



Оценка информационной избыточности модулярных процессоров

Александр Алексеевич Кузнецов
ПАО «Сургутнефтегаз», Сургут, Россия
vip.kuzneccov@mail.ru

Аннотация. В 70–80-х гг. прошлого века ученые Казахстана, работающие в институтах Академии наук, провели исследование относительно потенциала применения системы остаточных классов в совокупности с троичной системой счисления. Их цель заключалась в разработке специализированных устройств для обработки данных. В рамках этого исследования они стремились создать эффективный способ представления комплексных чисел и кватернионов в специфических форматах. В ходе исследований выяснилось, что для уменьшения избыточности информации при отображении элементов модульных векторов в цифровых регистрах, которые задействуют троичный элементный базис, можно использовать комбинацию, состоящую из системы остаточных классов и с троичной системой счисления.

Ключевые слова: вычеты по модулю, модульные коды, триадентный эффект, троичное числовое представление

Для цитирования: Кузнецов А. А. Оценка информационной избыточности модульных процессоров // Вестник кибернетики. 2024. Т. 23, № 4. С. 53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2024-4-5>.

Original article

Assessment of information redundancy of modular processors

Aleksandr A. Kuznetsov
“Surgutneftegas” PJSC, Surgut, Russia
vip.kuzneccov@mail.ru

Abstract. In the 70s–80s of the last century, scientists of Kazakhstan working in the institutes of the Academy of Sciences conducted a study of potential applications of the residue number system in conjunction with a ternary number system. Their aim was to develop specialized devices for data processing. As part of that study, they sought to create an efficient way to represent complex numbers and quaternions in specialized formats. The use of this combination made it possible to reduce information redundancy when displaying modular vectors in digital registers that use a ternary element base.

Keywords: modulo deductions, modular codes, trivalent effect, ternary numerical representation

For citation: Kuznetsov A. A. Assessment of information redundancy of modular processors. *Proceedings in Cybernetics*. 2024;23(4):53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2024-4-5>.

ВВЕДЕНИЕ

В 1960-х г. профессор МГУ С. В. Фомин выдвинул основополагающую концепцию, согласно которой в позиционной системе счисления присутствует оптимальное основание. Выбор оптимального основания позво-

ляет минимизировать количество символов, необходимых для представления конечного числа информационных единиц. Это основание – натуральный логарифм (e), который равен приблизительно 2,71828. Сравнение с традиционными системами счисления пока-

зывает, что троичная система является одной из систем счисления, которые наиболее близки к этому оптимальному основанию. Действительно, неравенство вида выполняется. Троичная система счисления, в свою очередь, повышает информационную емкость по сравнению с двоичной, поэтому возможно представлять дискретные данные с использованием регистра с тем же количеством цифр. Эта особенность привлекает разработчиков вычислительных систем, поскольку троичная система потенциально предлагает более эффективное представление и обработку данных. Использование трех значений в троичной системе обеспечивает повышенную плотность хранения данных по сравнению с двоичной, которая использует только два значения. Это может привести к уменьшению требуемой памяти и более эффективному использованию доступных ресурсов. Однако реализация троичной системы счисления в современных вычислительных устройствах сталкивается с определенными трудностями.

Основным недостатком троичных систем являются большие затраты на аппаратуру. Троичная логика требует более сложных схем и элементов, чем двоичная. Это связано с необходимостью обрабатывать три состояния сигнала вместо двух. Недостатком троичной системы счисления является меньшая надежность обработки трех состояний в элементе памяти в отличие от двоичной, где существуют лишь два состояния. Однако, несмотря на недостатки троичной системы, исследуются возможности и производятся совершенствование вычислительных устройств для оптимальной реализации троичной системы счисления. Исследования в этой области продолжаются, и троичная система может стать ключевым фактором в создании новых, более эффективных вычислительных устройств будущего.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Применение троичной системы счисления в модулярном кодировании дискретной информации

В середине 70-х годов ученые столкнулись с определенными проблемами при приме-

нении различных цифровых решений, а также использовании развивающихся инновационных решений, которые основываются на представлении информации в модулярном формате [1]. Этот подход подразумевал использование арифметических операций в различных модулях для повышения вычислительной эффективности и обеспечения устойчивости к ошибкам. Рассматривая эволюцию процессорных технологий, можно выделить внедрение специализированных форматов данных для обработки комплексных чисел.

В этот период происходило интенсивное исследование новых сфер применения модульной арифметики. В рамках плодотворного сотрудничества между неправительственными организациями – «Алмазом» и Институтом математики и механики Академии наук Казахской ССР (ИММ АН КазССР), а также «Астрофизикой» из Москвы – реализовывались несколько проектов. В данных проектах использовались инновационные математические подходы, такие как комплексные числа и кватернионы, при моделировании динамики летательных аппаратов. В свою очередь, комплексные числа – числа, которые можно представить в виде суммы действительного и мнимого чисел, где мнимое число равно произведению действительного числа и квадратного корня из -1 (i), а кватернионы – четырехмерные числа, которые можно представить в виде суммы действительного числа и трех мнимых чисел, каждое из которых связано с разными воображаемыми единицами (i, j, k). Вычисления в обсуждаемых исследовательских проектах выполнялись посредством арифметики по модулю, которая представляет собой математический метод, позволяющий производить арифметические операции с числами, используя их представления по модулю набора выбранных простых чисел [2].

В период своего сотрудничества с Московским государственным университетом имени М. В. Ломоносова академик В. М. Амербаев заинтересовался троичной системой счисления, применяемой в созданных там ЭВМ «Сетунь» и «Сетунь-70» [3]. Исследования коллег

из ведущего российского вуза, Московского государственного университета, обладавших обширным практическим опытом в сфере оптимизации информационных процессов, послужили катализатором для изучения перспектив интеграции троичной системы счисления и системы остаточных классов. Результаты проведенных изысканий показали, что этот подход обладает потенциалом для повышения эффективности представления числовых данных в модулярной форме, способствуя сокращению избыточности информации.

Уникальные особенности модулярной арифметики включают возможность разделенного проведения операций над числовыми элементами векторных представлений, а также способствуют созданию кодов для контроля целостности обрабатываемых данных в модульных формах, которые устойчивые к помехам [4].

Данные, представленные в виде модулярных форматов в регистрах двоичной и троичной системах счисления, вызывают проблему чрезмерной избыточности представления.

Использование модулярной арифметики в работе специализированных цифровых устройств, таких как процессоры, ведет к решению первоочередной задачи, а именно выбор оснований для отображения пар взаимно простых чисел. Данные, обрабатываемые в этих устройствах, представляются в модулярном формате, и каждый элемент является остатком от деления на модуль. Модулярная арифметика находит применение в различных областях, таких как криптография, кодирование и теория чисел.

В основном все электронные устройства разработаны с использованием двоичных элементов. Модулярный вектор применяется с целью отображения числовых значений в формате модулярной арифметики, компоненты этого вектора представлены в формате двоичных регистрах. Существует следующая проблема: не все комбинации бинарных величин в регистре способны отображать значения вычетов по взаимно простым основаниям. Таким образом, появляется эффект, который называют бивалентным отображением вычетов

по основаниям, то есть информационной избыточностью [5].

В стенах Академии наук Казахской ССР группа разработчиков, специализирующихся на цифровых фильтрах и контроллерах, столкнулась с непростым вызовом. В поисках решения они обратили внимание на троичную систему счисления, отличающуюся высокой информационной емкостью. Суть их идеи заключалась в том, чтобы оценить так называемый тривалентный эффект – избыточность, возникающую при представлении чисел в троичной системе.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Пусть \mathbf{A} – некоторый вектор в модулярной арифметике, представляющий числовое значение:

$$\mathbf{A}(\text{mod } P) \leftrightarrow (a_1 \text{ mod } p_1 \dots a_n \text{ mod } p_n),$$

где a_i – наименьший неотрицательный вычет по модулю,

$\{p_1, \dots, p_n\}$ – множество простых или взаимно простых чисел, которые называются основаниями модулярной арифметики.

Верхняя грань числового значения вычислительного диапазона модулярной арифметики вычисляется по формуле:

$$P = \prod_1^n p_i. \quad (1)$$

Введем новое понятие для явления тривалентного эффекта в отношении единично-го основания δ_i , а также понятие для полного числового вычислительного диапазона, обозначив его как Δ_n с n -регистровой троичной разрядной сетки модулярного процессора:

$$\delta_i = [\log_3 p_i] - \log_3 p_i = n_i - \log_3 p_i \geq 0,$$

$$\Delta_n = \sum_1^n \delta_i,$$

где выражение $n_i = [\log_3 p_i]$ – целая не меньшая часть, которая будет равна троичной разрядности регистра для отображения вычета по определенному основанию.

При использовании специально подобранных базисов, которые были определены с использованием троичной системы счисления, возможно значительное уменьшение проблемы

информационной избыточности. Вследствие этого возможно достижение тривалентного эффекта, а также нулевой избыточности.

Рассмотрим пример, в котором определим следующие тритовые основания: $\{p_1, p_2, p_3, p_4, p_5, p_6\} = \{229, 233, 239, 241, 242, 243 = 3^5\}$, где числовое значение глубины разрядной сетки будет составлять 30 трит. Вычислим значение вычислительного диапазона по формуле (1), полученное значение равно $180'729'058'527'458$ и превышает $8'630'377'364'883$, или 3^{29} [6, 7]. В двоичной разрядной сетке для отображения полученного диапазона потребуется 48 бит. Характеристики выбранных тритовых модулярных оснований приведены в табл. 1 [7].

Вычислить информационную избыточность для каждого регистра можно следующим образом, используя представленную ниже формулу [7]:

$$3^{n_i} - p_i,$$

где 3^{n_i} – объем данных, отображаемый в троичной системе счисления, а p_i – это модулярное основание.

Следующая формула позволяет вычислить относительный информационный эффект [7]:

$$(3^{n_i} - p_i)/3^{n_i}, \quad (2)$$

где 3^{n_i} – объем данных, отображаемый в троичной системе счисления, а p_i – это модулярное основание.

Для данного случая вычислим значение информационной избыточности по формуле (2), получим: $(205'891'132'094'649 - 180'729'058'627'458)/205'891'132'094'649 = 12,22\%$.

Если сравнить вычисленное значение показателя с вариантом выбора, где основание с аналогичной длиной разрядной сетки, в разработанных двоичных вычислительных машинах, можно увидеть, что полученный показатель гораздо меньше.

Рассмотрим пример, в котором определим следующие тритовые основания: $= \{193, 223, 229, 243, 257, 263, 293\}$ с центральным основанием, равным 243. Получим глубину разрядной сетки, равную 35 тритам. Вычислим значение вычислительного диапазона по формуле (1), получим значение, равное $47'430'796'761'902'979$ и превышающее $16'677'181'699'666'568$, или 3^{35} . В двоичной разрядной сетке для отображения полученного диапазона потребуется 55 бит. В табл. 2 приведены ключевые особенности, определяющие выбор тритовых модулярных оснований.

Рассмотрим пример, в котором определим следующие тритовые основания: $= \{2137,$

Таблица 1
Модулярные основания троичного варианта

Характеристика	1	2	3	4	5	6
Процессорные разряды	1–5	6–10	11–15	16–20	21–25	25–30
Модулярные основания	229	233	239	241	242	243
Количество используемых трит	5	5	5	5	5	5
Значение тривалентного эффекта	0,054	0,038	0,015	0,008	0,004	0,000
Информационная избыточность	0,058	0,041	0,016	0,008	0,004	0,000

Примечание: составлено на основе источника [7].

Таблица 1

Модулярные основания троичного варианта с центральным основанием 243

Наименование характеристик	1	2	3	4	5	6	7
Процессорные разряды	1–5	6–10	11–15	16–20	21–25	26–30	31–35
Модулярные основания	193	223	229	243	257	263	293
Количество используемых трит	5	5	5	5	5	5	5
Значение тривалентного эффекта	0,210	0,078	0,054	0,000	0,054	0,078	0,210
Информационная избыточность	0,206	0,082	0,058	0,000	0,058	0,082	0,206
Знак информационной избыточности	+	+	+		-	-	-

Примечание: составлено авторами.

Таблица 2

2153, 2161, 2187, 2213, 2221, 2237} с центральным основанием равным 243. Получим глубину разрядной сетки, равную 49 тритам. Вычислим значение вычислительного диапазона по формуле (1), получим значение, равное $239'303'919'038'536'791'602'541$, или 3^{48} . В двоичной разрядной сетке для отображения полученного диапазона потребуется 78 бит. Табл. 3 содержит сведения о специфике выбора тритовых модулярных оснований, используемых в этом процессе.

Из табл. 2 и 3 можно сделать вывод, что попарно взаимно простые модулярные основания, симметрично расположенные относительно центрального основания, имеют одинаковые значения информационной избыточности, но различаются по знаку, благодаря чему достигается нулевая суммарная информационная избыточность.

В дальнейшем был разработан способ, основанный на выборе попарно взаимно простых оснований модулярной арифметики. Данный способ направлен на уменьшение тривалентного эффекта. Такой выбор способствует значительному сокращению избыточности информации, а в некоторых случаях вообще достичь ее отсутствия.

При сравнении информационной избыточности в табл. 1 с табл. 2 и 3 можно сделать вывод, что при выборе попарно взаимно простых оснований, симметрично расположенных относительно центрального основания, достигается меньшая информационная избыточность. При достижении нулевого тривалентного эффекта также достигается нулевая информационная избыточность.

Тривалентный эффект отображения вычетов по модулю – уникальная особенность, которая проявляется в случае использования регистров в качестве хранилищ и манипуляторов информации.

В период с 1962 по 1963 гг. в стенах Начально-исследовательского института НИИ-37 Зеленоградского научного центра микроэлектроники была разработана опытная модель вычислительной машины ЦВМТ340 А. Эта машина использовала уникальную модулярную арифметику, которая стала основой для дальнейших разработок. В 1963 г. произошла существенная модернизация ЦВМТ340 А, в результате которой появилась ЦВМК340 А – модулярная машина, производство которой было налажено и продолжалось до середины 70-х гг. [7]. Результаты исследований, полученные в ходе разработки вычислительной машины ЦВМК340 А, послужили основой для создания модулярной системы «Алмаз» в 1968 г. Отличительной особенностью этих систем стала реализация двоичной логики с 45-разрядной разрядностью модулярного процессора. Такая архитектура обеспечивала высокую производительность на задачах, характеризующихся повышенной сложностью.

Исследователи разработали новый метод, который позволяет эффективно бороться с тривалентным эффектом – распространенной проблемой в работе регистров. Этот эффект возникает из-за ограничения емкости регистра, что приводит кискажению информации при обработке больших чисел. Суть нового метода заключается в использовании симметричных модулярных оснований, которые представляют

Таблица 3

Модулярные основания троичного варианта с центральным основанием 2187

Наименование характеристик	1	2	3	4	5	6	7
Процессорные разряды	1–7	8–14	15–21	22–28	29–35	36–42	43–49
Основания	2137	2153	2161	2187	2213	2221	2237
Количество используемых трит	7	7	7	7	7	7	7
Значение тривалентного эффекта	0,021	0,014	0,011	0,000	0,011	0,014	0,021
Информационная избыточность	0,023	0,016	0,012	0,000	0,012	0,016	0,023
Знак информационной избыточности	+	+	+		-	-	-

Примечание: составлено авторами.

собой попарно взаимно простые друг к другу и симметричные относительно степени двойки или тройки. При этом избыточная информация, возникающая при обработке больших чисел, «перераспределяется» между этими основаниями. То есть часть информации, превышающая емкость одного регистра, запоминается в другом регистре, использующем другое основание. Такой подход позволяет избежать потерь информации и минимизировать влияние тривалентного эффекта.

В области анализа и разработки компьютерных систем существует проблема регистрационного эффекта и информационной избыточности модулярных процессоров.

Рассмотрим эту проблему на примере модулярных процессоров типа 41–50 «Лидер», К340 А, 5Э53, «Алмаз», ЦВМ Т340 А. Характеристики разрядной сетки, в частности ее параметрические значения, представлены в табл. 4 и 5 [7].

В двоичной разрядной сетке для отображения вычислительного диапазона потребуется 42 бита. Табл. 5 содержит исчисленное численное значение информационной избыточности, равное, для этой разрядности модулярного процессора в составе ЦВМ [7].

Информационной избыточностью, равной 78,4%, обладает двоичный модулярный про-

цессор. В свою очередь, проектируемый троичный модулярный процессор обладает гораздо меньшей избыточностью [7].

В ходе дальнейших исследований был предложен инновационный подход к устранению тривалентного эффекта и перераспределению избыточности в симметричных модулярных базах, что позволило смягчить негативные последствия этого эффекта.

Данный подход опирается на отбор взаимно простых пар модулей, которые будут симметрично расположены от центрального модуля, и обеспечивает возможность использования избыточности одних оснований для того, чтобы представить числовые значения вычетов, которые выходят за пределы емкости разрядов регистра.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Патент предлагает техническое решение, которое оптимизирует способ хранения данных в цифровом регистре [8]. Вместо того чтобы размещать группы чисел в однородных блоках одинаковой длины, как это делалось традиционно, данное решение позволяет сократить информационную избыточность. Это достигается за счет более эффективного использования доступного пространства для хранения данных.

Таблица 4

Модулярные основания для двоичного варианта

Разряды бинарного процессора	1	2–4	5–9	10–15	16–20	21–25	26–30	31–34	35–39	40–45
Модулярные основания	2	5	23	63	17	19	29	13	31	61
Разрядность регистров	1	3	5	6	5	5	5	4	5	6
Бивалентный эффект	0	0,678	0,476	0,023	0,913	0,752	0,142	0,300	0,046	0,069
Информационная избыточность	0	0,375	0,281	0,016	0,469	0,406	0,094	0,188	0,031	0,047
% информационной избыточности	0	37,50	28,13	1,56	46,88	40,63	9,38	18,75	3,13	4,69

Примечание: составлено на основе источника [7].

Таблица 5

Вычислительные диапазоны модулярных ЦВМ для двоичного варианта

Вычислительный диапазон	3336597244890
Разрядность бинарная реальная	45
Разрядность бинарная необходимая	42
Избыточность бинарного диапазона	35184372088801
Бивалентный эффект	3,398
Информационная избыточность	0,784

Примечание: составлено на основе источника [7].

Выбор взаимно простых оснований, симметрично расположенных относительно центрального основания, позволяет достигать меньшей информационной избыточности, а в некоторых случаях и нулевой информационной избыточности.

Данное решение не только оптимизирует процесс проектирования, но и делает его более эффективным. Оно позволяет создавать однородные блочные регистры, являющиеся фунда-

ментом для разрядной сетки вычислительной машины, с помощью более совершенных методов. Это достигается благодаря новому подходу к структуре регистра, который упрощает ее, и оптимизированному размещению данных, что позволяет сократить затраты на разработку и производство. В результате процесс проектирования становится более эффективным и экономичным, а создаваемые вычислительные машины – более надежными и эффективными.

Список источников

1. Магомедов Ш. Г. Преобразование представлений чисел в модулярной арифметике в системах остаточных классов с разными основаниями // Вестник АГТУ. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2014. № 4. С. 32–39.
2. Акушский И. Я., Амербаев В. М., Пак И. Т. Основы машинной арифметики комплексных чисел. Алма-Ата : Наука, 1970. 248 с.
3. Амербаев В. М., Пак И. Т. Параллельные вычисления в комплексной плоскости. Алма-Ата : Наука, 1984. 183 с.
4. Инютин С. А. Основы модулярной алгоритмики : моногр. Ханты-Мансийск : Полиграфист, 2009. 297 с.
5. Амербаев В. М., Тельпухов Д. В., Константинов А. В. Бивалентный дефект модулярных кодов. Выбор технологических модулей, понижающий бивалентный дефект // Проблемы разработки перспективных микро- и наноэлектронных систем (МЭС). 2008. с. 462–465.
6. Инютин С. А. Модулярные вычисления для задач большой алгоритмической сложности. URL: <https://computer-museum.ru/books/archiv/sokcon06.pdf> (дата обращения: 01.11.2024).
7. Инютин С. А. Модулярные процессоры – оценки, история борьбы и победы над бивалентным дефектом // Развитие вычислительной техники в России и странах бывшего СССР: история и перспективы SoRuCom-2017 : сб. тр. IV Междунар. конф., 3–5 октября 2017 г., г. Зеленоград, М. : ФГБОУ ВО «РЭУ им. Г. В. Плеханова», 2017. 427 с. URL: https://www.sorucom.org/pdf/SORUCOM_2017.pdf (дата обращения: 15.11.2024).
8. Инютин С. А. Способ и устройство размещения групп чисел в однородных блоках цифрового регистра : патент 2015109196/08 Рос. Федерация №2591009; заявл. 17.03.2015; опубл. 10.07.2016. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2591009C1_20160710.pdf (дата обращения: 15.11.2024).

Информация об авторе

А. А. Кузнецов – инженер-программист I категории.

References

1. Magomedov Sh. G. Conversion of numeration in modular arithmetic in the systems of residual classes with different bases. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: Management, Computer science and Informatics*. 2014;(4):32–39. (In Russ.).
2. Akushskiy I. Ya., Amerbaev V. M., Pak I. T. Osnovy mashinnoy arifmetiki kompleksnykh chisel. Alma-Ata: Nauka; 1970. 248 p. (In Russ.).
3. Amerbaev V. M., Pak I. T. Parallelnye vychisleniya v kompleksnoy oblasti. Alma-Ata: Nauka; 1984. 183 p. (In Russ.).
4. Inyutin S. A. Osnovy modulyarnoy algoritmiki. Khan-ty-Mansiysk: Poligrafist; 2009. 297 p. (In Russ.).
5. Amerbaev V. M., Telpukhov D. V., Konstantinov A. V. Bivalentnyi defekt moduliarnykh kodov. Vybor tekhnologichnykh modulei, ponizhaiushchii bivalentnyi defekt. *Problems of Advanced Micro and Nanoelectronic Systems Development*. 2008. P. 462–465. (In Russ.).
6. Inyutin S. A. Modulyarnye vychisleniya dlya zadach bolshoy algoritmicheskoy slozhnosti. URL: <https://computer-museum.ru/books/archiv/sokcon06.pdf> (accessed: 01.11.2024). (In Russ.).
7. Inyutin S. A. Moduliarnye protsessory – otsenki, istoriya borby i pobedy nad bivalentnym defektom. In: *Proceedings of the SoRuCom-2017. 4th International Conference “Computer Technology in Russia and in the Former Soviet Union”*, October 3–5, 2017, Zelenograd. Moscow: Plekhanov Russian University of Economics; 2017. 427 p. URL: https://www.sorucom.org/pdf/SORUCOM_2017.pdf (accessed: 15.11.2024). (In Russ.).
8. Inyutin S. A. Method and Device for Arrangement of Groups of Numbers in Homogeneous Units of Digital Register: RU Patent 2015109196/08 No. 2591009, filed March 17, 2015; issued July 10, 2016. URL: https://patents.s3.yandex.net/RU2591009C1_20160710.pdf (accessed: 15.11.2024). (In Russ.).

About the author

А. А. Kuznetsov – Software Engineer of Category 1.