

Научная статья
УДК 551.4:517.5
DOI 10.35266/1999-7604-2023-1-73-79

ОБ ОДНОМ ПОДХОДЕ К ПОСТРОЕНИЮ ПРОФИЛЯ РЕЛЬЕФНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Антон Георгиевич Назин
Сургутский государственный университет
nazin_ag@surgu.ru

Аннотация. Предложен новый подход к построению профиля рельефной поверхности, заданной с помощью текстового описания. Метод основан на аппроксимации тригонометрическими полиномами базовых элементов рельефа и интерполяции обобщенными многочленами.

Ключевые слова: интерполяция, аппроксимация, рельеф

Для цитирования: Назин А. Г. Об одном подходе к построению профиля рельефной поверхности // Вестник кибернетики. 2023. Т. 22, № 1. С. 73–79. DOI 10.35266/1999-7604-2023-1-73-79.

Original article

ON ONE APPROACH TO BUILDING A PROFILE OF A RELIEF SURFACE

Anton G. Nazin
Surgut State University, Surgut, Russia
nazin_ag@surgu.ru

Abstract. The article suggests a new approach to building a profile of a relief surface defined by text. The method is based on trigonometric polynomials for approximating basic terrain elements and generalized polynomials for interpolation.

Keywords: interpolation, approximation, relief

For citation: Nazin A. G. On One Approach to Building a Profile of a Relief Surface. Proceedings in Cybernetics. 2023. Vol. 22, No. 1. P. 73–79. DOI 10.35266/1999-7604-2023-1-73-79.

ВВЕДЕНИЕ

Топографический профиль (профиль рельефной поверхности), как правило, создается в современных условиях двумя способами: по результатам конкретных (экспериментальных) значений замеров объекта геодезическими приборами [1] или с помощью топографических карт [2].

Подробный алгоритм построения профиля в заданном направлении по топографической карте описан в [3, 4]. Для получения плавной кривой профиля используются различные подходы: S-аппроксимации [5], структурно-параметрический подход [6], аппроксимация полиномами Чебышева [7].

На практике часто возникают случаи, когда необходимо построить профиль рельефа при полном отсутствии исходных данных в виде

топографических карт или результатов геодезических наблюдений.

Рассматривается случай, когда в роли исходных данных выступает простое текстовое описание участка карты, исходя из которого необходимо построить профиль рельефной поверхности в заданном направлении.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Все многообразие неровностей, из которых складывается рельеф земной поверхности, можно свести к 5 элементарным формам [8]. Назовем их базовыми элементами рельефа:

1. Гора – значительное куполообразное или коническое возвышение с более или менее выраженным основанием – подошвой.

2. Котловина – замкнутая чашеобразная впадина обычно с пологими скатами.

3. Хребет – линейно вытянутое возвышение, постепенно понижающееся к одному или обоим своим концам.

4. Лощина – вытянутое углубление, понижающееся в одном направлении, имеет скаты с четко выраженным верхним перегибом – бровкой.

5. Седловина – понижение на гребне хребта между двумя смежными вершинами.

Все базовые элементы рельефа будут заданы с помощью кусочно-линейных функций с использованием следующих параметров:

H – средняя высота на местности относительно уровня моря (в метрах);

H_i – абсолютная высота или глубина i -го элемента рельефа относительно средней высоты местности (H) (экспериментальные наблюдения) (в метрах);

D_i – диаметр условной окружности, описанной около i -го элемента рельефа, лежащей в плоскости на уровне средней высоты местности (H) (в метрах);

d_i – диаметр вершины i -й «горы» или диаметр дна i -й «котловины» (в метрах);

L_i – расстояние от условного центра местности до края окружности, что описывает i -й элемент рельефа;

T_i – расстояние от центра условной окружности, что описывает i -й элемент рельефа до абсолютной глубины «лощины» или абсолютной высоты хребта;

K_i – угол наклона i -го склона элемента рельефа (в градусах);

$Q(x; y)$ – координаты центра условной окружности, описывающей элемент рельефа.

Таким образом, с учетом введенных обозначений получим следующие текстовые описания базовых элементов рельефа:

1. Элемент «Хребет». На юге от условного центра местности на расстоянии L_1 м находится хребет с абсолютной высотой H_1 м, координатами центра условной окружности $Q(x_1; y_1)$ диаметром D_1 м, углом наклона левого склона K_1 и углом наклона правого склона K_2 . Расстояние от центра условной окружности до точки абсолютной высоты T_1 м.

2. Элемент «Гора». На юге от условного центра на расстоянии в L_2 м находится гора с абсолютной высотой H_2 м, координатами центра условной окружности $Q(x_2; y_2)$ диа-

метром D_2 м, диаметром вершины d_1 м, углом наклона левого склона K_3 и углом наклона правого склона K_4 .

3. Элемент «Лощина». На севере от условного центра на расстоянии в L_3 м находится лощина с максимальной глубиной H_3 м, координатами центра условной окружности $Q(x_3; y_3)$ диаметром D_3 м. Точка абсолютной глубины находится в южном направлении в T_2 м от центра условной окружности, углом наклона левого склона K_5 и углом наклона правого склона K_6 .

4. Элемент «Котловина». Центр условной окружности находится ровно в условном центре карты, диаметр условной окружности D_4 м, диаметр дна d_2 м глубиной H_4 м и точкой абсолютной глубины дна (центра его окружности) по центру элемента рельефа, углом наклона левого склона K_7 и углом наклона правого склона K_8 .

5. Элемент «Седловина». На юге от условного центра карты на расстоянии в L_4 м находится седловина с максимальной высотой смежных вершин в H_5 м и с высотой понижения между ними H_6 м, координатами центра условной окружности $Q(x_5; y_5)$ диаметром D_5 м, точка 1 вершины находится в T_3 м от южного края окружности, а точка 2 вершины – в T_4 м от северного края. Точка низины находится посередине окружности, описывающей элемент рельефа. Углы наклонов скатов и склонов равны $K_9, K_{10}, K_{11}, K_{12}$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Составим кусочно-линейные функции, описывающие каждый базовый элемент рельефа.

Элемент «Хребет»:

$$g1(x) = \begin{cases} K_1(x - x_1 + T_1) + H_1, & \text{при } x_1 - \frac{D_1}{2} \leq x \leq x_1 \\ K_2(x - x_1 + T_1) + H_1, & \text{при } x_1 \leq x \leq x_1 + \frac{D_1}{2} \end{cases} \quad (1)$$

Элемент «Гора»:

$$g2(x) = \begin{cases} K_3(x - x_2 + \frac{d_1}{2}) + H_2, & \text{при } x_2 - \frac{D_2}{2} \leq x \leq x_2 - \frac{d_1}{2} \\ H_2, & \text{при } x_2 - \frac{d_1}{2} \leq x \leq x_2 + \frac{d_1}{2} \\ K_4(x - x_2 - \frac{d_1}{2}) + H_2, & \text{при } x_2 + \frac{d_1}{2} \leq x \leq x_2 + \frac{D_2}{2} \end{cases} \quad (2)$$

Элемент «Лощина»:

$$g3(x) = \begin{cases} K_5(x - x_3 + T_2) + H_3, & \text{при } x_3 - \frac{D_3}{2} \leq x \leq x_3 - T_2 \\ K_6(x - x_3 + T_2) + H_3, & \text{при } x_3 - T_1 \leq x \leq x_3 + \frac{D_3}{2} \end{cases} \quad (3)$$

Элемент «Котловина»:

$$g4(x) = \begin{cases} K_7(x - x_4 + \frac{d_2}{2}) + H_4, & \text{при } x_4 - \frac{D_4}{2} \leq x \leq x_4 - \frac{d_2}{2} \\ H_4, & \text{при } x_4 - \frac{d_2}{2} \leq x \leq x_4 + \frac{d_2}{2} \\ K_8(x - x_4 - \frac{d_2}{2}) + H_4, & \text{при } x_4 + \frac{d_1}{2} \leq x \leq x_4 + \frac{D_4}{2} \end{cases} \quad (4)$$

Элемент «Седловина»:

$$g5(x) = \begin{cases} K_9(x - x_5 + \frac{D_5}{2} - T_3) + H_5, & \text{при } x_5 - \frac{D_5}{2} \leq x \leq x_5 - \frac{D_5}{2} + T_3 \\ K_{10}(x - x_5) + H_6, & \text{при } x_5 - \frac{D_5}{2} + T_3 \leq x \leq x_5 \\ K_{11}(x - x_5) + H_6, & \text{при } x_5 \leq x \leq x_5 + \frac{D_5}{2} - T_4 \\ K_{12}(x - x_5 - \frac{D_5}{2} + T_4) + H_5, & \text{при } x_5 + \frac{D_5}{2} - T_4 \leq x \leq x_5 + \frac{D_5}{2} \end{cases} \quad (5)$$

По формулам (1)–(5) построим графики кусочно-линейных функций, задающих базовые элементы рельефа (рис. 1–5).

Каждую кусочно-линейную функцию аппроксимируем тригонометрическим многочленом наилучшего среднеквадратичного приближения, являющимся n -частичной суммой ряда Фурье.

Для элемента «Хребет» определим нечетную функцию $\overline{g1}(x)$ на отрезке $[-D_1, D_1]$ следующим образом:

$$\overline{g1}(x) = \begin{cases} -g1(x), & -D_1 \leq x \leq 0 \\ g1(x), & 0 \leq x \leq D_1 \end{cases} \quad (7)$$

Разложим функцию $\overline{g1}(x)$ в ряд Фурье по синусам и возьмем первые 6 членов, получим многочлен наилучшего среднеквадратичного приближения 6-й степени следующего вида:

$$\varphi_1(x) = \sum_{n=1}^6 b_n \sin \frac{n\pi x}{D_1}, \quad (8)$$

где $b_n = \int_0^{D_1} g1(x) \sin \frac{n\pi x}{D_1} dx$.

Для элемента «Гора», получим:

$$\overline{g2}(x) = \begin{cases} -g2(x), & -D_2 \leq x \leq 0 \\ g2(x), & 0 \leq x \leq D_2 \end{cases} \quad (9)$$

$$\varphi_2(x) = \sum_{n=1}^6 b_n \sin \frac{n\pi x}{D_2},$$

где $b_n = \int_0^{D_2} g2(x) \sin \frac{n\pi x}{D_2} dx$.

Для элемента «Лощина» получим:

$$\overline{g3}(x) = \begin{cases} -g3(x), & -D_3 \leq x \leq 0 \\ g3(x), & 0 \leq x \leq D_3 \end{cases}$$

$$\varphi_3(x) = \sum_{n=1}^6 b_n \sin \frac{n\pi x}{D_3},$$

где $b_n = \int_0^{D_3} g3(x) \sin \frac{n\pi x}{D_3} dx$.

Для элемента «Котловина» получим:

$$\overline{g4}(x) = \begin{cases} -g4(x), & -D_4 \leq x \leq 0 \\ g4(x), & 0 \leq x \leq D_4 \end{cases}$$

$$\varphi_4(x) = \sum_{n=1}^6 b_n \sin \frac{n\pi x}{D_4},$$

где $b_n = \int_0^{D_4} g4(x) \sin \frac{n\pi x}{D_4} dx$.

Для элемента «Седловина» получим:

$$\overline{g5}(x) = \begin{cases} -g5(x), & -D_5 \leq x \leq 0 \\ g5(x), & 0 \leq x \leq D_5 \end{cases}$$

$$\varphi_5(x) = \sum_{n=1}^6 b_n \sin \frac{n\pi x}{D_5},$$

где $b_n = \int_0^{D_5} g5(x) \sin \frac{n\pi x}{D_5} dx$.

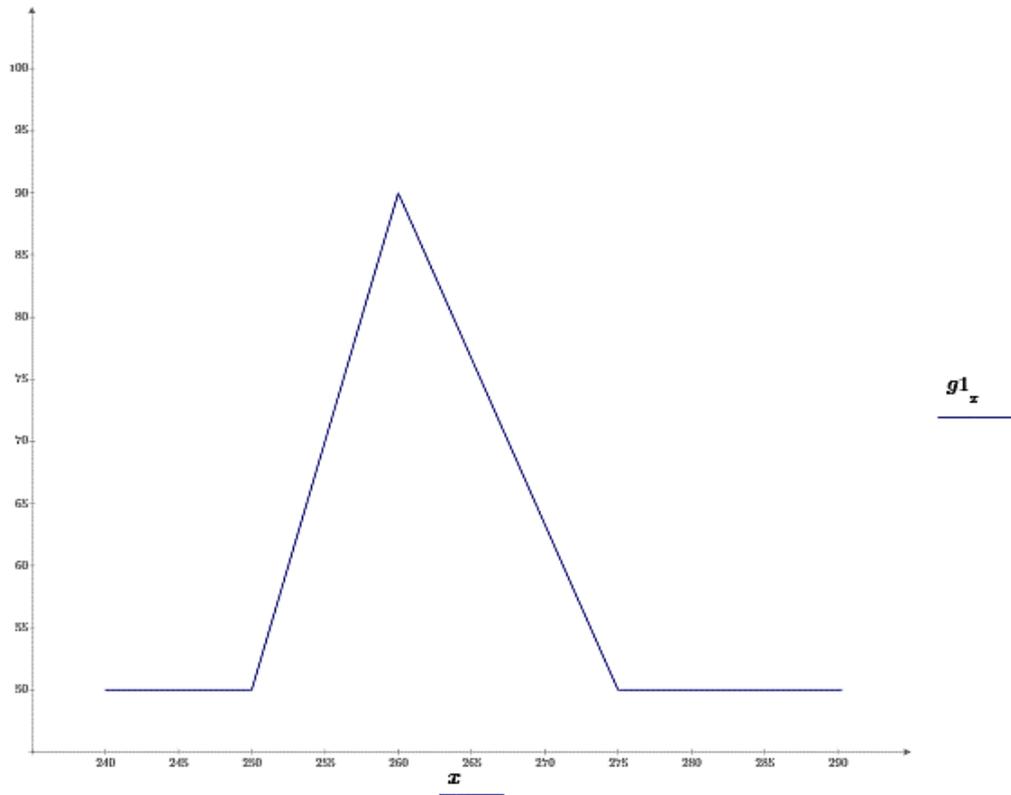


Рис. 1. Элемент «Хребет»
Примечание: составлено автором.

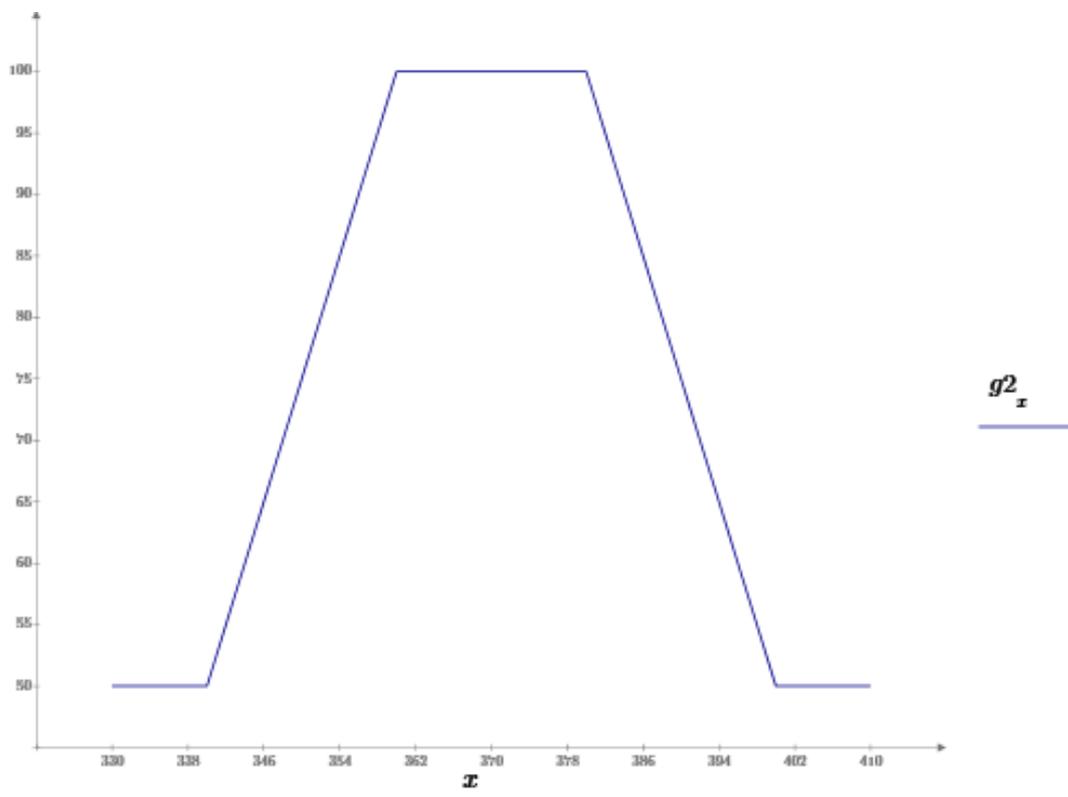


Рис. 2. Элемент «Гора»
Примечание: составлено автором.

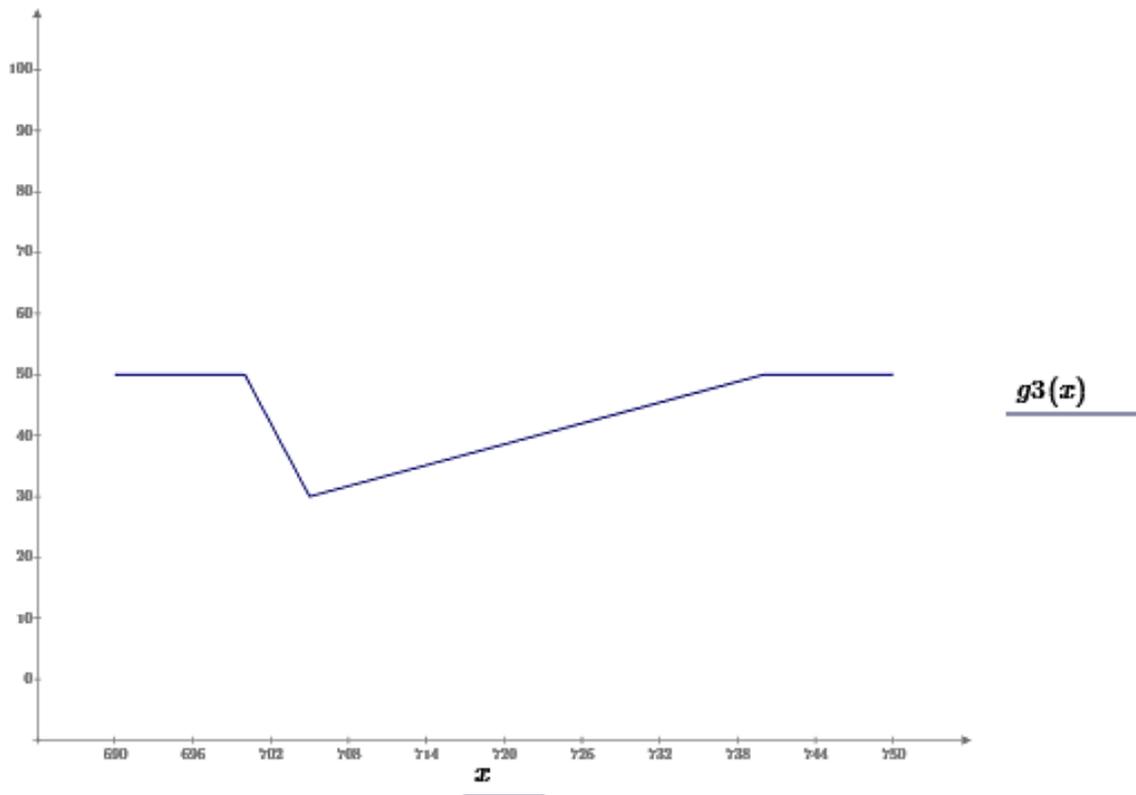


Рис. 3. Элемент «Лощина»
Примечание: составлено автором.

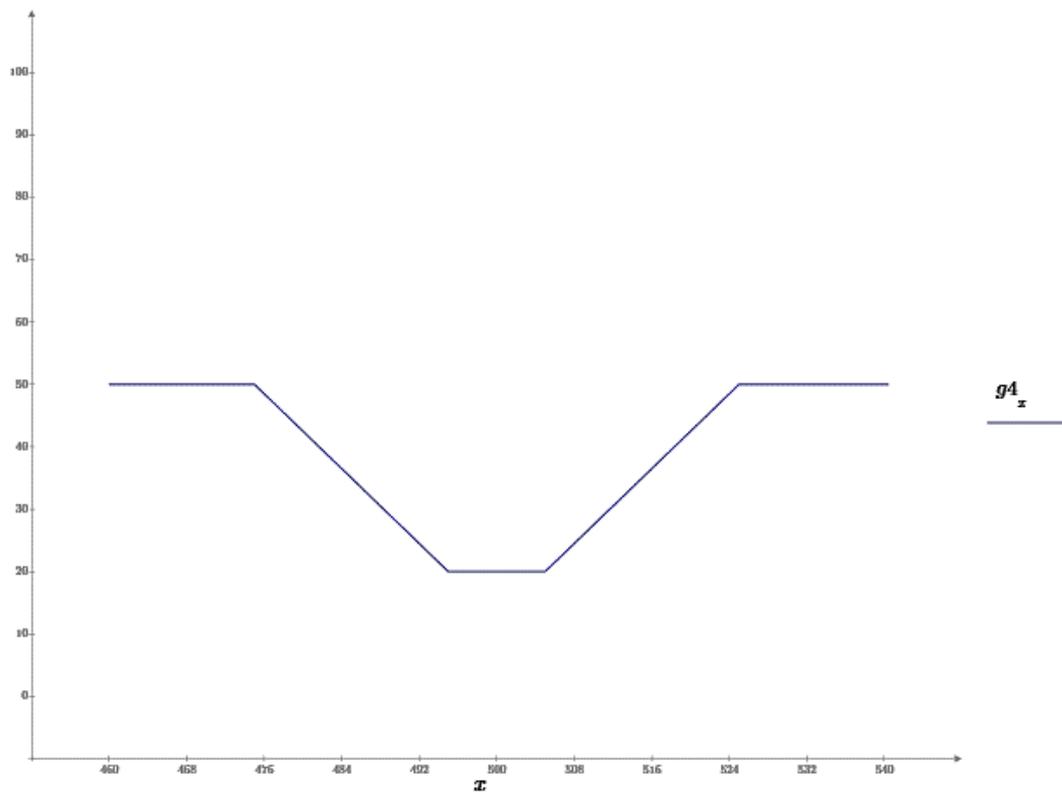


Рис. 4. Элемент «Котловина»
Примечание: составлено автором.

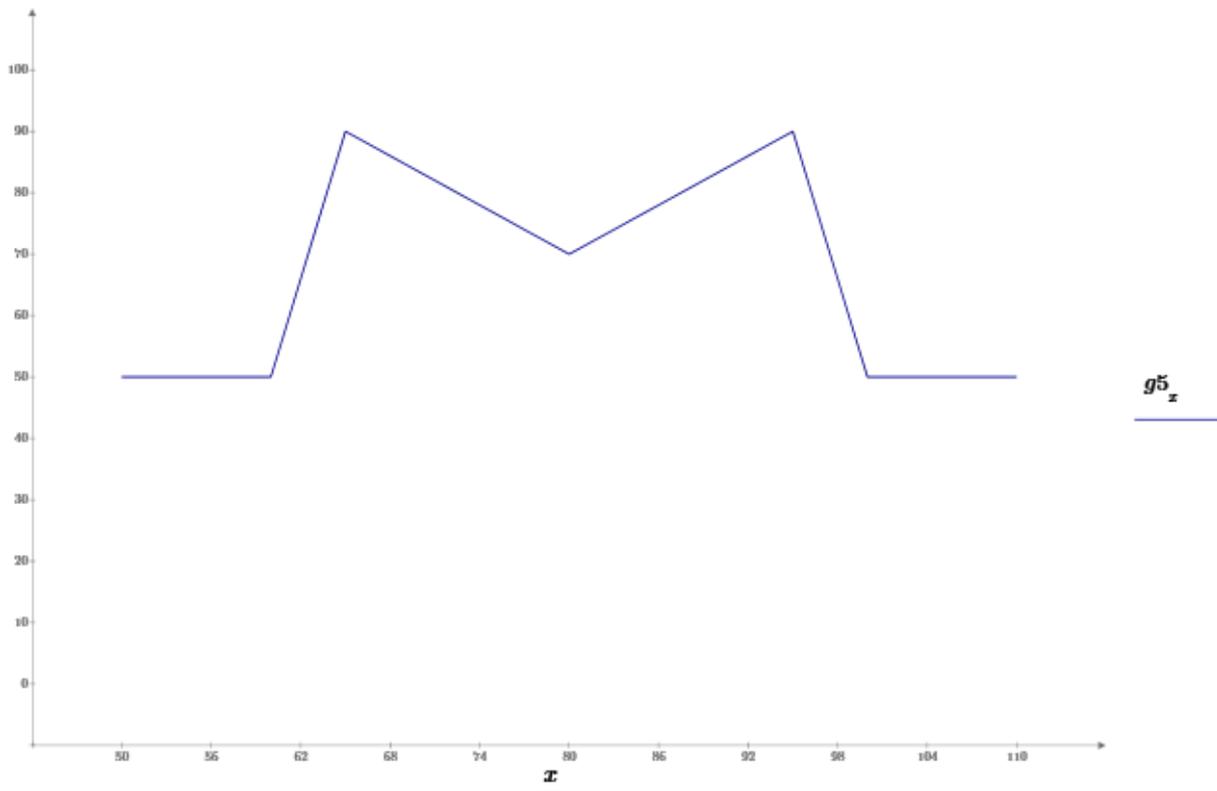


Рис. 5. Элемент «Седловина»
Примечание: составлено автором.

Таким образом, все базовые элементы рельефа будут заданы аналитически с помощью системы гладких ортогональных на отрезках $[-D_i, D_i]$, $i = \overline{1,5}$ функций $\varphi_1(x)$, $\varphi_2(x)$, $\varphi_3(x)$, $\varphi_4(x)$, $\varphi_5(x)$.

Рассмотрим некоторый участок земной поверхности, описанный с помощью базовых элементов рельефа. Зададим на нем направление, вдоль которого нужно построить профиль рельефа. Введем систему декартовых координат. Ось X направим вдоль направления искомого профиля, а ось Y – вертикально вверх. На этой координатной плоскости зададим точки, ограничивающие базовые элементы рельефа. Эти точки используем как узлы интерполяции, а сам профиль

строим с помощью интерполяции обобщенным многочленом:

$$\Phi(x) = a_1\varphi_1(x) + a_2\varphi_2(x) + a_3\varphi_3(x) + a_4\varphi_4(x) + a_5\varphi_5(x).$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Анализ существующих публикаций позволяет сделать вывод о том, что данный подход к построению профиля рельефной поверхности предложен впервые. Результаты расчетов показали хорошую точность метода.

Дальнейшее направление исследований заключается в использовании других ортогональных полиномов, например, полиномов Лежандра.

Список источников

1. Уфимцев Г. Ф. Морфология рельефа : моногр. М. : Научный мир, 2004. 182 с.
2. Павская М. В. Использование топографических и тематических карт при построении ландшафтных профилей земной поверхности // Актуальные проблемы лесного комплекса. 2016. № 46. С. 136–140.

References

1. Ufimtsev G. F. Morfologiya relefa : Monograph. Moscow : Nauchnyi mir, 2004. 182 p. (In Russian).
2. Pavskaya M. V. The Use of Topographic and Thematic Maps when Building Landscape Profiles of the Earth's Surface. Aktualnye problemy lesnogo kompleksa. 2016. No. 46. P. 136–140. (In Russian).

3. Гакаев Р. А. Изображение рельефа горизонталями и построение профиля по топографической карте // Педагогика высшей школы. 2016. № 2. URL: <https://moluch.ru/th/3/archive/32/1159/> (дата обращения: 06.03.2023).
4. Павлюк А. С., Баранов А. С., Сафронов С. В. Определение профиля земной поверхности // Современная техника и технологии: проблемы, состояние и перспективы. 2012. С. 47–54.
5. Керимов И. А., Степанова И. Э., Раевский Д. Н. и др. Исследование метода S-аппроксимации для различных типов рельефа земной поверхности // Геология и геофизика юга России. 2018. № 4. С. 75–91.
6. Степанова И. Э., Сальников А. М., Батов А. В. и др. Применение структурно-параметрического подхода при аппроксимации рельефа земной поверхности // Устойчивость и колебания нелинейных систем управления (конференция Пятницкого) : Материалы XV Международной научной конференции, Москва, 03–05 июня 2020 г. М., 2020. С. 441–444.
7. Коркин В. С. Аппроксимация профиля рельефа, заданного на нерегулярной сетке // Интерэкспо Гео-Сибирь. 2012. Т. 1, № 4. С. 14–17.
8. Бубнов И. А., Богатов С. Ф., Дубов С. Д. и др. Военная топография. М. : Воениздат, 1977. 280 с.
3. Gakaev R. A. Izobrazhenie relefa gorizontaliami i postroenie profilia po topograficheskoi karte. Pedagogika vysshei shkoly. 2016. No. 2. URL: <https://moluch.ru/th/3/archive/32/1159/> (accessed: 06.03.2023). (In Russian).
4. Pavlyuk A. S., Baranov A. S., Safronov S. V. Opre-delenie profilia zemnoi poverkhnosti. Sovremennaia tekhnika i tekhnologii: problemy, sostoianie i perspektivy. 2012. P. 47–54. (In Russian).
5. Kerimov I. A., Stepanova I. E., Raevsky D. N. et al. Study of the S-Approximation Method for Different Types of Landforms. Geology and Geophysics of the South of Russia. 2018. No. 4. P. 75–91. (In Russian).
6. Stepanova I. E., Salnikov A. M., Batov A. V. et al. The Use of the Structural-Parametric Approach in Approximating the Relief of the Earth's Surface. Ustoichivost i kolebaniia nelineinykh sistem upravleniia (konferentsiia Piatnitskogo) : Proceedings of the XV International Scientific Conference, Moscow, June 3–5, 2020. Moscow, 2020. P. 441–444. (In Russian).
7. Korokin V. S. Approximation of the Relief Profile Preset in the Irregular Grid // Interexpo Geo-Siberia. 2012. Vol. 1, No. 4. P. 14–17. (In Russian).
8. Bubnov I. A., Bogatov S. F., Dubov S. D. et al. Voennaia topografiia. Moscow : Voenizdat, 1977. 280 p. (In Russian).

Информация об авторе

А. Г. Назин – кандидат физико-математических наук, доцент.

Information about the author

A. G. Nazin – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Associate Professor.