

Научная статья

УДК 519.673

DOI 10.35266/1999-7604-2023-2-21-29

МОДЕЛЬ СОГЛАСОВАННОГО ГРУППОВОГО ПРЕСЛЕДОВАНИЯ С РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ ПО ЦЕЛЯМ

Александр Анатольевич Дубанов

Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова, Улан-Удэ, Россия

alandubanov@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1855-2562>

Аннотация. В статье рассмотрены задачи моделирования таблицы, включающей количество противоборствующих сторон и процесс группового преследования множества целей, каждая ячейка которой является структурированной переменной, содержащей информацию о прогнозируемом времени достижения i -м преследователем j -й цели. Для каждого распределения из конечного множества преследователей по целям выбирается минимальное из допустимых максимальных значений времен достижения целей преследователями. Рассмотренные задачи, основанные на моделях поведения реальных объектов, могут быть использованы в пакетах имитационного моделирования, виртуального моделирования игровых процессов или транспортной логистики, а также быть востребованными при создании в системах виртуальной реальности моделей доставки почтовых грузов дронами в оптимизированной hub-сети.

Ключевые слова: преследователь, цель, траектория, минимизация, таблица

Для цитирования: Дубанов А. А. Модель согласованного группового преследования с распределением по целям // Вестник кибернетики. 2023. Т. 22, № 2. С. 21–29. DOI 10.35266/1999-7604-2023-2-21-29.

Original article

A MODEL OF COOPERATED GROUP PURSUIT WITH DISTRIBUTION BY TARGETS

Aleksandr A. Dubanov

Buryat State University named after D. Banzarov, Ulan-Ude, Russia

alandubanov@mail.ru, <http://orcid.org/0000-0002-1855-2562>

Abstract. The article considers the problems of modeling a table with a set of competing parties and a group pursuit of multiple targets. Each table cell represents a structural variable containing data about the predicted time required for an i th pursuer to reach a j th target. For each finite set of pursuer's distribution by targets, the minimum time value of the pursuer's reaching the target is selected out of all permissible maximum ones. Upon analyzing the problems based on the models of real-world objects movements, the author suggests using them for simulation modeling, virtual modeling of game processes, and transport logistics, as well as for developing virtual reality models for parcel delivery performed by drones using a hub-network.

Keywords: pursuer, target, trajectory, minimization, table

For citation: Dubanov A. A. A model of cooperated group pursuit with distribution by targets. *Proceedings in Cybernetics*. 2023;22(2):21–29. DOI 10.35266/1999-7604-2023-2-21-29.

ВВЕДЕНИЕ

Сложные задачи динамического программирования в теории управления возможно решать путем их разбиения на менее сложные. Идея динамического программирования использовалась для поиска оптимальных тра-

екторий при формировании таблицы достижения преследователями целей по принципу перебора всевозможных комбинаций, из которых выбирается комбинация минимального значения критерия из формируемого множества с максимальным значением.

Рассмотрим групповое преследование множества целей: N преследователей догоняют M целей. Сформируем таблицу распределения

преследователей по строкам, а целей – по столбцам (табл. 1).

Таблица 1

Распределение преследователей по целям

Преследователь	Предполагаемое время достижения цели 1	Предполагаемое время достижения цели 2	Предполагаемое время достижения цели 3
1	t_{11}	t_{12}	t_{13}
2	t_{21}	t_{22}	t_{23}
3	t_{31}	t_{32}	t_{33}
4	t_{41}	t_{42}	t_{43}

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

Например, в каждой ячейке табл. 1 можно рассчитывать прогнозируемое время достижения i -м преследователем j -й цели – t_{ij} . Каждая ячейка табл. 1 содержит значения векторов скоростей, угловые скорости преследователя и цели, прогнозируемое время достижения t_{ij} , координаты положения в пространстве преследователя и цели.

В каждой полученной выборке A_k следует найти максимальное значение времен достижения $t_k = \max\{t_{ij}\}$. Допустим, в указанной выборке следует найти максимальное значение из времен $\{t_{21}, t_{23}, t_{32}, t_{41}\}$.

Максимальное значение t_k в выборке A_k диктуется тем, что все значения, зависящие от векторов скоростей преследователей и целей, а также их допустимых угловых скоростей, можно изменить в сторону увеличения до значения параметра t_k .

В выборке A_k возможно повышение остальных значений времен достижения преследователями целей t_{ij} до значения t_k за счет векторов скоростей преследователя и цели, значений угловых скоростей.

Когда будет получен массив выборок $\{A_k\}$ с соответственными значениями времен $\{t_{ij}\}$, следует найти минимальное время $t_{\min} = \min\{t_k\}$. Таким образом, будет получено оптимальное время группового достижения множества целей одновременно.

В работах [1–3] рассматривались основные положения теории игр, в работах [4, 5] – вопросы наведения на цель, в работах [6–10] – подходы к групповому поведению как преследователей, так и целей.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Предполагается, что таблица распределения преследователей по целям будет строиться на каждом дискретном промежутке времени, а в каждой ячейке таблицы будет храниться информация о методе преследования. Обновление предполагаемых времен достижения целей в табл. 1 предполагается через каждый дискретный промежуток времени Δt (рис. 1).

На рис. 1 представлена блок-схема алгоритма функции расчета следующего шага и вектора скорости движения преследователя.

На рис. 2 представлена блок-схема функции расчета времени и расстояния достижения преследователем цели. Переменная ε – это пороговое значение расстояния от преследователя до цели, при достижении которого цель считается достигнутой.

В случае, когда цель движется по предопределенной траектории, блок-схема, представленная на рис. 2, может дать оценку времени t_{ij} достижения i -м преследователем j -й цели. В качестве выходного параметра функции, представленной на рис. 2, может служить количество итераций процесса преследования N_{it} . Значение N_{it} количества итераций является выходным параметром функции расчета времени и расстояния достижения преследователем цели.

В случае, когда цель предпринимает ответные шаги, чтобы избежать достижения, оценивать время предлагается иначе. Для этого прогнозируемые траектории требуется строить как составные из сегментов прямых, дуг окружностей, квадратных и кубических парабол и других известных линий, чтобы не решать в расчетном цикле краевых задач.

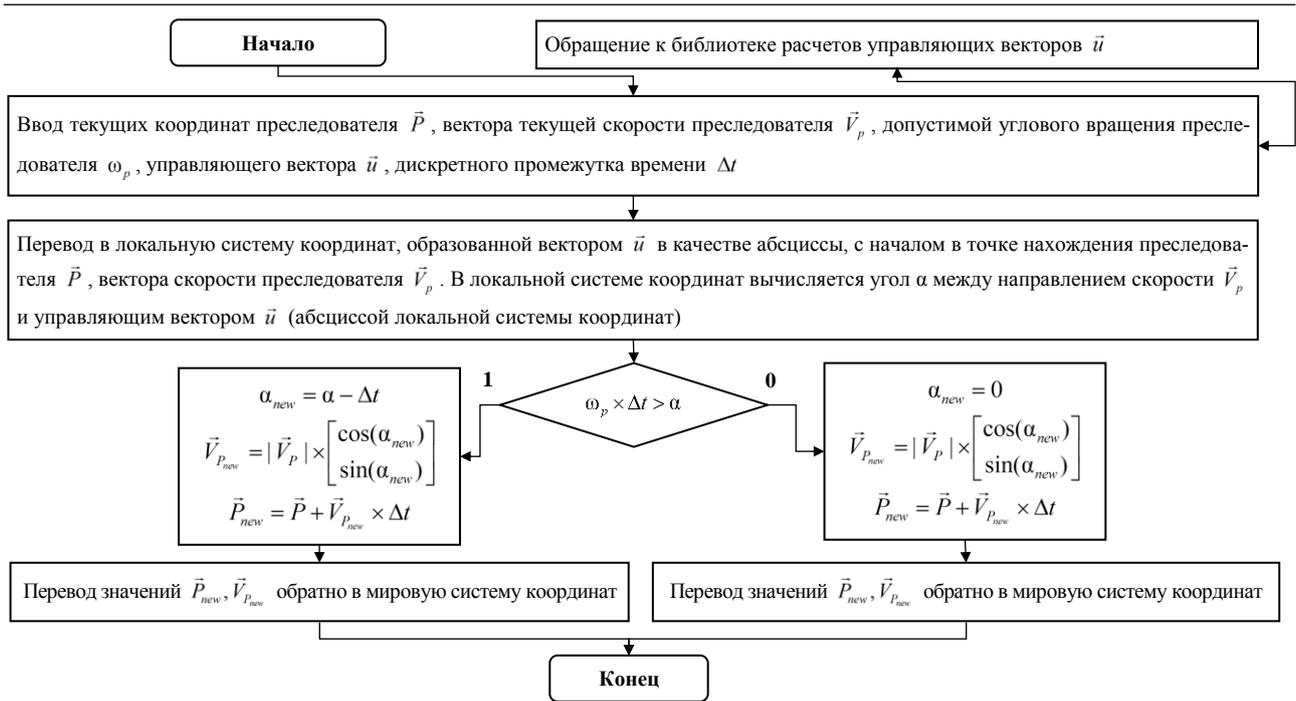


Рис. 1. Блок-схема расчета фазовых координат преследователя на следующем шаге

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

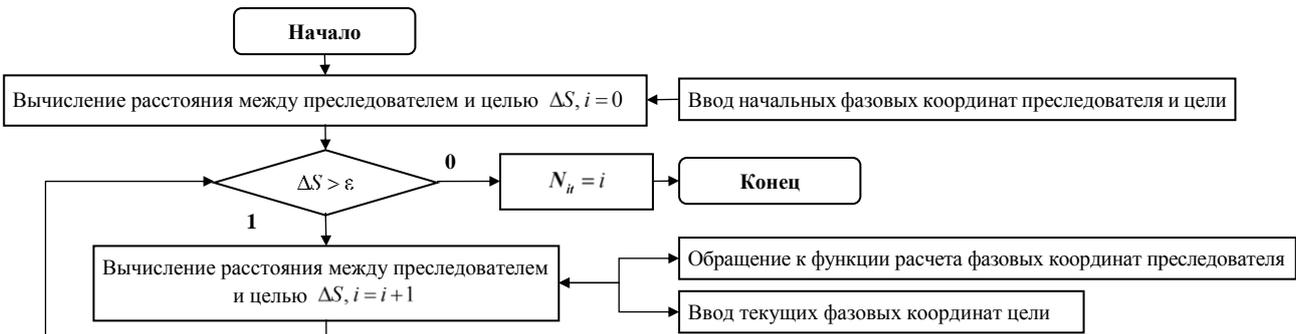


Рис. 2. Блок-схема функции расчета времени и расстояния достижения преследователем цели

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

В представленной модели группового преследования дискретный промежуток времени равен $\Delta t = 0,02$, скорости преследователей равны 20, 20 и 22 м/с, скорости целей равны 15 и 15 м/с. Процесс преследования происходит в области $[-30 \ 30] \times [-30 \ 30]$, измерение производится в метрах.

В описанной модели группового преследования в качестве примера используется модифицированный метод параллельного сближения. Предположительно, метод погони используется, если преследователь

оснащен устройством самонаведения, а метод параллельного сближения предпочтительней для наведения по GPS.

Предполагается, что матрица распределения Ψ_{ij} , где $i = 1 \dots N$, $j = 1 \dots M$ преследователей по целям будет строиться на каждом дискретном промежутке времени. В каждой ячейке матрицы Ψ_{ij} будет храниться информация о методе преследования. На основании этой информации будет происходить обращение к библиотеке функций расчета управляющих векторов \vec{i} (табл. 2).

Настоящая библиотека расчетов управляющих векторов содержит методы погони на плоскости, в пространстве и на поверхности, которые рассчитываются:

- методы параллельного сближения – на плоскости, в пространстве и на поверхности;
- методы пропорционального сближения – на плоскости и в пространстве;
- трехточечные методы – на плоскости и в пространстве;

- модифицированные методы погони – на плоскости и в пространстве, когда управление преследователем может производиться изменением допустимой кривизны траекторий;

- модифицированные методы параллельного сближения – на плоскости и в пространстве.

Модификация методов параллельного сближения и погони позволяет строить сеть прогнозируемых траекторий, которые допускают различные краевые условия.

Таблица 2

Методы преследования цели, движущейся по определенной траектории

№	Метод преследования: расчет управляющего вектора	Графическое описание метода
1	<p>Метод погони на плоскости и пространстве:</p> $\vec{u}_i = \frac{\vec{T}_i - \vec{P}_i}{ \vec{T}_i - \vec{P}_i },$ <p>\vec{T}_i – точка положения цели, \vec{P}_i – точка положения преследователя [11]</p>	
2	<p>Метод параллельного сближения на плоскости:</p> $\vec{u} = \frac{K - P}{ K - P },$ <p>T – точка положения цели, P – точка положения преследователя, K – точка на окружности Аполлония однозначно определена точками P, T и вектором скорости цели \vec{V}_T [12]</p>	
3	<p>Метод параллельного сближения в пространстве:</p> $\vec{u} = \frac{K - P}{ K - P },$ <p>T – точка положения цели, P – точка положения преследователя, K – точка на окружности Аполлония, окружность Аполлония лежит в плоскости Σ, образованной точками P, T и вектором скорости цели \vec{V}_T. В приведенном примере показан случай, когда вектор скорости преследователя направлен произвольно. По истечении некоторого времени, скорость преследователя направлена в точку на окружности Аполлония [13]</p>	
4	<p>Метод погони на поверхности:</p> $\vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i },$ <p>где P_{i+1} – есть результат пересечения поверхности $z = f(x, y)$, плоскости $P_i P_i^* T_i$ и сферы S_i с центром в точке P_i и радиуса $\vec{V}_T \times \Delta t$. Точка P_i^* – ортогональная проекция точки P_i на плоскость XU. Выразить управляющий вектор необходимо, чтобы производить унифицированное обращение к библиотеке [14]</p>	

№	Метод преследования: расчет управляющего вектора	Графическое описание метода
5	<p>Метод параллельного сближения на поверхности:</p> $\vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i },$ <p>где P_{i+1} – есть результат пересечения поверхности $z = f(x, y)$, плоскости $P_{i+1} P_{i+1}^* T_{i+1}$ и сферы S_i с центром в точке P_i и радиуса $\vec{V}_T \times \Delta t$. Точка P_{i+1}^* – ортогональная проекция точки P_{i+1} на плоскость XU. Выразить управляющий вектор необходимо, чтобы производить унифицированное обращение к библиотеке. Однопараметрическое семейство плоскостей Φ_i параллельное друг другу [15]</p>	
6	<p>Метод пропорционального сближения:</p> $\frac{d\theta}{dt} = k \times \frac{d\varphi}{dt},$ $\Delta\varphi = \arccos\left(\frac{ T_i ^2 + T_{i+1} ^2 - T_i - T_{i+1} ^2}{2 \times T_i \times T_{i+1} }\right),$ $\Delta\theta = k \times \arccos\left(\frac{ T_i ^2 + T_{i+1} ^2 - T_i - T_{i+1} ^2}{2 \times T_i \times T_{i+1} }\right),$ $P_{i+1} = \begin{bmatrix} V_p \times \Delta t \times \cos\left(k \times \arccos\left(\frac{ T_i ^2 + T_{i+1} ^2 - T_i - T_{i+1} ^2}{2 \times T_i \times T_{i+1} }\right)\right) \\ V_p \times \Delta t \times \sin\left(k \times \arccos\left(\frac{ T_i ^2 + T_{i+1} ^2 - T_i - T_{i+1} ^2}{2 \times T_i \times T_{i+1} }\right)\right) \end{bmatrix},$ $\vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i }$	
7	<p>Трехточечный метод сближения:</p> $(P_{i+1} - P_i)^2 = (\vec{V}_i \times \Delta t)^2, \quad \vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i }.$ <p>$P_{i+1} = (1 - \tau) \times Q + \tau \times T_{i+1}$</p> <p>Применение метода удобно, когда цель движется по баллистической траектории</p>	
8	<p>Модификация метода параллельного сближения на плоскости: строится сеть параллельных линий</p> $f_{i+1}(s) = f_i(s) + T_{i+1} - T_i,$ <p>где s – длина дуги линии, T_i – массив опорных точек траектории цели. Решение уравнения $(f_{i+1}(s) - P_i)^2 = (V_p \times \Delta t)^2$ относительно параметра s позволит найти значение s^*, которое будет соответствовать $P_{i+1} = f_{i+1}(s^*)$.</p> $\vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i }.$ <p>В качестве семейства линий $f_i(s)$ могут служить линии произвольной конфигурации [16]</p>	

Окончание табл. 2

№	Метод преследования: расчет управляющего вектора	Графическое описание метода
9	<p>Модификация метода параллельного сближения на плоскости: строится сеть $f_i(s)$, где s – длина дуги линии, T_i – массив опорных точек траектории цели. Выполняется условие, что конец линии $f_i(s)$ проходит через точку T_i, а точка P_i инцидентна линии $f_i(s)$, другими словами, используется в качестве лекала. Решение уравнения $(f_{i+1}(s) - P_i)^2 = (V_p \times \Delta t)^2$ относительно параметра s позволит найти значение s^*, которое будет соответствовать $P_{i+1} = f_{i+1}(s^*)$.</p> $\vec{u}_i = \frac{P_{i+1} - P_i}{ P_{i+1} - P_i }$ <p>В качестве семейства линий $f_i(s)$ могут служить линии произвольной конфигурации [17]</p>	

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

В примере группового преследования (рис. 3) сформированы матрицы Ψ_{ij} , где $i=1...3$, $j=1...2$, соответствующие возможным выборкам $A_k, k=1...6$ (табл. 3). Затем следует обращение, чтобы найти максимальное зна-

чение $t_k = \max\{t_{ij}\}$. После расчетов времен достижения получено, что наибольшим временем достижения обладает преследователь P_1 , настигающий цель T_1 из выборки A_2 .

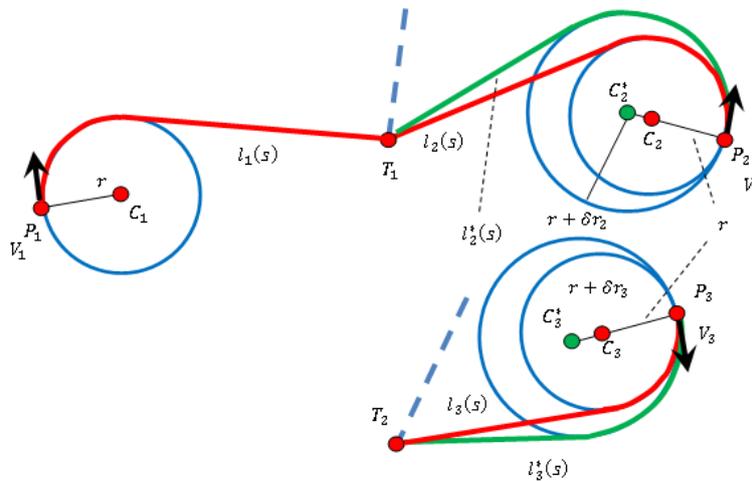


Рис. 3. Схема группового преследования множества целей

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

Таблица 3

Выборки, соответствующие распределению преследователей по целям

Преследователи	Цели											
	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2	1	2
1	x		x		x			x		x		x
2		x	x			x	x		x			x
3		x		x	x		x			x	x	
Выборки	A_1		A_2		A_3		A_4		A_5		A_6	

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

В ситуации, показанной на рис. 3, все преследователи достигают цели по методу модифицированного метода параллельного сближения, что соответствует строке 8 табл. 1.

В примере на рис. 3 показан случай расчета одновременного достижения целей. В модели преследования, указанной строке 8 табл. 1, кривизна траектории не должна быть больше определенного значения. Поэтому в модели у преследователей P_2 и P_3 увеличивается первоначальный радиус кривизны траектории, что показано на рис. 3.

Сформирована выборка A_k , в которой преследователь P_i догоняет T_j . Далее происходит первичная оценка времени достижения t_{ij} .

Оценка времени t_{ij} в данном примере происходит в вычислении длины прямолинейного участка до цели и в вычислении длины дуги сопрягаемой окружности допустимого радиуса. Затем производится выбор максимального значения $t_k = \max\{t_{ij}\}$. Увеличение времени t_{ij} до значения t_k в данной модели происходит за счет увеличения у преследователя P_i радиуса сопрягаемой окружности со значения r_i до значения $r_i + \delta r_i$.

Рис. 4 дополнен анимированным изображением, где показан процесс группового преследования множества целей [18].

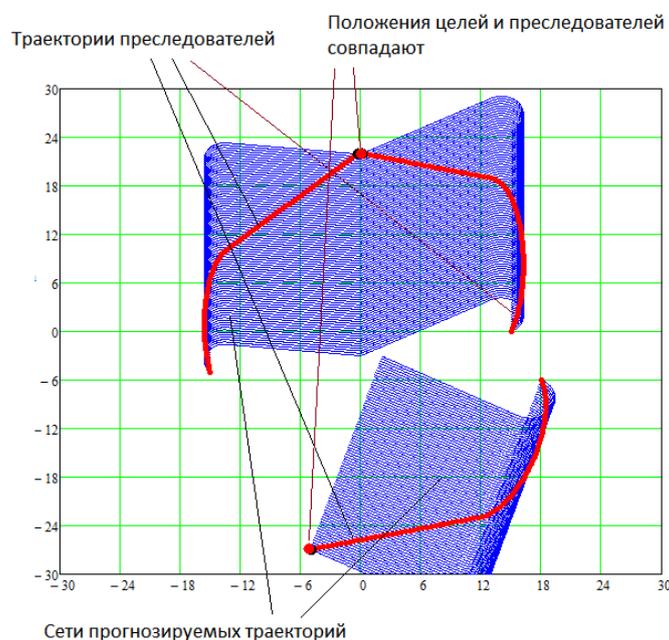


Рис. 4. Модель группового преследования

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Одним из результатов работы можно считать построение модели одновременного достижения группы целей для использования, например, при проектировании систем автоматического слежения и защиты. Предполагается, что методы формирования таблиц распределения преследователей и целей могут быть востребованы при проектировании систем виртуальной реальности для игровых задач, в которых будет произведено моделирование процесса группового преследования, убегания, уклонения. Метод динамического

программирования при формировании таблицы распределения преследователей по целям позволит перейти к автоматизированному процессу распределения с оптимизацией по заданным параметрам.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Моделирование таблицы распределения преследователей по целям может использоваться и стороной, представляющей цели, которая ставит себе задачу не быть достигнутой.

Предполагается, что таблицу распределения преследователей по целям возможно

генерировать в каждый момент времени, при этом цели и преследователи могут исчезать, могут появляться новые.

Метод формирования таблицы распределения преследователей по целям применим

при проектировании систем виртуальной реальности для игровых задач при моделировании процесса группового преследования, убегания, уклонения.

Список источников

1. Isaacs R. Differential games: A mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization. New York: John Wiley and Sons; 1965. 384 p.
2. Красовский Н. Н., Субботин А. И. Позиционные дифференциальные игры. М.: Наука, 1974. 456 с.
3. Петросян Л. А. Дифференциальные игры преследования. Л.: Изд-во Ленингр. ун-т, 1977. 232 с.
4. Хачумов М. В. Решение задачи следования за целью автономным летательным аппаратом // Искусственный интеллект и принятие решений. 2015. № 2. С. 45–52.
5. Хачумов М. В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений // Искусственный интеллект и принятие решений. 2016. № 2. С. 46–54.
6. Банников А. С. Некоторые нестационарные задачи группового преследования // Известия ИМИ УдГУ. 2013. Т. 1, № 41. С. 3–46.
7. Абрамянц Т. Г., Маслов Е. П., Яхно В. П. Уклонение групповой цели в трехмерном пространстве // Автоматика и телемеханика. 2008. № 5. С. 3–14.
8. Гусятников П. Б. Убегание одного нелинейного объекта от нескольких более инертных преследователей // Дифференциальные уравнения. 1976. Т. 12, № 2. С. 213–226.
9. Гусятников П. Б. Дифференциальная игра убегания от лиц // Известия Академии наук СССР. Техническая кибернетика. 1978. № 6. С. 22–32.
10. Гусятников П. Б. Дифференциальная игра убегания // Кибернетика. 1978. № 4. С. 72–77.
11. Видео, модель метода погони на плоскости и в пространстве. URL: <https://youtu.be/PAu9Qg1dySM> (дата обращения: 16.01.2023).
12. Видео, модель параллельного сближения на плоскости. URL: <https://youtu.be/hGieKXNiuz8> (дата обращения: 16.01.2023).
13. Видео, модель параллельного сближения в пространстве. URL: <https://youtu.be/8nDUSi3ENB4> (дата обращения: 16.01.2023).
14. Видео, модель метода погони на поверхности. URL: https://youtu.be/sU724Db_VMk (дата обращения: 16.01.2023).
15. Видео, метод параллельного сближения на поверхности. URL: <https://youtu.be/06qgINE4j8U> (дата обращения: 16.01.2023).
16. Видео, модификация метода параллельного сближения. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=qNXdykK21Z8> (дата обращения: 16.01.2023).
17. Видео, модификация метода погони. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=UQ5bVKjVqZ4> (дата обращения: 16.01.2023).

References

1. Isaacs R. Differential games: A mathematical theory with applications to warfare and pursuit, control and optimization. New York: John Wiley and Sons; 1965. 384 p.
2. Krasovsky N. N., Subbotin A. I. Pozitsionnyye differentsialnye igry. Moscow: Nauka; 1974. 456 p. (In Russian).
3. Petrosyan L. A. Differential games of pursuit. Leningrad: Publishing House of Leningrad University; 1977. 232 p. (In Russian).
4. Khachumov M. V. Reshenie zadachi sledovaniia za tseliu avtonomnym letatelnyy apparatom. *Artificial Intelligence and Decision Making*. 2015;(2):45–52. (In Russian).
5. Khachumov M. V. Zadachi gruppovogo presledovaniia tseli v usloviakh vozmushchenii. *Artificial Intelligence and Decision Making*. 2016;(2):46–54. (In Russian).
6. Bannikov A. S. Some non-stationary problems of group pursuit. *Izvestiia Instituta Matematiki i Informatiki Udmurtskogo Gosudarstvennogo Universiteta*. 2013;1(41):3–46. (In Russian).
7. Abramyants T. G., Maslov E. P., Yakhno V. P. Evasion of multiple target in three-dimensional space. *Automation and Remote Control*. 2008;(5):3–14. (In Russian).
8. Gusyatinikov P. B. The escape of a certain nonlinear object from several more inert pursuers. *Differentsialnye uravneniia*. 1976;12(2):213–226. (In Russian).
9. Gusyatinikov P. B. Differentsialnaia igra ubeganiia ot lits. *Izvestiia Akademii nauk SSSR. Tekhnicheskaiia kibernetika*. 1978;(6):22–32. (In Russian).
10. Gusyatinikov P. B. Differentsialnaia igra ubeganiia. *Cybernetics*. 1978;(4):72–77. (In Russian).
11. Video, model metoda pogoni na ploskosti i v prostanstve. URL: <https://youtu.be/PAu9Qg1dySM> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
12. Video, model parallelnogo sblizheniia na ploskosti. URL: <https://youtu.be/hGieKXNiuz8> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
13. Video, model parallelnogo sblizheniia v prostanstve. URL: <https://youtu.be/8nDUSi3ENB4> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
14. Video, model metoda pogoni na poverkhnosti. URL: https://youtu.be/sU724Db_VMk (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
15. Video, metod parallelnogo sblizheniia na poverkhnosti. URL: <https://youtu.be/06qgINE4j8U> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
16. Video, modifikatsiia metoda parallelnogo sblizheniia. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=qNXdykK21Z8> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).

18. Видео, результаты моделирования задачи преследования. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I> (дата обращения: 16.01.2023).
17. Video, modifikatsiia metoda pogoni. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=UQ5bVKjVqZ4> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).
18. Video, rezultaty modelirovaniia zadachi presledovaniia. URL: <https://www.youtube.com/watch?v=NNJDJOJT34I> (accessed: 16.01.2023). (In Russian).

Информация об авторе

А. А. Дубанов – кандидат технических наук, доцент.

Information about the author

A. A. Dubanov – Candidate of Sciences (Engineering), Docent.