то выполняются условия:

$$\begin{cases} x_{11} \geq x_{12} + b, \\ x_{21} \geq x_{22} + b, \\ \dots \\ x_{n1} \geq x_{n2} + b, \end{cases}$$

откуда:

$$b \leq b_{\min},$$

где $b_{\min} = \min \{x_{11} - x_{12}, x_{21} - x_{22}, \dots, x_{n1} - x_{n2}\}$.

Из этого следует, что оптимальная оценка параметра b в НЛР (2) принадлежит отрезку $[b_{\min}, b_{\max}]$. Тогда для нахождения близких к оптимальным МНК-оценкам параметров НЛР (2) можно воспользоваться следующим алгоритмом:

1. Разбить отрезок $[b_{\min}, b_{\max}]$ максимальным количеством точек.

2. В каждой точке и на концах отрезка с помощью МНК определить оценки параметров α_0 и α_1 НЛР (2).

3. Выбрать точку, в которой сумма квадратов ошибок НЛР (2) минимальна.

Теперь введем в рассмотрение НЛР со свободным членом b и угловым коэффициентом k в бинарной операции:

$$y_i = \alpha_0 + \alpha_1 \min \{x_{i1}, kx_{i2} + b\} + \varepsilon_i, \quad i = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Понятно, что если $b = 0$, то НЛР (3) вырождается в НЛР (1), а если $k = 1$, то в НЛР (2). К сожалению, из-за того что степень нелинейности НЛР (3) выше, чем у моделей (1) и (2), определить аналитически в какую область попадают оптимальные оценки ее параметров k и b не представляется возможным. Однако можно сформулировать следующий алгоритм МНК-оценивания НЛР (3), гарантирующий получение модели с величиной суммы квадратов ошибок, не большей, а зачастую меньшей, чем у НЛР (1) и (2):

1. Выбрать область изменения параметра k так, чтобы она включала в себя и промежуток $[k_{\min}, k_{\max}]$, и единицу. Разбить получен-

ный отрезок $[k_1, k_2]$ максимальным количеством точек.

2. В каждой s -й точке и на концах отрезка $[k_1, k_2]$ определить границы возможных значений параметра b по формулам $b_{s, \min} = \min \{x_{11} - k_s x_{12}, x_{21} - k_s x_{22}, \dots, x_{n1} - k_s x_{n2}\}$ и $b_{s, \max} = \max \{x_{11} - k_s x_{12}, x_{21} - k_s x_{22}, \dots, x_{n1} - k_s x_{n2}\}$. В результате для каждой s -й точки отрезка $[k_{\min}, k_{\max}]$ будет сформирован отрезок $[b_{s, \min}, b_{s, \max}]$.

3. Разбить s -й отрезок $[b_{s, \min}, b_{s, \max}]$ максимальным количеством точек.

4. В каждой точке и на концах отрезков $[b_{s, \min}, b_{s, \max}]$ с помощью МНК определить оценки параметров α_0 и α_1 НЛР (3).

5. Выбрать оценки параметров k и b , при которых сумма квадратов ошибок НЛР (3) минимальна.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Предложенные в работе алгоритмы МНК-оценивания НЛР были реализованы на языке программирования `hansl` эконометрического пакета `gretl` в виде программы для решения задачи моделирования железнодорожных грузовых перевозок в Тюменской области. Для этого были использованы ежегодные статистические данные (источник – <https://rosstat.gov.ru/>) за период с 2011 по 2020 гг. по следующим переменным:

y – отправление грузов железнодорожным транспортом общего пользования (млн т);

x_1 – производство электроэнергии (млрд кВт*ч);

x_2 – продукция сельского хозяйства (млн руб.).

Данные приведены в табл. 1.

Таблица 1

Статистические данные

Год	y	x_1	x_2
2011	24,5	101,0	58 660,2
2012	26,4	102,7	56 125,2
2013	30,5	108,1	58 853,2
2014	34,2	109,8	67 110,7
2015	40,6	109,2	70 657

Окончание табл. 1

Год	y	x ₁	x ₂
2016	40,2	110,6	74 486,2
2017	38,4	108,2	76 715,6
2018	37,7	108,79	77 793
2019	37,7	110,63	8 3037
2020	38,2	101,2	87 514

Примечание: составлено автором.

Оцененная по этим данным с помощью МНК традиционная модель множественной линейной регрессии имеет вид:

$$\tilde{y} = -63,8402 + 0,6724x_1 + 0,0003758x_2. \quad (4)$$

Коэффициент детерминации R^2 модели (4) составил 0,848594, что подтверждает ее адекватность.

Затем с помощью МНК численно оценивалась НЛР (1). Область возможных значений параметра k составила $[0,001156, 0,001837]$. Число разбиений этого отрезка задавалось равным 100. График зависимости коэффициента детерминации R^2 оцениваемой модели от величины k представлен на рис. 1.

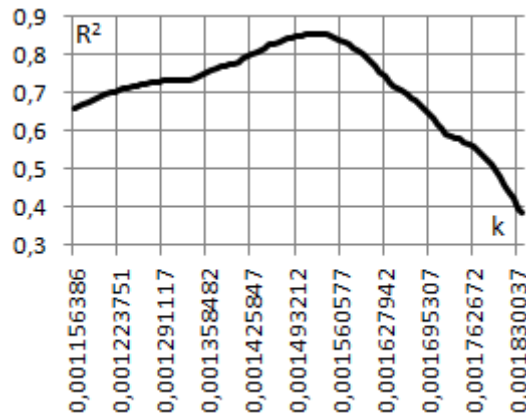


Рис. 1. График зависимости R^2 от k для неэлементарной линейной регрессии (1)

Примечание: составлено автором.

Как видно по рис. 1, максимальное значение 0,854667 коэффициент детерминации R^2 достигает только в одной точке $k = 0,001527$, в которой НЛР (1) имеет вид:

$$\tilde{y} = -21,4316 + 0,5544 \min\{x_1, 0,001527x_2\}. \quad (5)$$

Таким образом, по величине R^2 НЛР (5) оказалась незначительно лучше, чем линейная регрессия (4).

В кусочно-заданной форме НЛР (5) имеет вид:

$$\tilde{y} = \begin{cases} -21,4316 + 0,5544x_1, & \text{при } \frac{x_1}{x_2} \leq 0,001527, \\ -21,4316 + 0,000846x_2, & \text{при } \frac{x_1}{x_2} > 0,001527. \end{cases}$$

Из этого следует, что при переключении функций в НЛР (5) угловые коэффициенты при переменных различны, а свободный $(-21,4316)$ постоянен. При этом переключение осуществляется в зависимости от величины относительного показателя $\frac{x_1}{x_2}$.

После чего с помощью МНК численно оценивалась НЛР (2). Область возможных значений параметра b составила $[-87412,8, -56022,5]$. Число разбиений этого отрезка задавалось равным 100. График зависимости коэффициента детерминации R^2 оцениваемой модели от величины b представлен на рис. 2.

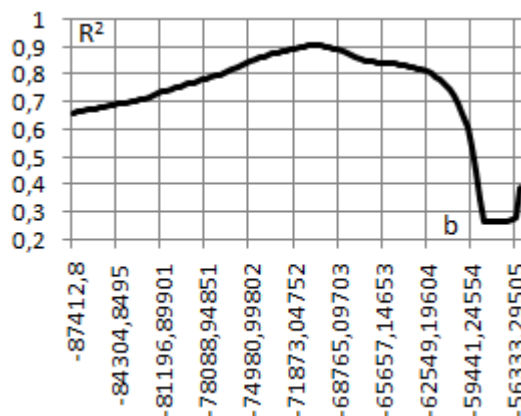


Рис. 2. График зависимости R^2 от b для неэлементарной линейной регрессии (2)
 Примечание: составлено автором.

Как видно по рис. 2, максимальное значение 0,906492 коэффициент детерминации R^2 достигает только в одной точке $b = -70629,87$, в которой НЛР (2) имеет вид:

$$\tilde{y} = 38,5499 + 0,0009 \min \{x_1, x_2 - 70629,87\}. \quad (6)$$

В результате по величине R^2 НЛР (6) оказалась гораздо лучше как линейной регрессии (4), так и НЛР (5).

В кусочно-заданной форме НЛР (6) имеет вид:

$$\tilde{y} = \begin{cases} 38,5499 + 0,0009x_1, & \text{при } x_2 - x_1 \geq 70629,87, \\ -25,017 + 0,0009x_2, & \text{при } x_2 - x_1 < 70629,87. \end{cases}$$

Из этого следует, что при переключении функций в НЛР (6) свободные члены различны, а угловой коэффициент при переменных (0,0009) постоянен. При этом переключение осуществляется в зависимости от величины абсолютного показателя $x_2 - x_1$.

Далее с помощью МНК численно оценивалась НЛР (3). Область возможных значений параметра k была выбрана $[0,001156, 2]$. Число разбиений отрезков и для параметра k , и для b задавалось равным 1 000. В результате работы программы было установлено, что максимальное значение 0,90825 коэффициент детерминации R^2 достигает при $k = 0,011768$ и $b = -722,3053$. В этой точке НЛР (3) имеет вид:

$$\tilde{y} = 30,25 + 0,077467 \min \{x_1, 0,011768x_2 - 722,3053\}. \quad (7)$$

По величине R^2 НЛР (7) оказалась лучшей из всех оцененных моделей.

В кусочно-заданной форме НЛР (7) имеет вид:

$$\tilde{y} = \begin{cases} 30,25 + 0,077467x_1, & \text{при } x_1 \leq 0,011768x_2 - 722,3053, \\ -25,7048 + 0,000911x_2, & \text{при } x_1 > 0,011768x_2 - 722,3053. \end{cases}$$

Как видно, при переключении функций в НЛР (7) различны как свободные члены, так и угловые коэффициенты.

Стоит отметить, что при использовании бинарной операции максимум оцененные НЛР оказались хуже, чем модели (5)–(7).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрены простейшие неэлементарные линейные регрессии с линейным аргументом в бинарной операции. Предложен алгоритм МНК-оценивания для спецификации с единичным угловым коэффициентом и свободным членом, и с произвольным угловым коэффициентом и свободным членом. Разработана реализующая эти алгоритмы программа, с помощью которой решена задача моделирования железнодорожных грузоперевозок в Тюменской области. Предложенные в работе модели на практике оказа-

лись лучше по качеству, чем линейная регрессия и неэлементарная линейная регрессия только с угловым коэффициентом в бинарной операции.

Предложенный алгоритм оценивания неэлементарной линейной регрессии со свободным членом и единичным угловым коэффициентом в бинарной операции гарантирует близость МНК-оценок к оптимальным, а алгоритм для неэлементарных линейных регрес-

сий с линейным аргументом в бинарной операции – нет. Однако полученная с его помощью модель гарантировано будет не хуже, чем известные на сегодня неэлементарные зависимости. Поэтому весьма перспективным направлением становится интеграция рассмотренных в данной работе простейших конструкций в обобщенную неэлементарную линейную регрессию [17].

Список источников

1. Brook R. J., Arnold G. C. Applied Regression Analysis and Experimental Design. Boca Raton, FL : CRC Press, 2018. 256 p.
2. Montgomery D. C., Peck E. A., Vining G. G. Introduction to Linear Regression Analysis. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2021. 704 p.
3. Клейнер Г. Б. Производственные функции: теория, методы, применение. М. : Финансы и статистика, 1986. 240 с.
4. Molnar C. Interpretable Machine Learning. 2020. 312 p.
5. Doshi-Velez F., Kim B. Towards a Rigorous Science of Interpretable Machine Learning // arXiv. 2017. URL: <https://arxiv.org/pdf/1702.08608v2.pdf> (дата обращения: 15.10.2022).
6. Khammar A. H., Arefi M., Akbari M. G. A General Approach to Fuzzy Regression Models Based on Different Loss Functions // Soft Comput. 2021. Vol. 25, Is. 2. P. 835–849.
7. Boukezzoula R., Coquin D. Interval-Valued Fuzzy Regression: Philosophical and Methodological Issues // Appl Soft Comput. 2021. Vol. 103. P. 107145.
8. Hose D., Hanss M. Fuzzy Linear Least Squares for the Identification of Possibilistic Regression Models // Fuzzy Sets and Systems. 2019. Vol. 367. P. 82–95.
9. Chen L.-H., Nien S.-H. Mathematical Programming Approach to Formulate Intuitionistic Fuzzy Regression Model Based on Least Absolute Deviations // Fuzzy Optim Decis Making. 2020. Vol. 19, Is. 2. P. 191–210.
10. Носков С. И. Технология моделирования объектов с нестабильным функционированием и неопределенностью в данных. Иркутск : Облформпечать, 1996. 320 с.
11. Носков С. И., Хоняков А. А. Кусочно-линейные регрессионные модели объемов перевозок пассажиров железнодорожным транспортом // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2021. № 4. С. 80–89.
12. Носков С. И. Построение кусочно-линейной авторегрессионной модели произвольного порядка // Вестн. Югорск. гос. ун-та. 2022. № 2. С. 89–94.

References

1. Brook R. J., Arnold G. C. Applied Regression Analysis and Experimental Design. Boca Raton, FL : CRC Press, 2018. 256 p.
2. Montgomery D. C., Peck E. A., Vining G. G. Introduction to Linear Regression Analysis. Hoboken, NJ : John Wiley & Sons, 2021. 704 p.
3. Kleiner G. B. Proizvodstvennye funktsii: Teoriia, metody, primeneniye. Moscow : Finansy i statistika, 1986. 240 p. (In Russian).
4. Molnar C. Interpretable Machine Learning. 2020. 312 p.
5. Doshi-Velez F., Kim B. Towards a Rigorous Science of Interpretable Machine Learning // arXiv. 2017. URL: <https://arxiv.org/pdf/1702.08608v2.pdf> (accessed: 15.10.2022).
6. Khammar A. H., Arefi M., Akbari M. G. A General Approach to Fuzzy Regression Models Based on Different Loss Functions // Soft Comput. 2021. Vol. 25, Is. 2. P. 835–849.
7. Boukezzoula R., Coquin D. Interval-Valued Fuzzy Regression: Philosophical and Methodological Issues // Appl Soft Comput. 2021. Vol. 103. P. 107145.
8. Hose D., Hanss M. Fuzzy Linear Least Squares for the Identification of Possibilistic Regression Models // Fuzzy Sets and Systems. 2019. Vol. 367. P. 82–95.
9. Chen L.-H., Nien S.-H. Mathematical Programming Approach to Formulate Intuitionistic Fuzzy Regression Model Based on Least Absolute Deviations // Fuzzy Optim Decis Making. 2020. Vol. 19, Is. 2. P. 191–210.
10. Noskov S. I. Tekhnologiya modelirovaniia obektov s nestabilnym funktsionirovaniem i neopredelennosti v dannykh. Irkutsk : Oblinformpechat, 1996. 320 p. (In Russian).
11. Noskov S. I., Khonyakov A. A. Piecewise Linear Regression Models of Passenger Transportation Volumes by Railway // Models, Systems, Networks in Economics, Technology, Nature and Society. 2021. No. 4. P. 80–89. (In Russian).
12. Noskov S. I. Construction of a Piece-Linear Autoregression Model of an Arbitrary Order // Yugra State University Bulletin. 2022. No. 2. P. 89–94. (In Russian).

13. Носков С. И. Построение кусочно-линейной регрессии с интервальной неопределенностью в данных для зависимой переменной // Вестник кибернетики. 2022. № 2. С. 61–65.
14. Базилевский М. П. МНК-оценивание параметров специфицированных на основе функций Леонтьева двухфакторных моделей регрессии // Юж.-Сиб. науч. вестн. 2019. № 2. С. 66–70.
15. Базилевский М. П. Оценивание линейно-неэлементарных регрессионных моделей с помощью метода наименьших квадратов // Моделирование, оптимизация и информационные технологии. 2020. Т. 8, № 4. DOI 10.26102/2310-6018/2020.31.4.026.
16. Базилевский М. П. Отбор информативных операций при построении линейно-неэлементарных регрессионных моделей // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Т. 9, № 5. С. 30–35.
17. Базилевский М. П. Метод построения неэлементарных линейных регрессий на основе аппарата математического программирования // Проблемы управления. 2022. № 4. С. 3–14.
13. Noskov S. I. Constructing a Data-Driven Piecewise Linear Regression with Interval Uncertainty for the Dependent Variable // Proceedings in Cybernetics. 2022. No. 2. P. 61–65. (In Russian).
14. Bazilevsky M. P. OLS-Estimation of Two-Factor Regression Models Specified on Leontiev Functions // South-Siberian Scientific Bulletin. 2019. No. 2. P. 66–70. (In Russian).
15. Bazilevsky M. P. Estimation Linear Non-Elementary Regression Models Using Ordinary Least Squares // Modeling, Optimization and Information Technology. 2020. Vol. 8, No. 4. DOI 10.26102/2310-6018/2020.31.4.026. (In Russian).
16. Bazilevsky M. P. Election of Informative Operations in the Construction of Linear Non-Elementary Regression Models // International Journal of Open Information Technologies. 2021. Vol. 9, No. 5. P. 30–35. (In Russian).
17. Bazilevsky M. P. A Method for Constructing Non-elementary Linear Regressions Based on Mathematical Programming // Control Sciences. 2022. No. 4. P. 3–14. (In Russian).

Информация об авторе

М. П. Базилевский – кандидат технических наук, доцент.

Information about the author

M. P. Bazilevsky – Candidate of Sciences (Engineering), Associate Professor.