

Научная статья

УДК 536.24:519.87

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2024-4-10>



Математическая модель нагрева теплоносителя в топочной и конвективной камере

Наталья Сергеевна Золотарева¹✉, Михаил Яковлевич Брагинский²,
Дмитрий Викторович Тараканов³, Инесса Леонидовна Назарова⁴

^{1,2,3,4}Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

¹zolotareva_ns@surgu.ru✉

²braginskiy_my@surgu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1332-463X>

³sprtdv@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1851-1039>

⁴nazarova_il@surgu.ru, <https://orcid.org/0009-0001-0340-2609>

Аннотация. В статье рассматривалась задача создания компоненты математической процесса нагрева теплоносителя модели водогрейного котла КВГМ. Для решения поставленной задачи использовался аналитический подход для построения модели, что свело к минимуму использование эмпирических коэффициентов в расчетной схеме. Составлена оригинальная аналитическая модель нагрева теплоносителя в топочной и конвективной камере (учитывается радиационное излучение тепла по закону Стефана – Больцмана). Созданную математическую модель предполагается использовать в качестве необходимой компоненты компьютерного тренажера.

Ключевые слова: математическая модель, теплообмен, переходные процессы, компьютерный тренажер котельной

Для цитирования: Золотарева Н. С., Брагинский М. Я., Тараканов Д. В., Назарова И. Л. Математическая модель нагрева теплоносителя в топочной и конвективной камере // Вестник кибернетики. 2024. Т. 23, № 4. С. 100–109. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2024-4-10>.

Original article

Mathematical model of transfer medium heating in furnace and convection chamber

Natalya S. Zolotareva¹✉, Mikhail Ya. Braginsky², Dmitry V. Tarakanov³, Inessa L. Nazarova⁴

^{1,2,3,4}Surgut State University, Surgut, Russia

¹zolotareva_ns@surgu.ru✉

²braginskiy_my@surgu.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1332-463X>

³sprtdv@mail.ru, <https://orcid.org/0000-0003-1851-1039>

⁴nazarova_il@surgu.ru, <https://orcid.org/0009-0001-0340-2609>

Abstract. The article considers the creation of a mathematical process component for transfer medium heating in a model hot water boiler KVGМ. To solve this problem, an analytical approach is used to build the model, which minimizes the use of empirical coefficients in the calculation scheme. Researchers created an original analytical model of the transfer medium heating in the furnace and convection chamber, accounting for heat radiation according to the Stefan-Boltzmann law. The created mathematical model is expected to be used as a necessary component of a computer simulator.

Keywords: mathematical model, heat transfer, transient state, boiler room computer simulator

For citation: Zolotareva N. S., Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V., Nazarova I. L. Mathematical model of transfer medium heating in furnace and convection chamber. *Proceedings in Cybernetics*. 2024;23(4):100–109. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2024-4-10>.

ВВЕДЕНИЕ

Математическая модель процессов теплообмена в котлах большой мощности является основой для программного обеспечения компьютерной техники с целью решения следующих задач:

1. Автоматизированное (в той или иной степени) управление технологическим процессом.

2. Создание компьютерных тренажеров для обучения обслуживающего персонала.

При этом основной целью математической модели является описание работы водогрейного котла в режимах, отличных от номинальных, то есть режимов максимально допустимых параметров. Для которых имеются паспортные данные, основанные на экспериментальных данных, а также описание переходных процессов, когда производится смена одного стационарного режима работы на другой стационарный режим. Описание нестационарных режимов имеет большое практическое значение при автоматизированном управлении котлами, а также при создании тренажеров для обучения персонала в режиме реального масштабного времени.

Имеется большое количество теоретических и экспериментальных работ по исследованию и моделированию процессов теплообмена в водогрейных котлах [1–8], однако результатов этих работ недостаточно для непосредственного составления программного обеспечения с целью решения вышеперечисленных задач по следующим причинам.

1. В основном в этих работах рассматриваются стационарные режимы работы котла. Работ, в которых бы рассматривались нестационарные режимы, не так много, и в них не даются замкнутые модели нестационарных режимов работы котла.

2. Значительная часть работ описывает отдельные части общего процесса работ котла, а те работы, которые претендуют на комплексное описание всего процесса теплообмена, неудобны при создании соответствующего программного обеспечения и имеют недостаток: они скомпонованы из различных частей, имеющих разную методологическую осно-

ву и разное соотношение в описании теплофизических и механических эффектов первого и второго порядка малости. Поэтому еще одна цель представляемой математической модели состоит в создании единой методологической базы для описания процессов теплообмена в водогрейных котлах.

3. Каждая часть имеющихся расчетных комплексов содержит большой набор эмпирических коэффициентов, полученных при определенных условиях и ограничениях. Включение этих частей в единый расчетный комплекс без надлежащего согласования ограничений, накладываемых на использование эмпирических коэффициентов может привести к снижению достоверности расчетного комплекса в целом.

Кроме того, обилие эмпирических коэффициентов, вложенных в программное обеспечение, создает проблему среди пользователей, вызванную необходимостью восстановления их численных значений для конкретных расчетных режимов. Это существенно усложняет процедуру использования программного обеспечения и повышает риск введения ошибочных значений параметров в расчетные схемы, требует неоправданно высокой квалификации у пользователей программным продуктом. Поэтому при соответствии математической модели работы котла преследовалась еще и цель сведения к минимуму эмпирических коэффициентов в расчетной схеме и использовании в основном либо паспортных данных котла, либо стандартных теплофизических характеристик, имеющихся в справочниках и полученных с достаточной достоверностью.

Представленная математическая модель является завершенной в той степени, в которой она претендует на решение поставленных задач, однако эта модель допускает усложнение и совершенствование с учетом добавочных факторов, которые носят характер эффектов второго порядка малости. То есть представляемая модель является завершаемой математической моделью в первом приближении.

Учет эффектов второго порядка малости привел бы к необходимости более детальной

привязки математической модели к реальным конструкциям котлов одного и того же типа. Это неоправданно усложнило бы саму математическую модель, с одной стороны, при отсутствии реальной адекватной экспериментальной информации связанной с различными режимами работы конкретного котла и особенно переходных процессов не вызвало бы повышения достоверности.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В математической модели рассматривается приведенная эквивалентная схема расположения теплообменных трубок, состоящая из некоторого количества эквивалентных слоев труб. Причем каждый эквивалентный слой трубы не обязательно соответствует одному реальному слою труб, а может соответствовать двум и более реальным слоям труб. В эквивалентной схеме рассматриваются два режима течения воды: сверху вниз и снизу вверх, как показано на рис. 1 и 2.

Под эквивалентным приведенным слоем труб понимается горизонтальный слой труб, через который проходит вся нагреваемая вода, а общая поверхность труб во всех эквивалентных слоях соответствует реальной поверхности всех теплообменных труб в конвективной камере.

Пусть n – число труб в эквивалентном слое, m_g – массовый расход воды, ρ_0 – плот-

ность воды, S_1 – реальная площадь поверхности теплообменных труб в конвективной камере, V – реальная скорость воды в трубах пакета, $a + \Delta a$ – внешний радиус труб, l – длина теплообменной трубы.

Тогда на основе определения эквивалентного приведенного слоя труб можно записать соотношения:

$$m_g = \pi \cdot \rho_0 \cdot a^2 \cdot n \cdot V, \quad (1)$$

$$S_1 = 2\pi \cdot n \cdot N \cdot l \cdot (a + \Delta a) \quad (2)$$

Этих двух соотношений достаточно для определения параметров n и N .

Для котла КВГМ 100 в основном режиме:

$$\frac{m_g}{\rho_0} = 1235 \frac{\text{м}^3}{\text{час}}, \quad S = 2385 \text{ м}^2, \quad a = 0,011,$$

$$a + \Delta a = 0,014 \text{ м}, \quad l = 3 \text{ м}, \quad V = 2,65 \frac{\text{м}}{\text{с}},$$

где V – скорость в первом пакете.

Подставляя эти данные в (1) и (2) и округляя их до целых чисел, получаем $n = 340$, $N = 26$.

Описание тепловых экранов в топочной камере также является упрощенным [1]. В действительности боковые экраны разбиты на секции: в одних секциях вода движется снизу вверх, а в других – сверху вниз. Высота боковых экранов, фронтального и промежуточного, неодинакова из-за наличия проемов для

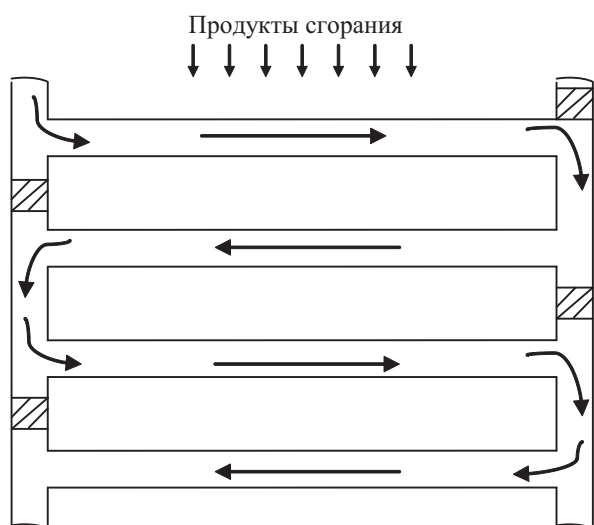


Рис. 1. Режим течения воды сверху вниз
 Примечание: составлено авторами.

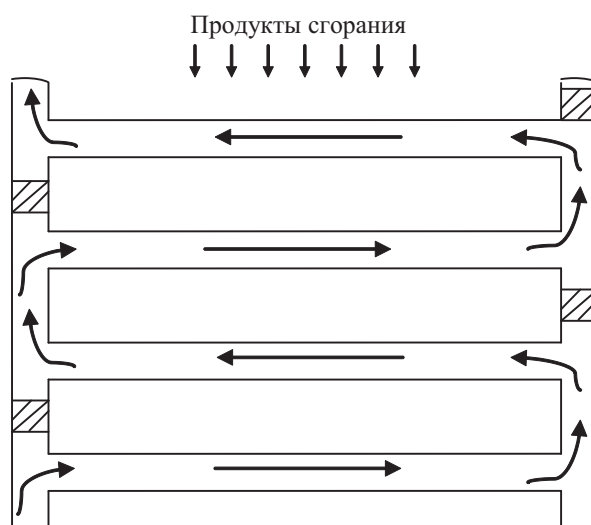


Рис. 2. Режим течения воды снизу вверх
 Примечание: составлено авторами.

размещения горелок и проема соединяющую топочную конвективную камеры. Кроме того, включение всех труб в экране не является параллельным. Так, в основном режиме вода, поступая сначала во фронтальной экран, затем делится на две части и поступает в промежуточный экран. В пиковом режиме схема включения экранов другая. Детальное описание оформления в математической модели и конструктивного расположения теплообменных труб в топочной камере неоправданно усложняет саму модель, не приводя к значительным уточнениям интегральных параметров, характеризующих теплообмен в топочной камере. Поэтому реальная конструктивная схема радиационных экранов заменяется на эквивалентный приведенный радиационный экран, имеющий такую же воспринимающую радиационную поверхность S_p что и реальные экраны, и имеющий высоту, равную высоте боковых экранов. При этом предполагается, что вода поступает сразу во все трубы эквивалентного экрана и течет снизу вверх. Поэтому вводится эффективная средняя скорость $V_{\text{э}}$ в трубах, обеспечивающая такой же массовый расход воды, какой имеется в реальном экране. Эффективная скорость воды при этом получается примерно в два раза меньше реальной.

Предполагая, что тепловой поток, воспринимаемый эффективным экраном, равен тепловому потоку, воспринимаемому реальным экраном, и распределяется по высоте соответственно реальному распределению теплового потока на боковых экранах, найденному из эксперимента: пусть k – число труб в эквивалентном экране, S_p – воспринимающая радиационная поверхность, $m_{\text{э}}$ – массовый расход воды в номинальном режиме, ρ_0 – плотность воды, $a + \Delta a$ – внешний радиус труб, l – длина теплообменной трубы.

Тогда на основе определения эквивалентного экрана можно записать два соотношения:

$$S_p = \pi \cdot k \cdot l \cdot (a + \Delta a), \quad (3)$$

$$m_{\text{э}} = \pi \cdot \rho_0 \cdot a^2 \cdot k \cdot V_{\text{э}}. \quad (4)$$

Из этих двух соотношений находится число труб k в эквивалентном экране и эффективная скорость жидкости $V_{\text{э}}$.

Для котла КВГМ 100: $S_p = 325 \text{ м}^2$, $m_{\text{э}} = 343 \text{ кг/с}$, $a + \Delta a = 0,031 \text{ м}$, $l = 9,4 \text{ м}$.

Используя эти данные из (3), округляя до целых значений, находится величина $k = 334$. Из (4) эффективная средняя скорость в трубах топочной камеры $V_{\text{э}} = 0,33 \text{ м/с}$.

По найденному значению k и известному паспортному значению номинального теплового потока, воспринимаемому экраном q_{Σ} , находится тепловой поток воспринимаемой одной трубой q_0 (5):

$$q_0 = \frac{q_{\Sigma}}{k}. \quad (5)$$

Так как

$$q_{\Sigma} = 10,47 \cdot 10^3 \frac{\text{ккал}}{\text{с}} = 43,8 \cdot 10^3 \frac{\text{кДж}}{\text{с}}, \text{ то}$$

$$q_0 = 0,031 \cdot 10^3 \frac{\text{ккал}}{\text{с}} = 131 \frac{\text{кДж}}{\text{с}}.$$

Пусть ω – отношение текущего расхода топлива в котле к номинальному, тогда предполагая, что тепловой поток, падающий на тепловой экран, равен тепловому потоку, падающему на экран в номинальном режиме, умноженному на величину ω . В этом случае:

$$q = \omega \cdot q_0,$$

где q – тепловой поток, падающий на одну теплообменную трубу при текущем расходе топлива.

Переходные процессы в теплообменной трубе (освещенный сектор)

В этом случае нестационарные процессы теплообмена имеют характер переходных процессов от одного стационарного состояния без появления неустойчивости и незатухающих колебаний, если входные параметры меняются, асимптотически приближаясь к конечным, постоянным значениям при $t \rightarrow \infty$.

В рассматриваемой работе есть два входных параметра: температура воды на входе $T_0(t)$ и относительный расход топлива $\omega(t)$ ((6) и (7)):

Введем следующие обозначения:

μ_1 – теплопроводность железа;

K – температуропроводность железа;
 σ_0 – постоянная Больцмана;
 Re – число Рейнольдса;
 α_0 – коэффициент черноты поверхности труб;
 a – внутренний радиус теплообменных труб;
 l – длина трубы;
 t – время;
 x, ξ – безразмерные цилиндрические координаты;
 T – температура;
 n – число труб в слое конвективной камеры;
 ω – отношение расхода горючего к номинальному расходу;
 W – температура на оси труб;
 $\phi(\eta)$ – функция распределения теплового потока по высоте топочной камеры;
 η – безразмерная координата;
 $f(\eta, t)$ – температура на оси труб;
 ε_1 – безразмерный параметр;
 T_0 – температура воды на входе в теплообменные трубы;
 k – число труб в эквивалентном экране топочной камеры.

$$\Delta\omega(t) = \omega(t) - \omega(0),$$

$$\Delta T(t) = T_0(t) - T_0(0),$$

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon}{K_3} \cdot \frac{a^2}{K^2}, \quad (6)$$

$$K_4 = \frac{1}{3} + \frac{\sigma \cdot \mu_1}{a \cdot K_3} (1 - \varepsilon) + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right). \quad (7)$$

Тогда из уравнений (8), (9) с учетом (10)

$$\begin{aligned} & W + \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \frac{\mu_1}{a \cdot K_3} \cdot (1 - \varepsilon) + \frac{1}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] \times \\ & \times \left[\tau \cdot \frac{\partial W}{\partial t} + \alpha \cdot \frac{\partial W}{\partial \eta} \right] + \frac{2}{21} \cdot \left[\frac{1}{3} + \sigma \cdot \frac{\mu_1}{a \cdot K_3} (1 - \varepsilon) + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] \times \\ & \times \left[\tau^2 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + 2\alpha \cdot \tau \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} - 3\alpha \cdot \frac{\partial W}{\partial t} \right] + \frac{\varepsilon}{2} \cdot \frac{a^2}{K^2 \cdot K_3} \times \\ & \times \left[\frac{\partial W}{\partial t} + \frac{1}{3} \left(\tau \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \alpha \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial \eta \partial t} \right) + \frac{2}{63} \times \right. \\ & \times \left. \frac{2}{63} \left(\tau^2 \cdot \frac{\partial^3 W}{\partial t^3} + 2\alpha \cdot \tau \cdot \frac{\partial^3 W}{\partial \eta^2 \partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{\partial^3 W}{\partial \eta^2 \partial t} - 3\alpha \cdot \frac{\partial W}{\partial \eta \partial t} \right) \right] = \\ & = \omega \cdot \frac{K_1}{K_3} \cdot \phi(\eta) + \frac{K_2}{K_3}, 0 < \eta < l. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & W + \alpha \cdot \frac{\partial W}{\partial \eta} \cdot \frac{1}{7} \left[\frac{5}{3} + \frac{3}{2} \cdot \sigma \cdot \frac{\mu_1}{a \cdot K_3} \cdot (1 - \varepsilon) + \frac{3}{2} \cdot \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] + \\ & + \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 W}{\partial \eta^2} \cdot \frac{2}{21} \times \left[\frac{1}{3} + \sigma \cdot \frac{\mu_1}{a \cdot K_3} (1 - \varepsilon) + \sigma \cdot \varepsilon \cdot \left(1 - \frac{\varepsilon}{2}\right) \right] = (9) \\ & = \omega \cdot \frac{K_1}{K_3} \cdot \phi(\eta) + \frac{K_2}{K_3}, \end{aligned}$$

$$f(\eta, t) = W(\eta, t) - W_0(\eta) \quad (10)$$

следует:

$$\begin{aligned} & f + \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{2} \cdot K_4 \right) \cdot \left(\tau \cdot \frac{\partial f}{\partial t} + \alpha \cdot \frac{\partial f}{\partial \eta} \right) + \frac{2}{21} \cdot K_4 \times \\ & \times \left(\tau^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + 2\alpha \cdot \tau \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \eta^2} - 3\alpha \cdot \frac{\partial f}{\partial t} \right) + \\ & + \tau_0 \left[\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{1}{3} \left(\tau \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial t^2} + \alpha \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial t} \right) + \right. \\ & + \left. \frac{2}{63} \left(\tau^2 \cdot \frac{\partial^3 f}{\partial t^3} + 2\alpha \cdot \tau \cdot \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^2 \partial t} + \alpha^2 \cdot \frac{\partial^3 f}{\partial \eta^2 \partial t} - 3\alpha \cdot \frac{\partial^2 f}{\partial \eta \partial t} \right) \right] = \\ & = \frac{K_1}{K_3} \cdot \Delta\omega(t) \cdot \phi(\eta), 0 < \eta < l. \end{aligned} \quad (11)$$

Краевые условия этого уравнения из (12), (13) принимают вид:

$$\begin{aligned} & W(0, t) = T_0 - \varepsilon_1 \cdot \frac{\tau}{\alpha} \cdot \frac{\partial T_0}{\partial t} + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\alpha^2} \cdot \left[\tau^2 \cdot \frac{\partial^2 T_0}{\partial t^2} - 3 \cdot \tau \cdot \frac{\partial T_0}{\partial t} \right], \\ & \frac{\partial W(0, t)}{\partial \eta} = -\frac{\tau}{\alpha} \cdot \frac{\partial T_0}{\partial t} + \varepsilon_1 \cdot \frac{1}{\alpha^2} \cdot \left[\tau^2 \cdot \frac{\partial^2 T_0}{\partial t^2} - 3 \cdot \tau \cdot \frac{\partial T_0}{\partial t} \right] \quad (12) \\ & W(0) = 0, \\ & \frac{\partial W(0)}{\partial \eta} = 0. \quad (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & f(0, t) = \Delta T_0(t) - \varepsilon_1 \cdot \frac{\tau}{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\Delta T_0) + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\alpha^2} \cdot \\ & \cdot \left[\tau^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta T_0) - 3 \cdot \tau \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\Delta T_0) \right] \\ & \frac{\partial}{\partial \eta} (f(0, t)) = -\frac{\tau}{\alpha} \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\Delta T_0(t)) - \frac{\varepsilon}{\alpha^2} \cdot \\ & \cdot \left[\tau^2 \cdot \frac{\partial^2}{\partial t^2} (\Delta T_0) - 3 \cdot \tau \cdot \frac{\partial}{\partial t} (\Delta T_0) \right]. \end{aligned} \quad (14)$$

Сделаем преобразование Лапласа от соотношений (11), (14), выбрав конкретный вид функции $\Delta\omega(t), \Delta T_0(t)$.

$$\Delta\omega(t) = \begin{cases} \Delta\omega_0, & t > 0, \\ 0, & t < 0, \end{cases} \quad (15)$$

$$\Delta T_0(t) = \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right)^2 \cdot \Delta T_0(\infty). \quad (16)$$

При этом получается (17)–(18):

$$L\{\Delta\omega(t)\} = \frac{\Delta\omega(t)}{s}, \quad (17)$$

$$L\{\Delta T_0\} = \Delta T_0(\infty) \left[\frac{1}{s} - \frac{2 \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} + \frac{\tau_1}{2 + s \cdot \tau_1} \right],$$

$$L\left\{\frac{\partial}{\partial t}(\Delta T_0)\right\} = \Delta T_0(\infty) \left[1 - \frac{2s \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} + \frac{s \cdot \tau_1}{2 + s \cdot \tau_1} \right], \quad (18)$$

$$L\left\{\frac{\partial^2}{\partial t^2}(\Delta T_0)\right\} = \Delta T_0(\infty) \left[s - \frac{2s^2 \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} + \frac{s^2 \cdot \tau_1}{2 + s \cdot \tau_1} \right].$$

Преобразование Лапласа от уравнения (11) приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению по переменной η :

$$\alpha^2 \frac{\partial^2 F}{\partial \eta^2} + \beta_1 \cdot \alpha \cdot \frac{\partial F}{\partial \eta} + \beta_2 \cdot F = \beta_3 \cdot \frac{\Delta\omega_0}{s} \cdot \phi(\eta),$$

$$\beta_1(s) = \frac{\frac{1}{6} + \frac{3}{14} \cdot K_4 + \frac{4}{21} \cdot s \cdot \tau \cdot K_4}{\tau_0 \cdot s + \frac{2}{21} \cdot K_4},$$

$$\beta_2(s) = \left[\tau_0 \cdot s + \frac{2}{21} \cdot K_4 \right]^{-1} \times \quad (19)$$

$$\times \left[1 + s \cdot \tau \cdot \left(\frac{\tau_0}{\tau} + \frac{1}{2} \cdot K_4 + \frac{1}{6} \right) + s^2 \cdot \tau^2 \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot \frac{\tau_0}{\tau} + \frac{2}{21} \cdot K_4 \right) + \frac{2}{63} \cdot s^3 \cdot \tau^2 \cdot \tau_0 \right],$$

$$\beta_3(s) = \frac{K_1}{K_3 \left(\tau_0 \cdot s + \frac{2}{21} \cdot K_4 \right)}.$$

Преобразование Лапласа краевых условий (14) приводит к соотношениям (20)–(21):

$$F(0, s) = \frac{\Delta T_0(\infty)}{s} + \Omega_1(s) \cdot \Delta T_0(\infty),$$

$$\frac{\partial}{\partial \eta} F(0, s) = \Omega_2(s) \cdot \Delta T_0(\infty). \quad (20)$$

$$\Omega_1(s) = \left[\frac{1}{s} - \frac{2 \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} + \frac{\tau_1}{2 + s \cdot \tau_1} \right] \cdot \left[1 - \varepsilon_1 \frac{\tau}{\alpha} s + \frac{1}{2} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\alpha^2} (\tau^2 s^2 - 3\tau \cdot s) \right] - \frac{1}{s}, \quad (21)$$

$$\Omega_2(s) = \left[1 - \frac{2s \cdot \tau_1}{1 + s \cdot \tau_1} + \frac{s \cdot \tau_1}{2 + s \cdot \tau_1} \right] \cdot \left[-\frac{\tau}{\alpha} + \frac{\varepsilon_1}{\alpha^2} (\tau^2 s - 3\tau) \right].$$

Частное решение уравнения (19) имеет вид (22)–(23):

$$F_1(s, \eta) = \frac{\beta_3 \Delta\omega_0}{s} \cdot \left[\frac{a_1}{\beta_2} + \beta_4 e^{-a_3 \cdot \eta} + \beta_5 \cdot \eta \cdot e^{-a_3 \cdot \eta} \right] \quad (22)$$

$$\beta_4(s) = \frac{a_2 \cdot (2a_3 \cdot \alpha^2 - \beta_1 \cdot \alpha)}{(\alpha^2 \cdot a_3^2 - a_3 \cdot \beta_1 \cdot \alpha + \beta_2)^2},$$

$$\beta_5(s) = \frac{a_2}{\alpha^2 \cdot a_3^2 - a_3 \cdot \beta_1 \cdot \alpha + \beta_2}. \quad (23)$$

Общее решение однородного уравнения, полученного из (19), имеет вид:

$$F_0(\eta, s) = E_1(s) \cdot e^{\frac{n_1(s)\eta}{\alpha}} + E_2(s) \cdot e^{\frac{n_2(s)\eta}{\alpha}},$$

$$n_1(s) = -\frac{\beta_1}{2} + \sqrt{\frac{\beta_1^2}{4} - \beta_2},$$

$$n_2(s) = -\frac{\beta_1}{2} - \sqrt{\frac{\beta_1^2}{4} - \beta_2}.$$

Тогда общее решение уравнения (19) получается в виде:

$$F(\eta, s) = E_1(s) \cdot e^{\frac{n_1(s)\eta}{\alpha}} + E_2(s) \cdot e^{\frac{n_2(s)\eta}{\alpha}} + \frac{\beta_3 \Delta\omega_0}{s} \cdot \left[\frac{a_1}{\beta_2} + (\beta_4 + \eta \cdot \beta_5) \cdot e^{-a_3 \cdot \eta} \right]. \quad (24)$$

Постоянные E_1 и E_2 находятся из краевых условий (20), при этом получается система (25):

$$E_1 + E_2 = \frac{\Delta T_0(\infty)}{s} + \Omega_1(s) \cdot \Delta T_0(\infty) - \frac{\beta_3 \Delta \omega_0}{s} \cdot \left[\frac{a_1}{\beta_2} + \beta_4 \right], \quad (25)$$

$$n_1 E_1 + n_2 E_2 = \alpha \cdot \left[\Omega_2(s) \cdot \Delta T_0(\infty) - \frac{\beta_3 \Delta \omega_0}{s} \cdot [\beta_5 - a_3 \cdot \beta_4] \right].$$

Разрешая эту систему, получим:

$$E_1(s) = \frac{1}{n_2 - n_1} \cdot \left\{ \frac{n_2 \cdot \Delta T_0(\infty)}{s} + \Delta T_0(\infty) \cdot \left[n_2 \cdot \Omega_1(s) - \alpha \cdot \Omega_2(s) \right] + \frac{\beta_3 \Delta \omega_0}{s} \cdot \left(\alpha \cdot \beta_5 - \alpha \cdot a_3 \cdot \beta_4 - n_2 \cdot \frac{a_1}{\beta_2} - n_3 \cdot \beta_4 \right) \right\},$$

$$E_2(s) = \frac{1}{n_1 - n_2} \cdot \left\{ \frac{n_1 \cdot \Delta T_0(\infty)}{s} + \Delta T_0(\infty) \cdot \left[n_1 \cdot \Omega_1(s) - \alpha \cdot \Omega_2(s) \right] + \frac{\beta_3 \Delta \omega_0}{s} \cdot \left(\alpha \cdot \beta_5 - \alpha \cdot a_3 \cdot \beta_4 - n_1 \cdot \frac{a_1}{\beta_2} - n_1 \cdot \beta_4 \right) \right\}.$$

Оригинал от изображения (24) в аналитическом виде получить трудно, фактически его надо находить численно. Однако, используя только изображение (24), можно получить некоторые важные результаты, характеризующие качественное поведение решения краевой задачи (9), (13) и корректность самих уравнений этой задачи.

Под этим имеется в виду прежде всего существование следующего фактически приемлемого результата.

Если при $t < 0$ процесс был стационарным с параметрами $\omega(0)$, $T_0(0)$, а при $t > 0$ параметры $\omega(t)$, $T_0(t)$ начали изменяться, имея в пределе при $t \rightarrow \infty$ постоянные предельные значения $\omega(\infty)$, $T_0(\infty)$, то решение краевой задачи (9), (13) при $t \rightarrow \infty$ тоже должно асимптотически устанавливаться к стационарному решению с параметрами $\omega(\infty)$, $T_0(\infty)$.

То есть решение краевой задачи должно быть устойчивым и в нем должны существовать незатухающие колебания. В этом случае

можно сказать, что решение краевой задачи (9), (13) описывает переходные процессы между двумя стационарными состояниями.

Поведение оригинала $f(\eta, t)$ при $t \rightarrow \infty$ можно оценить на основе известного предельного соотношения (26) [28]:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s L\{x(t)\}. \quad (26)$$

Таким образом, выполняется равенство:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(t, \eta) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s, \eta). \quad (27)$$

Для нахождения предела в правой части (27) запишем следующие предельные соотношения, которые проверяются непосредственно с использованием формул:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \beta_1(s) = d_1, \quad \lim_{s \rightarrow 0} \beta_2(s) = d_2,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} n_1(s) = k_1, \quad \lim_{s \rightarrow 0} n_2(s) = k_2,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \beta_3(s) = \frac{K_1}{K_3} d_2,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \beta_4(s) = \frac{K_3}{d_2} h_1,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} \beta_5(s) = \frac{K_3}{d_2} h_2,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \Omega_1(s) = 0, \quad \lim_{s \rightarrow 0} s \Omega_2(s) = 0,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s E_1(s) = \frac{k_2}{k_2 - k_1} \cdot \Delta T_0(\infty) + \Delta \omega_0 \cdot K_1 \cdot h_3,$$

$$\lim_{s \rightarrow 0} s E_2(s) = \frac{k_1}{k_1 - k_2} \cdot \Delta T_0(\infty) + \Delta \omega_0 \cdot K_1 \cdot h_4.$$

Пользуясь этими предельными соотношениями и (24), можно записать:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} f(\eta, t) = \lim_{s \rightarrow 0} s F(s, \eta) = \Delta T_0(\infty) \cdot \psi_1(\eta) + \Delta \omega_0 \cdot K_1 \left[h_3 \cdot e^{\frac{k_1 \eta}{\alpha}} + h_4 \cdot e^{\frac{k_2 \eta}{\alpha}} \right], \quad (28)$$

$$\psi_1(\eta) = \frac{k_1}{k_1 - k_2} \cdot e^{\frac{k_2 \eta}{\alpha}} - \frac{k_2}{k_1 - k_2} \cdot e^{\frac{k_1 \eta}{\alpha}}.$$

На основании (10) выполняется (29):

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\eta, t) = W_0(\eta) + \lim_{t \rightarrow \infty} f(\eta, t), \quad (29)$$

где $W(\eta, t)$ – решение краевой задачи, а $W_0(\eta)$ – решение стационарной задачи (30), (13) при $t < 0$. Используя зависимость (31) для решения $W_0(\eta)$ и соотношение (28), получим (32):

$$W(0, t) = T_0(t),$$

$$\tau \cdot \frac{\partial W(0, t)}{\partial t} + \alpha \cdot \frac{\partial W(0, t)}{\partial \xi} = 0, \quad (30)$$

$$W = T_0 \cdot \psi(\eta) + \frac{K_2}{K_3} \cdot [1 - \psi_1(\eta)] +$$

$$+ K_1 \cdot \omega \cdot h_3 \cdot e^{\frac{k_1 \eta}{\alpha}} + h_4 \cdot e^{\frac{k_2 \eta}{\alpha}} +$$

$$+ \frac{a_1}{K_3} + (h_1 + \eta \cdot h_2) \cdot e^{-a_3 \eta}. \quad (31)$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(\eta, t) = [T_0(0) + \Delta T_0(\infty)] \cdot \psi_1(\eta) +$$

$$+ \frac{K_2}{K_3} \cdot [1 - \psi_1(\eta)] + \quad (32)$$

$$+ K_1 [\omega_0(0) + \Delta \omega_0(\infty)] \times$$

$$\times \left[h_3 \cdot e^{\frac{k_1 \eta}{\alpha}} + h_4 \cdot e^{\frac{k_2 \eta}{\alpha}} + \frac{a_1}{K_3} + (h_1 + \eta \cdot h_2) \cdot e^{-a_3 \eta} \right] \equiv$$

$$\equiv T_0(\infty) \cdot \psi_1(\eta) + \frac{K_2}{K_3} \cdot [1 - \psi_1(\eta)] + K_1 \omega_0(0) \times$$

$$\times \left[h_3 \cdot e^{\frac{k_1 \eta}{\alpha}} + h_4 \cdot e^{\frac{k_2 \eta}{\alpha}} + \frac{a_1}{K_3} + (h_1 + \eta \cdot h_2) \cdot e^{-a_3 \eta} \right].$$

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Таким образом, решение $W(\eta, t)$ нестационарной краевой задачи (9), (13), (15), (16) действительно характеризует переходной процесс, отделяющий два стационарных состояния, определяемых параметрами $\omega(0)$, $T_0(0)$, $\omega(\infty)$, $T_0(\infty)$.

Следует заметить, что этот результат не является тривиальным. Так, если в математической модели убрать слагаемые, характеризующие обратное излучение труб по закону Стефана – Больцмана, то получаемые при

этом уравнения не будут описывать переходные процессы, так как в решении появятся составляющие, линейно растущие во времени.

Полученная модель обладает рядом достоинств по сравнению с существующими решениями:

1. В основном в научных работах рассматриваются только стационарные режимы работы котла. В представленной работе рассматриваются переходные режимы работы. Решение сформулировано в виде замкнутой модели процесса нагрева котла.

2. Значительная часть работ описывает отдельные части общего процесса работ котла, а те работы, которые претендуют на комплексное описание всего процесса теплообмена, неудобны и при создании соответствующего программного обеспечения имеют тот недостаток, что скомпонованы из различных частей, имеющих разную методологическую основу и разное соотношение в описании теплофизических процессов. Полученная математическая модель построена на единой методологической базе для описания процессов теплообмена в водогрейных котлах.

3. Каждая часть имеющихся расчетных методов содержит большой набор эмпирических коэффициентов, полученных при определенных условиях и ограничениях. Включение этих эмпирических коэффициентов в единый расчетный комплекс без надлежащего согласования ограничений, накладываемых на использование данных параметров, может привести к снижению достоверности расчетного комплекса в целом.

Кроме того, обилие эмпирических коэффициентов, вложенных в программное обеспечение, создает проблему среди пользователей, вызванную необходимостью восстановления их численных значений для конкретных расчетных режимов. Это существенно усложняет процедуру использования программного обеспечения и повышает риск введения ошибочных значений параметров в расчетные схемы, требует неоправданно высокой квалификации у пользователей программным продуктом.

4. Полученная математическая модель работы котла обладает минимумом эмпирических

коэффициентов в расчетной схеме и использовании в основном либо паспортных данных котла, либо стандартных теплофизических характеристик, имеющих в справочниках.

Представленная математическая модель является завершенной в той степени, в которой она претендует на решение поставленных задач, однако эта модель допускает усложнение и совершенствование с учетом добавочных факторов, которые носят характер эффектов второго порядка малости. То есть представляемая модель является завершаемой математической моделью в первом приближении.

5. Учет эффектов второго порядка малости привел бы к необходимости более детальной привязки математической модели к реальным конструкциям котлов одного и того же типа. Это неоправданно усложнило бы саму математиче-

скую модель при отсутствии реальной адекватной экспериментальной информации, связанной с различными режимами работы конкретного котла и особенно переходных процессов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В представленной работе рассматривалась задача создания математической модели КВГМ 100. Составлена оригинальная аналитическая модель нагрева теплоносителя в топочной и конвективной камере. Полученные результаты моделирования могут быть использованы при создании компьютерных тренажеров для обучения обслуживающего персонала котельной КВГМ 100, а также в аналогичных энергетических системах (учитывается радиационное излучение тепла по закону Стефана – Больцмана).

Список источников

1. Цапко Г. П., Цапко С. Г., Тараканов Д. В. Современные компьютерные тренажеры: математические методы моделирования и эмуляции параллельных взаимодействующих процессов : моногр. Томск : ТПУ, 2012. 192 с.
2. Володин Ю. Г., Ханнанов Р. Р. Математическое моделирование рабочего процесса в газозооушном тракте котлового агрегата ТГМ-84 // Известия Казанского государственного архитектурно-строительного университета. 2016. № 2. С. 133–139.
3. Синицын Н. Н., Сидоров И. В., Игумнов Е. М. Расчетное исследование теплообмена в топках котлов КВГМ-30 и КВГМ-100 // Перспективное развитие науки, техники и технологий : материалы Междунар. науч.-практ. конф. 17 октября 2012 г., г. Курск. В 2 т. Курск : ЗАО «Университетская книга», 2012. Т. 2. С. 101–103.
4. Кайбалиев Р. С. Анализ водогрейного котла КВГМ-50 как объекта управления // Наука и образование: сохраняя прошлое, создаём будущее : сб. статей XXV Междунар. науч.-практ. конф. 10 декабря 2019 г., г. Пенза. В 2 ч. Пенза : Изд-во: «Наука и Просвещение», 2019. Т. 1, ч. 1. С. 71–73.
5. Кайбалиев Р. С. Синтез системы автоматического регулирования водогрейного котла КВГМ-50 с добавочными информационными каналами // Наука и образование: сохраняя прошлое, создаём будущее : сб. статей XXV Междунар. науч.-практ. конф. 10 декабря 2019 г., г. Пенза. В 2 ч. Пенза : Изд-во: «Наука и Просвещение», 2019. Т. 1, ч. 1. С. 74–77.
6. Бутко Н. А., Кубисенов С. М., Мершиев А. Ю. Учебный тренажер имитации технологического процесса котла водогрейного КВГМ-50-150 //

References

1. Tsapko G. P., Tsapko S. G., Tarakanov D. V. Sovremennye kompyuternye trenazhery: matematicheskie metody modelirovaniya i emulyatsii parallelnykh vzaimodeistvuyushchikh protsessov. Monograph. Tomsk: TPU; 2012. 192 p. (In Russ.).
2. Volodin Yu. G., Hannanov R. R. Mathematical modeling of the worker process in gas canal for the boiler aggregate TGM-84. *News of the Kazan State University of Architecture and Engineering*. 2016;(2):133–139. (In Russ.).
3. Sinitsyn N. N., Sidorov I. V., Igumnov E. M. Raschetnoe issledovanie teploobmena v topkakh kotlov KVGM-30 i KVGM-100. In: *Proceedings of 2nd International Research-to-practice conference “Perspektivnoe razvitie nauki, tekhniki i tekhnologiy”*, October 17, 2012, Kursk. Ed. Gorokhov A. A. Kursk: ZAO “Universitetskaya kniga”; 2012. p. 101–103. (In Russ.).
4. Kaybaliev R. S. Analysis of KBGM-50 hot water boiler as control object. In: *Proceedings of the 15th International Research-to-Practice Conference “Nauka i obrazovanie, sokhranyaya proshloe, sozdaem budushchee”*, December 10, 2019, Penza. In 2 chapters. Penza: “Nauka i Prosveshchenie”; 2019. Vol. 1, pt. 1. p. 71–73. (In Russ.).
5. Kaybaliev R. S. Synthesis of automatic control system of hot water boiler KBGM-50 with additional information channels. In: *Proceedings of the 15th International Research-to-Practice Conference “Nauka I obrazovanie, sokhranyaya proshloe, sozdaem budushchee”*, Penza, December 10, 2019. In 2 chapters. Penza: “Nauka i Prosveshhenie”; 2019. p. 74–77. (In Russ.).

- Нефть и газ – 2024 : материалы конф., 22–26 апреля 2024 г. Москва. М. : Российский государственный университет нефти и газа (национальный исследовательский университет) им. И. М. Губкина, 2024. С. 31–40.
7. Юсупова Д. С. Анализ процесса подогрева воды котла КВГМ-50 // Молодой исследователь: вызовы и перспективы : сб. статей по материалам ССХVI междунар. науч.-практ. конф., 14 июня 2021 г., г. Москва. М. : ООО «Интернаука», 2021. Т. 21. С. 392–394.
8. Садыков Р. А., Антропов Д. Н., Даминов А. З. и др. Автоматизированный микропроцессорный комплекс для моделирования процессов в котельной установке // Вестник машиностроения. 2015. № 12. С. 30–33.
6. Butko N. A., Kubisenov S. M., Mershiyev A. Yu. Uchebny trenazher imitatsii tekhnologicheskogo protsessa kotla vodogreynogo KVGM-50-150. In: *Proceedings of conference: Neft i gaz*, April 22–26, 2024, Moscow. Moscow: Gubkin University; 2024. p. 31–40. (In Russ.).
7. Yusupova D. S. Analiz protsessa podogreva vody kotla KVGM-50. In: *Proceedings of the 216th International Research-to-Practice Conference “Molodoy issledovatel: vyzovy i perspektivy”*, June 14, 2021, Moscow. Moscow: OOO Internauka; 2021. Vol. 21. p. 392–394. (In Russ.).
8. Sadykov R. A., Antropov D. N., Daminov A. Z. et al. Automated microprocessor complex for modeling of processes in boiler plant. *Vestnik mashinostroeniya*. 2015;(12):30–33. (In Russ.).

Информация об авторах

Н. С. Золотарева – аспирант.

М. Я. Брагинский – кандидат технических наук, доцент.

Д. В. Тараканов – кандидат технических наук, доцент.

И. Л. Назарова – аспирант.

About the authors

N. S. Zolotareva – Postgraduate.

M. Ya. Braginsky – Candidate of Sciences (Engineering), Docent.

D. V. Tarakanov – Candidate of Sciences (Engineering), Docent.

I. L. Nazarova – Postgraduate.