

Научная статья

УДК 621.396.9:621.37

DOI 10.35266/1999-7604-2023-3-23-31

О СВЯЗИ КОРРЕЛЯЦИОННЫХ СВОЙСТВ СИГНАЛОВ НА ОСНОВЕ КОДОВ ФРЭНКА С ПОГРЕШНОСТЯМИ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ

Анатолий Ильич Дёмко

Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

dai321@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0747-0294>

Аннотация. Представлены актуальные для развития и оптимизации сложных сигналов результаты исследования влияния амплитудных и фазовых погрешностей формирования радиоимпульсных сигналов на основе кодов Фрэнка на их корреляционные свойства. Полученные результаты могут быть использованы в системах радиолокации и связи.

Ключевые слова: код Фрэнка, сигнальное созвездие, искажения сигнала, периодическая функция неопределенности, боковые лепестки

Для цитирования: Дёмко А. И. О связи корреляционных свойств сигналов на основе кодов Фрэнка с погрешностями их формирования // Вестник кибернетики. 2023. Т. 22, № 3. С. 23–31. DOI 10.35266/1999-7604-2023-3-23-31.

Original article

ON RELATION BETWEEN CORRELATION CHARACTERISTICS OF SIGNALS BASED ON THE FRANK CODES AND THEIR FORMATION ERRORS

Anatoly I. Dyomko

Surgut State University, Surgut, Russia

dai321@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-0747-0294>

Abstract. The study presents the results of amplitude and phase errors in the formation of radio-impulse signals based on the Frank codes influencing their correlation characteristics, which will be beneficial for the development and optimization of compound signals. The findings obtained can be applied to radar and communication systems.

Keywords: Frank code, constellation diagram, signal distortion, periodical ambiguity function, sidelobes

For citation: Dyomko A. I. On relation between correlation characteristics of signals based on the Frank codes and their formation errors. *Proceedings in Cybernetics*. 2023;22(3):23–31. DOI 10.35266/1999-7604-2023-3-23-31.

ВВЕДЕНИЕ

Развитие современных радиотехнических систем тесно связано с поиском новых и исследованием свойств уже известных сигналов. В значительной мере это стимулируется новыми возможностями формирования сигналов на основе широкого использования вычислительных алгоритмов и цифровых схем, при этом даже известные сигналы, ранее не применявшиеся из-за технических ограничений, могут получить второе рождение. В ста-

тье рассматривается влияние погрешностей формирования многофазных сигналов на основе кодов Фрэнка на их корреляционные свойства.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Свойства радиотехнических систем во многом определяются используемыми сигналами, которые подразделяются на простые (с близким к единице произведением длительности сигнала T на ширину спектра $\Delta\omega$ – базой

$B = T \cdot \Delta\omega$) и сложные со значением базы много больших единицы [1–4].

Любой сигнал $s(t)$ может быть представлен в тригонометрической:

$$s(t) = S_m \cos \Psi(t) \quad (1)$$

или комплексной форме:

$$\dot{S}(t) = S_m e^{j\Psi(t)}, \quad (2)$$

где S_m – амплитуда сигнала,

$\Psi(t)$ – текущая фаза сигнала.

$$\Psi(t) = \omega_0 t + \varphi_0, \quad (3)$$

где ω_0 – несущая частота,

t – текущее время,

φ_0 – начальная фаза.

Области применения и корреляционные свойства сигналов характеризуются функцией неопределенности (ФН) $\chi(\tau, F)$:

$$\chi(\tau, F) = \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi Ft} dt, \quad (4)$$

где τ – временной сдвиг,

F – сдвиг по частоте.

Для ограниченного во времени сигнала пределы интегрирования при вычислении ФН определяются длительностью сигнала:

$$\chi(\tau, F) = \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi Ft} dt, \quad (5)$$

$$0 \leq \tau \leq T.$$

Функцию неопределенности можно определить как для одиночного, так и для периодического (с периодом T) сигнала – периодическую функцию неопределенности (ПФН) $\chi_T(\tau, F)$:

$$\chi_T(\tau, F) = \int_{-\tau/2}^{-\tau/2+\tau} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t + T - \tau) e^{j2\pi Ft} dt +$$

$$+ \int_{-\tau/2+\tau}^{\tau/2} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi Ft} dt, \quad 0 \leq \tau \leq T, \quad (6)$$

где первый интеграл учитывает корреляцию левой части периода сигнала с окончанием предыдущего периода задержанного сигнала.

ФН и ПФН имеют максимум в начале ($\tau = 0$, $F = 0$) координат (главный максимум), определяемый энергией сигнала $\mathcal{E}$. В окрестностях ($\tau \neq 0$, $F \neq 0$) главного максимума (боковые лепестки) значения этих функций уменьшаются. Удобнее для анализа нормированные к энергии ФН и ПФН:

$$\chi'(\tau, F) = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-\tau/2}^{\tau/2} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi Ft} dt, \quad (7)$$

$$0 \leq \tau \leq T.$$

$$\chi'_T(\tau, F) = \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-\tau/2}^{-\tau/2+\tau} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t + T - \tau) e^{j2\pi Ft} dt +$$

$$+ \frac{1}{\mathcal{E}} \int_{-\tau/2+\tau}^{\tau/2} \dot{S}(t) \cdot \dot{S}^*(t - \tau) e^{j2\pi Ft} dt, \quad 0 \leq \tau \leq T. \quad (8)$$

Сложные сигналы разделяются на сигналы с непрерывной модуляцией (например, линейно-частотно-модулированные) и дискретно-кодированные сигналы. В свою очередь дискретно-кодированные сигналы разделяются на кодированные по амплитуде, частоте и фазе. Кодированные по фазе сигналы (фазо-кодированные) разделяются на бинарные ($0/\pi$) и многофазные. Сложный многофазный радиоимпульсный сигнал с изменением начальных фаз φ_{nm} радиоимпульсов в соответствии с кодом Фрэнка [1] является дискретным аналогом сигнала, частота которого изменяется по линейному закону.

$$\varphi_{nm} = \frac{2\pi k_{nm}}{N}, \quad n = 0, 1, N-1; \quad m = 0, 1, N-1, \quad (9)$$

где n – номер столбца,

m – номер строки,

k_{nm} – коэффициенты матрицы Фрэнка (10),

N – число строк (столбцов) матрицы Фрэнка.

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & \dots & n & (N-1) \\ 0 & 2 & 4 & \dots & 2 \cdot n & 2(N-1) \\ 0 & 3 & 6 & \dots & 3 \cdot n & 3(N-1) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & m & m \cdot 2 & \dots & m \cdot n & m \cdot (N-1) \\ 0 & (N-1) & (N-1) \cdot 2 & \dots & (N-1) \cdot n & (N-1)(N-1) \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Последовательность коэффициентов k_{nm} образуется считыванием строки за строкой

(или столбец за столбцом) элементов матрицы, при этом число элементов в последовательности $K = N^2$.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Примечательным свойством многофазного квантованного сложного сигнала на основе кодов Фрэнка является нулевой уровень боковых лепестков (УБЛ) нулевого сечения ПФН $\chi_T(\tau, 0)$.

Единичная (непериодическая) ФН имеет ненулевой, но достаточно низкий уровень боковых лепестков нулевого сечения $\chi(\tau, 0)$.

Сигнальное созвездие сигналов на основе кодов Фрэнка содержит N точек, расположенных на одинаковом расстоянии друг от друга по окружности с центром в начале координат. На рис. 1 изображено сигнальное созвездие многофазного сигнала на основе кода Фрэнка для последовательности из 64 элементов ($N = 8$).

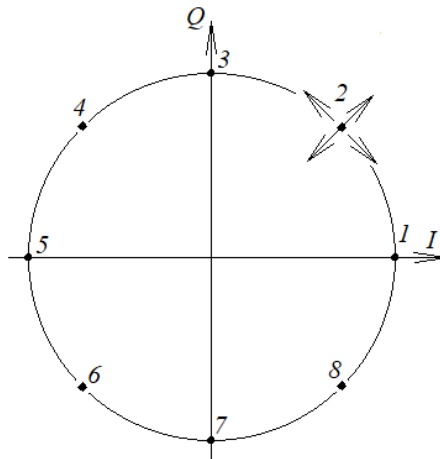


Рис. 1. Сигнальное созвездие сигнала на основе кодов Фрэнка для последовательности из 64 элементов ($N = 8$)

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

Формирование сигналов на основе кодов Фрэнка производится с помощью управляемого фазовращателя (на который подается управляющее фазой напряжение $U_{упр}$) либо на основе квадратурной схемы (с предварительным приведением значений фазы к шкале $0-360^\circ$, учитывая периодичность тригонометрических функций). В любом случае, формироваватели содержат аналоговые элементы, что приводит к погрешностям формирования и изменению сигнального созвездия: фазовые ошибки формирования приводят к смещению точек сигнального созвездия по окружности, амплитудные ошибки – к смещению по радиусу [5–10].

Для определения требований к необходимой точности формирования сигналов на основе кодов Фрэнка проведено исследование влияния ошибок формирования на корреляционные свойства таких сигналов.

Предлагается модель многофазного радиопульсного сигнала, допускающая ампли-

тудные и фазовые погрешности по отношению к идеальному сигналу, сформированному на основе кодов Фрэнка. Радиопульс модели с параметрами n и m матрицы Фрэнка описывается выражением:

$$s(t) = S_m \left[1 + \frac{k_4 \varphi_{nm}}{2\pi} \right] \exp j[\omega_0 t] \times \\ \times \exp j \left\{ \left[1 + k_1 + k_2 \sin \left(\frac{\varphi_{nm}}{2} \right) + k_2 \sin \varphi_{nm} \right] \varphi_{nm} \right\}, \quad (11) \\ \varphi_{nm} = \varphi_{nm} - 2\pi E \left[\frac{\varphi_{nm}}{2\pi} \right],$$

где $E[x]$ – целая часть числа x ,

φ_{nm} – фаза кода Фрэнка, приведенная к шкале $0 - 2\pi$,

k_1 – коэффициент масштаба фазы, выраженный в относительных единицах изменения наклона фазовой характеристики модулятора (положительный при увеличении максимального значения фазы относительно 2π и отрицательный при уменьшении),

k_2 – коэффициент односторонней нелинейности фазы, выраженный в относительных единицах изменения степени нелинейности фазовой характеристики модулятора (положительный при выпуклой фазовой характеристике модулятора и отрицательный при вогнутой),

k_3 – коэффициент гармонической нелинейности фазы, выраженный в относительных единицах изменения степени дополнительной синусоидальной составляющей фазовой характеристики модулятора (положительный при синусоиде с нулевой фазой и отрицательный при фазовом сдвиге π),

k_4 – коэффициент амплитудной погрешности формирования (паразитная амплитуд-

ная модуляция (ПАМ) при изменении фазового сдвига), выраженный в относительных единицах (положительный при увеличении амплитуды относительно номинального значения и отрицательный при уменьшении амплитуды).

Амплитудная погрешность формирования приводит к тому, что амплитуды радиоимпульсов не являются постоянными, а изменяются от радиоимпульса к радиоимпульсу. Различные виды фазовых погрешностей приводят к тому, что начальная фаза текущего радиоимпульса отличается от значения, определяемого кодом Фрэнка (9).

Рис. 2 поясняет смысл коэффициентов погрешностей фазы в модели (11).

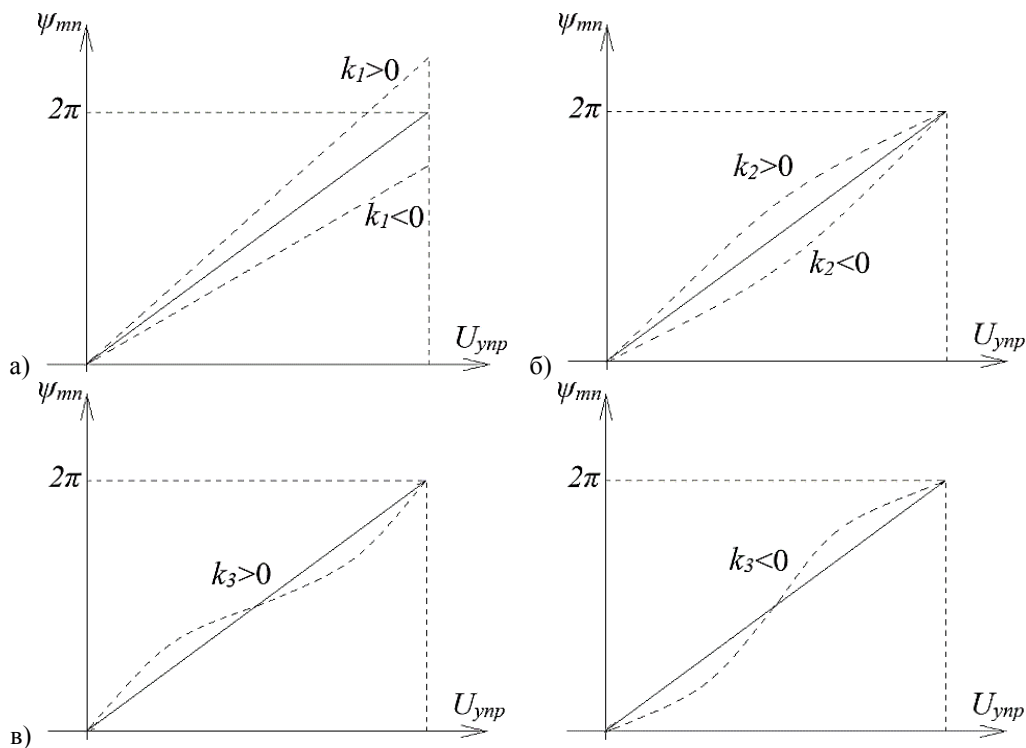


Рис. 2. Модели погрешностей задания фазы:

- а) погрешность масштаба фазы; б) погрешность односторонней нелинейности фазы;
 в) погрешности гармонической нелинейности фазы

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

На рис. 3 представлено нулевое сечение нормированной ПФН ($F = 0$) сигнала на основе кодов Фрэнка ($N = 8$) при погрешности задания фазы $k_1 = 12,5\%$ (максимальное значение фазы отличается на 45° от 360°). Сечение содержит главный максимум при нулевом сдвиге ($\tau = 0$) и боковые лепестки с макси-

мальным значением 23,01 дБ (при отсутствии искажений значение максимального $M_{\max}$ УБЛ ПФН, рассчитанное в MATLAB, составило минус 265 дБ из-за округлений при выполнении большого числа операций с комплексными числами).

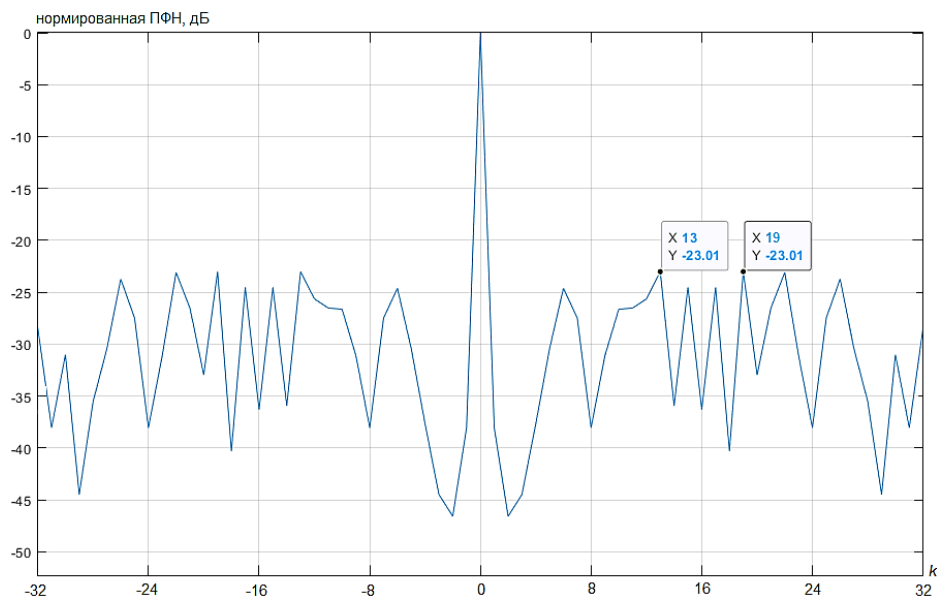


Рис. 3. Нулевое сечение периодической функции неопределенности кодов Фрэнка ($N = 8$) при погрешности задания фазы $k_1 = 12,5$ % (по горизонтали отложен временной сдвиг в единицах длительности радиопульсов)

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

На рис. 4 представлены полученные в процессе моделирования зависимости максимального значения $M_{\max}$ УБЛ нулевого сечения

ПФН ($F = 0$) последовательностей на основе кодов Фрэнка при влиянии фазы на амплитуду радиопульсов.

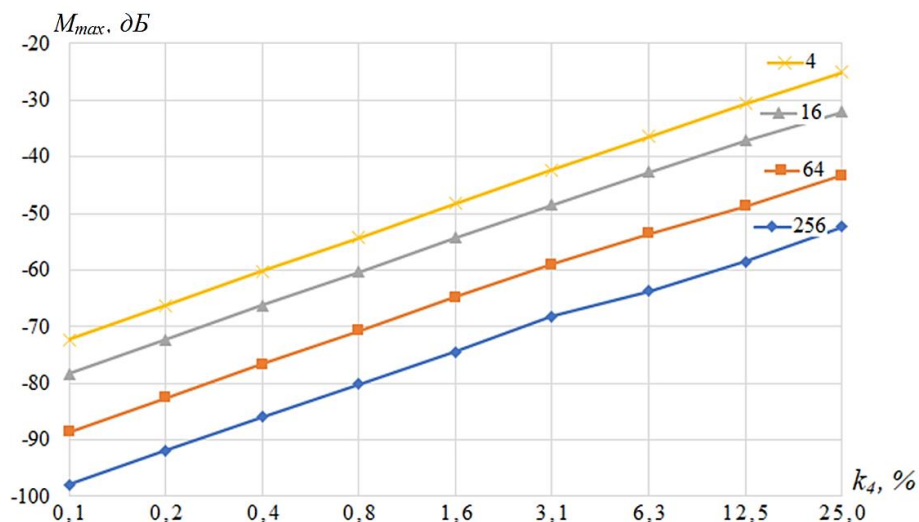


Рис. 4. Влияние погрешности задания амплитуды на максимальный уровень боковых лепестков периодической функции неопределенности кодов Фрэнка при разных значениях N

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

ПАМ, возникающая при различных способах формирования многофазного сигнала на основе кодов Фрэнка, увеличивает максимальный УБЛ в зависимости от параметра N . Наблюдается линейное увеличение боковых лепестков с ростом глубины ПАМ, причем

для последовательности с большим числом элементов это проявляется в меньшей степени. Эмпирическая формула для максимального уровня боковых лепестков $M_{\max}$ при ПАМ имеет вид:

$$M_{\max} \cong 6 - 201gN + 18,5lgk_4 + 41g\left(\frac{N}{256}\right), \quad (12)$$

дБ.

С учетом того, что ПАМ может быть устранена (ослаблена) простым двухсторонним ограничением до величины 3–6 %, влиянием подобного рода неточностей формирования можно пренебречь, УБЛ не превышает –42 дБ и –68 дБ для последовательностей из 16 и 65 536 элементов соответственно ($N = 4$; 256).

На рис. 5–7 представлено влияние неточности формирования фазы на максимальный УБЛ. На рис. 4 показано влияние неточности задания фазы (рис. 2а) на максимальный УБЛ (неточность приводит к отклонению максимального значения фазы от 2π в большую или меньшую сторону). Степень влияния более сложная, по сравнению с ПАМ, причем в среднем максимальный УБЛ, как минимум, на 10 дБ больше.

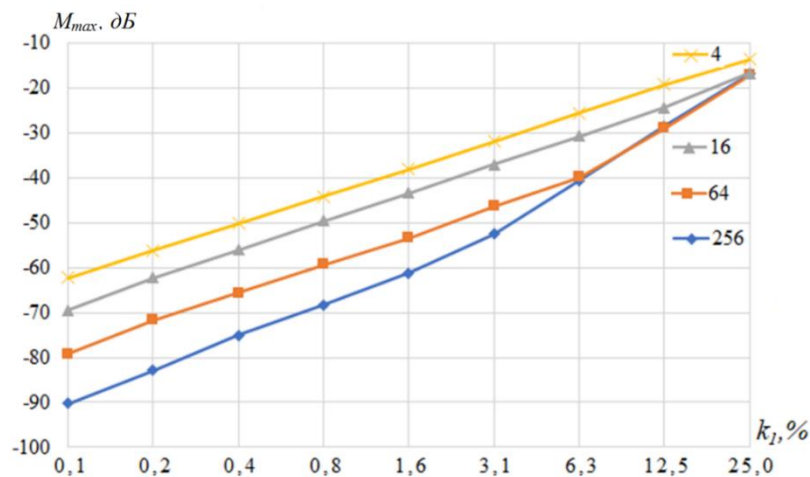


Рис. 5. Влияние неточности задания фазы на максимальный уровень боковых лепестков периодической функции неопределенности кодов Фрэнка при разных значениях N
 Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

На рис. 6 показано влияние нелинейности задания фазы в виде одной полуволны (рис. 2б) гармонической функции на УБЛ (максимальная величина УБЛ незначительно зависит от кон-

кретного вида нелинейности: выпуклости или вогнутости). При этом максимальное значение фазы многофазного сигнала равно 2π .

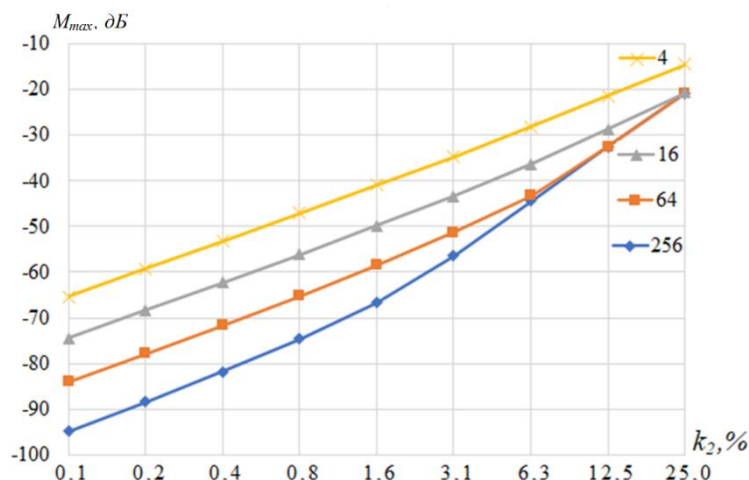


Рис. 6. Влияние квадратичной нелинейности задания фазы на максимальный уровень боковых лепестков периодической функции неопределенности кодов Фрэнка при разных значениях N
 Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

На рис. 7 показано влияние гармонической (рис. 2в) нелинейности задания фазы на УБЛ (максимальная величина УБЛ незначительно зависит от значения начальной фазы этой не-

линейности: 0 или π). Аналогично предыдущему случаю максимальное значение фазы многофазного сигнала равно 2π .

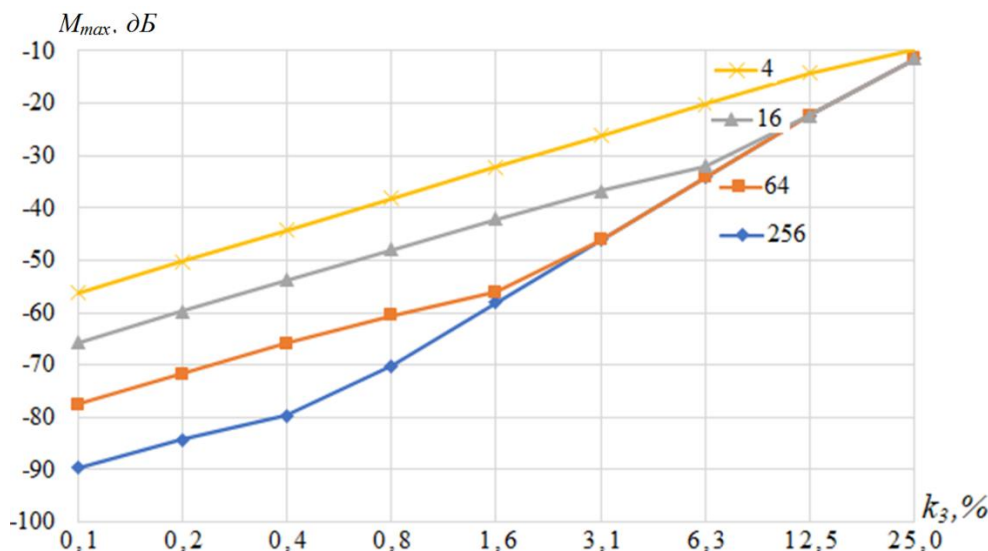


Рис. 7. Влияние гармонической нелинейности задания фазы на максимальный уровень боковых лепестков периодической функции неопределенности кодов Фрэнка при разных значениях N

Примечание: составлено автором на основании данных, полученных в исследовании.

В общем случае, максимальный уровень боковых лепестков ПФН для сигналов на основе кодов Фрэнка с заданным числом элементов определяется модулем значения коэффициента погрешности фазы k_i , незначительно отличаясь (разброс не более 6 дБ) для разных видов и знака нелинейностей (k_1 , k_2 или k_3). Анализ зависимостей определяет область критерия величины погрешностей: $k_i N \approx 1$.

При небольшой величине погрешности ($k_i N < 1$) влияние погрешностей формирования проявляется в пропорциональной зависимости:

$$\frac{dM_{\max}}{dN} \cong -4,5 \text{ дБ/окт}, \quad \frac{dM_{\max}}{dk} \cong 3 \text{ дБ/окт}.$$

При большой величине погрешности ($k_i N > 1$) закономерности несколько изменяются:

$$\left| \frac{dM_{\max}}{dN} \right| < 4,5 \text{ дБ/окт}, \quad \frac{dM_{\max}}{dk} > 3 \text{ дБ/окт}.$$

Представленные на графиках результаты моделирования помогают формулировать

требования к формирователям сигналов на основе кодов Фрэнка с тем, чтобы оценить условия технической реализации и требования к точности и стабильности подобных устройств.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Многофазные сигналы на основе кода Фрэнка имеют нулевой уровень боковых лепестков нулевого сечения периодической функции неопределенности.

Сигнальное созвездие сигналов на основе кода Фрэнка представляет собой равномерно распределенные по единичной окружности N точек.

Погрешности формирования многофазных сигналов на основе кода Фрэнка приводят к смещению точек сигнального созвездия относительно точек, равномерно распределенных по единичной окружности, отчего появляются боковые лепестки нулевого сечения периодической функции неопределенности.

Исследование влияния амплитудных и фазовых погрешностей формирования многофазных

сигналов на основе кода Фрэнка выявило степень влияния погрешностей формирования на уровень боковых лепестков нулевого сечения периодической функции неопределенности.

Амплитудные погрешности формирования в небольшой степени влияют на боковые лепестки (при погрешности формирования 3,1 % УБЛ не превышает –42 дБ и –68 дБ для последовательностей с параметром $N = 4$ и 256 соответственно).

Фазовые погрешности формирования в большей степени влияют на боковые ле-

пестки (при погрешности формирования 3,1 % УБЛ не превышает –38 дБ и –61 дБ для последовательностей с параметром $N = 4$ и 256 соответственно). УБЛ ПФН определяется, в основном, модулем значения коэффициента погрешности фазы k_i , незначительно отличаясь для разных видов и знака нелинейностей.

Представленные в статье результаты могут быть использованы в радиолокационных и связанных радиотехнических системах.

Список источников

1. Кук Ч., Бернфельд М. Радиолокационные сигналы / под ред. В. С. Кельзона ; пер. с англ. М. : Советское радио, 1971. 568 с.
2. Ипанов Р. Н. Импульсные полифазные сигналы с нулевой зоной автокорреляции и алгоритм их сжатия // Радиотехника и электроника. 2020. Т. 65, № 6. С. 578–586. DOI 10.31857/S0033849420060121.
3. Саранча А. М. Увеличение дальности помехоподавления в импульсно-доплеровской радиолокации // Научные дискуссии в эпоху мировой нестабильности: пути совершенствования : материалы IV междунар. науч.-практич. конф., 30 июня 2022 г., г. Ростов-на-Дону. В 2 ч. Ч. 1. Ростов н/Д : Манускрипт, 2022. С. 341–343.
4. Коврегин В. Н., Коврегина Г. М., Мурзаев А. С. Метод обнаружения/идентификации нескольких малоскоростных целей со сложным спектром в импульсно-доплеровских радарх с ЛЧМ-излучением // Волновая электроника и инфокоммуникационные системы : материалы XXV Междунар. науч. конф., 30 мая 2022 г., г. Санкт-Петербург. Т. 2. СПб. : Санкт-Петербург. гос. ун-т аэрокосмического приборостроения, 2022. С. 135–139.
5. Дёмко А. И., Семенов О. Ю. Формирование многофазных сигналов с квантованием фазы // Вестник кибернетики. 2022. № 2. С. 39–45.
6. Sheikh I. A., Pannu N. K. Review of polyphase filtering technique in signal processing. *International Journal of Computer Science and Mobile Computing*. 2018;7(12):213–221.
7. Жукова И. Н. Синтез квазинепрерывных сигналов методом композиции ансамбля многофазных сигналов // Вестник Новгородского государственного университета. 2014. № 81. С. 17–20.
8. Рябов И. В. Цифровой синтез прецизионных сигналов : моногр. Йошкар-Ола : Марийск. гос. техн. ун-т, 2005. 150 с.
9. Быстров Н. Е., Жукова И. Н., Чеботарев С. Д. Синтез сложных сигналов с квазинепрерывным энергетическим спектром // Известия высших учебных заведений России. Радиоэлектроника. 2012. № 2. С. 37–42.

References

1. Cook C. E., Bernfeld M. Radar signals. An introduction to theory and application. Kelzon V. S., editor. Moscow: Sovetskoe radio; 1971. 568 p. (In Russian).
2. Ipanov R. N. Pulsed polyphase signals with a zero autocorrelation zone and an algorithm for their compression. *Radiotekhnika i elektronika*. 2020;65(6):578–586. DOI 10.31857/S0033849420060121. (In Russian).
3. Sarancha A. M. Increased range of interference cancellation in pulse-Doppler radar. In: *Proceedings of the IV International Scientific and Practical Conference "Scientific discussions in the era of global instability: Ways to improve"*, June 30, 2022, Rostov-on-Don. In 2 parts. Pt. 1. Rostov-on-Don: Manuscript Publishing House; 2022. p. 341–343. (In Russian).
4. Kovregin V. N., Kovregina G. M., Murzaev A. S. Method for detection/identification of several low-speed targets with a complex spectrum in pulse-Doppler radars with chirp radiation. In: *Proceedings of the XXV International Scientific Conference "Wave electronics and its application in information and telecommunication systems"*, May 30, 2022, Saint Petersburg. Vol. 2. St. Petersburg: Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation; 2022. p. 135–139. (In Russian).
5. Dyomko A. I., Semenov O. Yu. Generating multiphase signals with phase quantization. *Proceedings in Cybernetics*. 2022;(2):39–45. (In Russian).
6. Sheikh I. A., Pannu N. K. Review of polyphase filtering technique in signal processing. *International Journal of Computer Science and Mobile Computing*. 2018;7(12):213–221.
7. Zhukova I. N. Quasi-continuous signals synthesis using the method of multiphase signals ensemble composition. *Vestnik NovSU*. 2014;(81):17–20. (In Russian).
8. Ryabov I. V. Tsifrovoy sintez pretsizionnykh signalov. Monograph. Yoshkar-Ola: Mari State Technical University; 2005. 150 p. (In Russian).
9. Bystrov N. E., Zhukova I. N., Chebotarev S. D. Synthesis of wideband signals with quasicontinuous energy spectrum. *Journal of the Russian Universities. Radioelectronics*. 2012;(2):37–42. (In Russian).

- | | |
|--|---|
| 10. Леухин А. Н., Парсаев Н. В. Бесконечные множества фазокодированных последовательностей с одноуровневой периодической автокорреляционной функцией // Радиотехника. 2009. № 12. С. 6–11. | 10. Leukhin A. N., Parsaev N. V. Beskonechnye mnozhestva fazokodirovannykh posledovatelnostei s odnourovnevoi periodicheskoi avtokorreliatsionnoi funktsiei. <i>Radiotekhnika</i> . 2009;(12):6–11. (In Russian). |
|--|---|

Информация об авторе

А. И. Дёмко – кандидат технических наук, доцент, почетный работник высшего образования РФ.

Information about the author

A. I. Dyomko – Candidate of Sciences (Engineering), Docent, Honored Worker of Higher Education of the Russian Federation.