

## ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ / PHYSICS AND MATHEMATICS

Научная статья

УДК 519.876

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>



### Имитационное моделирование и анализ систем массового обслуживания

Александр Алексеевич Богнюков<sup>✉</sup>, Дмитрий Юрьевич Зорькин,

Евгений Геннадьевич Шведов

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

**Аннотация.** Основное внимание в рассматриваемой статье уделяется системам с фиксированным максимальным числом требований, ожидающих обслуживания. Это означает необходимость учета не только наличия очереди, но и ее конечной емкости, что добавляет сложности в анализ подобных систем. Введение таких ограничений может привести к более реалистичным моделям, отражающим реальные условия эксплуатации систем массового обслуживания. Понимание основных концепций теории массового обслуживания помогает не только структурировать исследование, но и определить направления для дальнейших разработок.

В статье представлено изучение существующих моделей и систем массового обслуживания с целью выявления лучших практик и возможных недостатков. Сравнительный анализ позволяет не только адаптировать проверенные решения под новые условия, но и избежать ошибок прошлых исследований.

**Ключевые слова:** системы массового обслуживания, ограничения, аналитическая модель, имитационная модель, очередь, характеристики системы

**Для цитирования:** Богнюков А. А., Зорькин Д. Ю., Шведов Е. Г. Имитационное моделирование и анализ систем массового обслуживания // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>.

Original article

### Simulation modeling and analysis of queuing systems

Aleksandr A. Bognyukov<sup>✉</sup>, Dmitry Yu. Zorkin, Evgeniy G. Shvedov

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

**Abstract.** The article focuses on systems with a fixed maximum number of demands in the queue. This means that it is necessary to take into account not only the queue but also its finite capacity, which contributes to the complexity of analyzing such systems. The introduction of such limits potentially enables more realistic functional models reflecting actual operating conditions of queuing systems. Understanding the basic concepts of queuing theory contributes both to structure of the study and further research opportunities.

Researchers review existing models and systems to find their strengths and weaknesses. Comparative analysis provides opportunities to adapt proven solutions to new conditions and to avoid the mistakes of past research.

**Keywords:** queuing systems, limits, analytical model, simulation model, queue, system characteristics

**For citation:** Bognyukov A. A., Zorkin D. Yu., Shvedov E. G. Simulation modeling and analysis of queuing systems. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>.

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью статьи является изучение и анализ областей применения и особенностей имитационного моделирования. Актуальность работы обусловлена растущей сложностью современных систем и процессов. Современные системы становятся все более сложными и взаимосвязанными, что затрудняет их анализ. Имитационное моделирование позволяет исследовать эти системы в виртуальной среде, проводить эксперименты и анализировать результаты без риска для реальной инфраструктуры или оборудования.

Большинство изучаемых и подлежащих моделированию объектов являются сложными системами, и это утверждение можно считать фундаментальным в контексте современных исследований и разработок. Сложные системы характеризуются множеством факторов, которые делают их изучение особенно интересным и одновременно трудным. Одним из главных признаков сложной системы является невозможность рассмотрения ее элементов в изоляции [1]. Это объясняется тем, что каждый элемент тесно взаимосвязан с другими элементами системы и с внешней средой, что приводит к необходимости учитывать широкий спектр связей и взаимодействий при анализе таких систем.

Оптимизация производственных процессов является одной из ключевых областей применения имитационного моделирования, особенно в контексте современной промышленности, где эффективность и эффективное использование ресурсов становятся все более важными для конкурентоспособности компаний [2].

В рамках статьи решается ряд задач, каждой из которых посвящены отдельные разделы работы – анализ конкретных примеров применения имитационного моделирования в различных сферах, оценка эффективности имитационного моделирования и определение потенциальных направлений для дальнейшего развития имитационного моделирования.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Следует рассмотреть схему моделируемого процесса (рис. 1).

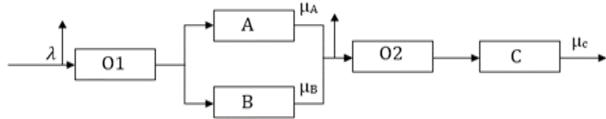


Рис. 1. Схема моделируемой системы массового обслуживания

Входящее требование должно пройти через один из каналов обслуживания (A или B), при этом у них есть общая очередь (O1). После этого требования обслуживаются на канале обслуживания C (с очередью O2). Требования, пришедшие в момент, когда очередь достигла максимальной длины, покидают систему.

Была построена имитационная модель системы: за шаг дискретизации времени было взято время, равное 1 сек. Предположим, что в данный период не может произойти более одного события. Также построена блок-схема и произведен расчет за 30 минут. По результатам расчета найдена доля покупателей и средняя доля времени простоя прилавков. На экране выведено число отказов и их доля.

$$\lambda = 3$$

- макс. значение O1 = 2;
- макс. значение O2 = X;
- $\mu_A = 1$ ;
- $\mu_B = 3$ ;
- $\mu_C = X$ .

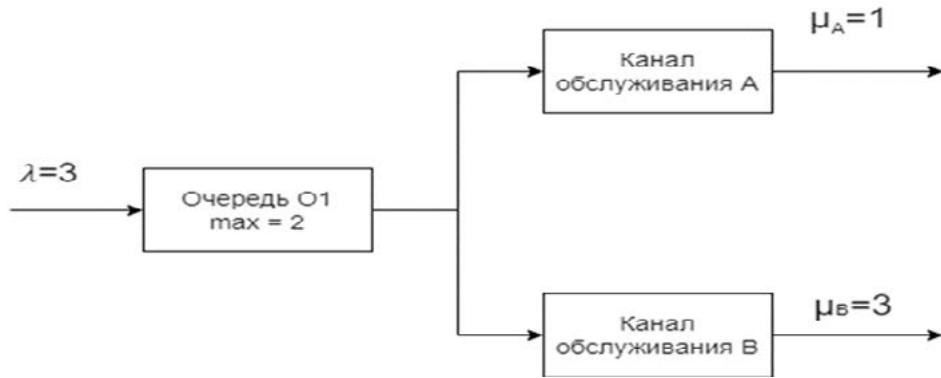
Следует рассмотреть концептуальную схему моделируемой системы массового обслуживания, представленную на рис. 2.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результатом исследования является построенный график состояний системы с учетом вводных данных (рис. 3).

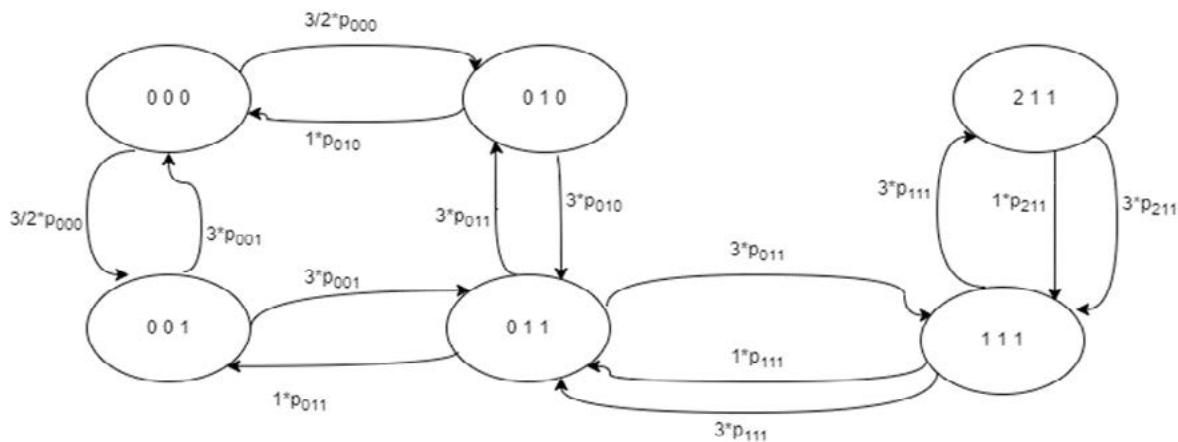
Была построена система уравнений для равновесного состояния:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}p_{000} + \frac{3}{2}p_{000} = 1p_{010} + 3p_{001} \\ \frac{3}{2}p_{000} + 3p_{011} = 1p_{010} + 3p_{010} \\ \frac{3}{2}p_{000} + 1p_{011} = 3p_{001} + 3p_{001} \\ 3p_{001} + 3p_{010} + 1p_{111} + 3p_{111} = 3p_{011} + 1p_{011} + 3p_{011} \\ 3p_{011} + 1p_{211} + 3p_{211} = 3p_{111} + 1p_{111} + 3p_{111} \\ 3p_{111} = 1p_{211} + 3p_{211} \\ p_{000} + p_{010} + p_{001} + p_{011} + p_{111} + p_{211} = 1 \end{array} \right.$$



**Рис. 2. Концептуальная схема моделируемой системы массового обслуживания**

Примечание: составлено авторами.



**Рис. 3. Граф состояний системы**

Примечание: составлено авторами.

- $p_{000} = 0.154589371980676;$
- $p_{010} = 0.231884057971014;$
- $p_{001} = 0.0772946859903382;$
- $p_{011} = 0.231884057971014;$
- $p_{111} = 0.173913043478261;$
- $p_{211} = 0.130434782608696.$

Была найдена доля простоя первого канала обслуживания. Это сумма вероятности нахождения системы в состоянии, когда первый канал обслуживания простаивает, или  $p_{000} + p_{001}$ .

$$P_{\text{простоя канала А}} = p_{000} + p_{001} = 0,154589371980676 + 0,0772946859903382 = 0,23188405797.$$

23,19% времени с момента равновесного состояния будет простаивать первый канал обслуживания.

Найдена доля простоя второго канала обслуживания. Это сумма вероятности нахождения системы в состоянии, когда второй канал обслуживания простаивает, или  $p_{000} + p_{010}$ .

$$P_{\text{простоя канала В}} = p_{000} + p_{010} = 0,154589371980676 + 0,231884057971014 = 0,38647342995.$$

38,65 % времени с момента равновесного состояния будет простаивать второй канал обслуживания.

Была просчитана средняя доля простоя каналов.

$$\overline{P}_{\text{простоя}} = \frac{P_{\text{простоя канала А}} + P_{\text{простоя канала В}}}{2} = \frac{0,23188405797 + 0,38647342995}{2} = 0,30917874396$$

Просчитаем долю отказов:

$$P_{\text{отказа}} = p_{211} = 0,130434782608696.$$

13% времени пришедшие требования будут уходить в отказ, или доля пришедших заказов равна 0,13. В среднем  $p_{211} * \lambda = 0,130434782608696 * 3 = 0,39130434782$  требований будет уходить в отказ за единицу времени.

Посчитана средняя доля обслуженных требований. Это сумма пришедших требований минус количество требований ушедших в отказ, или  $3 - 0,39130434782 = 2,60869565218$ .

$$P_{\text{обслуживания}} = 1 - p_{\text{отказа}} = 1 - 0,130434782608696 = 0,86956521739.$$

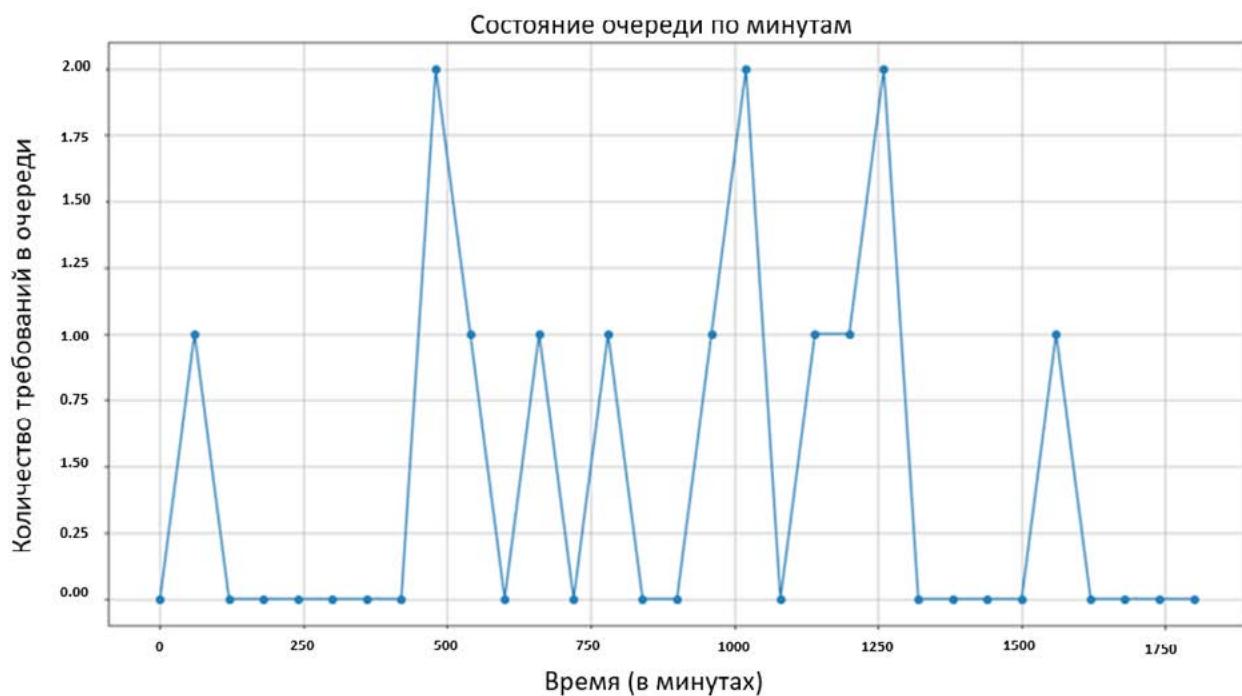
87% пришедших требований будет обслужено.

Код был написан на языке программирования Python, а также проведен запуск программы и анализ полученных результатов (рис. 4–6).

Было установлено, что канал А простоявает реже, хотя ожидалось обратное, согласно чему напрашивается вывод о высокой производственной загрузке и повышенной эффективности производства. Канал В, напротив, простоявает больше ожидаемого. В отношении средних показателей доля простоев ниже, чем ожидалось, а средняя доля отказов выше

```
Общее количество пришедших требований: 81
Количество обслуженных требований 70
Доля обслуженных требований: 0.8641975308641975
Количество отказов: 11
Доля отказов: 0.13580246913580246
Средняя доля времени простоя канала А: 0.0961111111111111
Средняя доля времени простоя канала В: 0.41
Средняя доля времени простоя обоих каналов обслуживания: 0.2530555555555555
```

**Рис. 4. Результат выполнения программы**  
 Примечание: составлено авторами.



**Рис. 5. График количества требований в очереди на конец каждой минуты**  
 Примечание: составлено авторами.

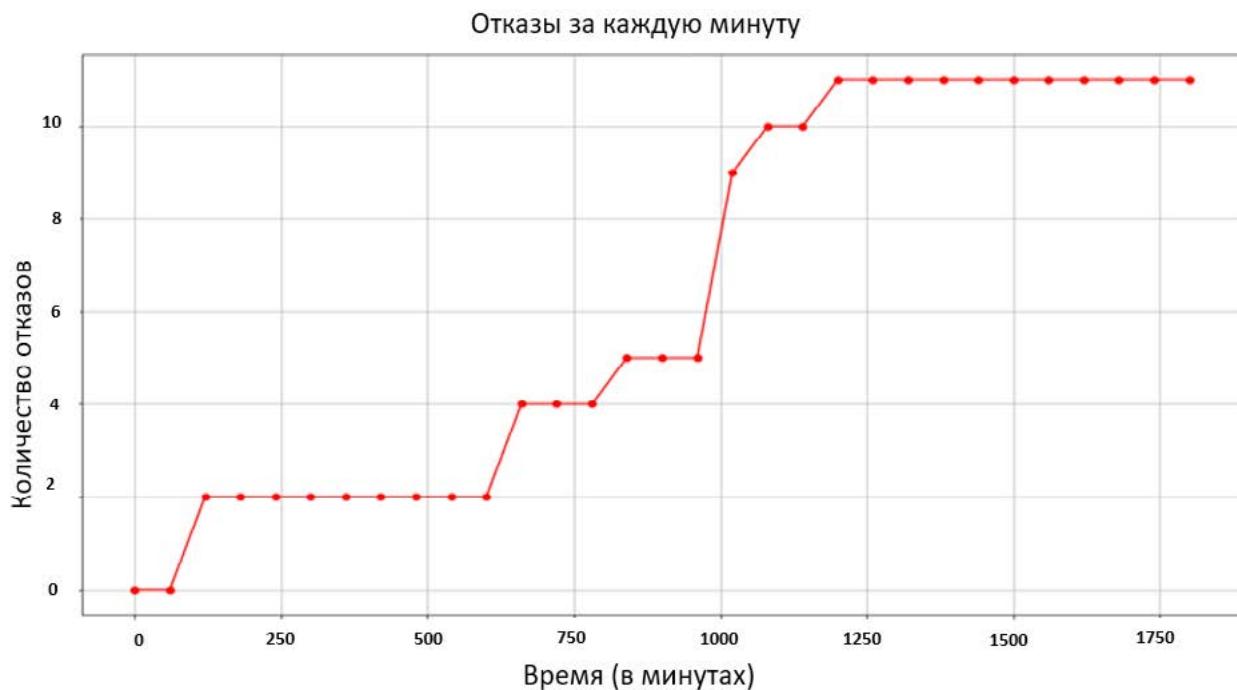


Рис. 6. График количества отказов на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

ожидаемых значений. При этом на такие показатели доли отказов указывают перегрузы системы. Обслуженные требования имеют взаимосвязь с долей отказов, что говорит о приближенных значениях к ожидаемым показателям.

Был проведен повторный запуск программы (рис. 7–9).

При повторном запуске характеристики канала А и В остались неизменными. Доля простоев также оказалась, как и при первом запуске, ниже ожидаемых значений. Доля отказов существенно ниже ожидаемой, что является признаком высокой пропускной способности системы или улучшенной эффективности процессов обслуживания. Можно сделать вывод, согласно которому в условиях, когда нагруз-

ка распределяется равномерно, система способна обрабатывать большее количество задач за единицу времени без возникновения узких мест или перегрузок. Это позволяет максимизировать использование доступных ресурсов и повысить общую эффективность работы.

Для достижения состояния равновесия и повышения точности прогнозируемых значений рекомендуется продлить время работы системы. Длительное функционирование позволит системе стабилизироваться и приблизиться к теоретически предсказанным показателям работы. В условиях равновесного состояния система демонстрирует более высокую надежность и воспроизводимость результатов, что крайне важно для имитационных моделей.

Общее количество пришедших требований:	79
Количество обслуженных требований	73
Доля обслуженных требований:	0.9240506329113924
Количество отказов:	6
Доля отказов:	0.0759493670886076
Средняя доля времени простоя канала А:	0.1838888888888888
Средняя доля времени простоя канала В:	0.4172222222222222
Средняя доля времени простоя обоих каналов обслуживания:	0.3005555555555556

Рис. 7. Результат повторного запуска программы  
Примечание: составлено авторами.

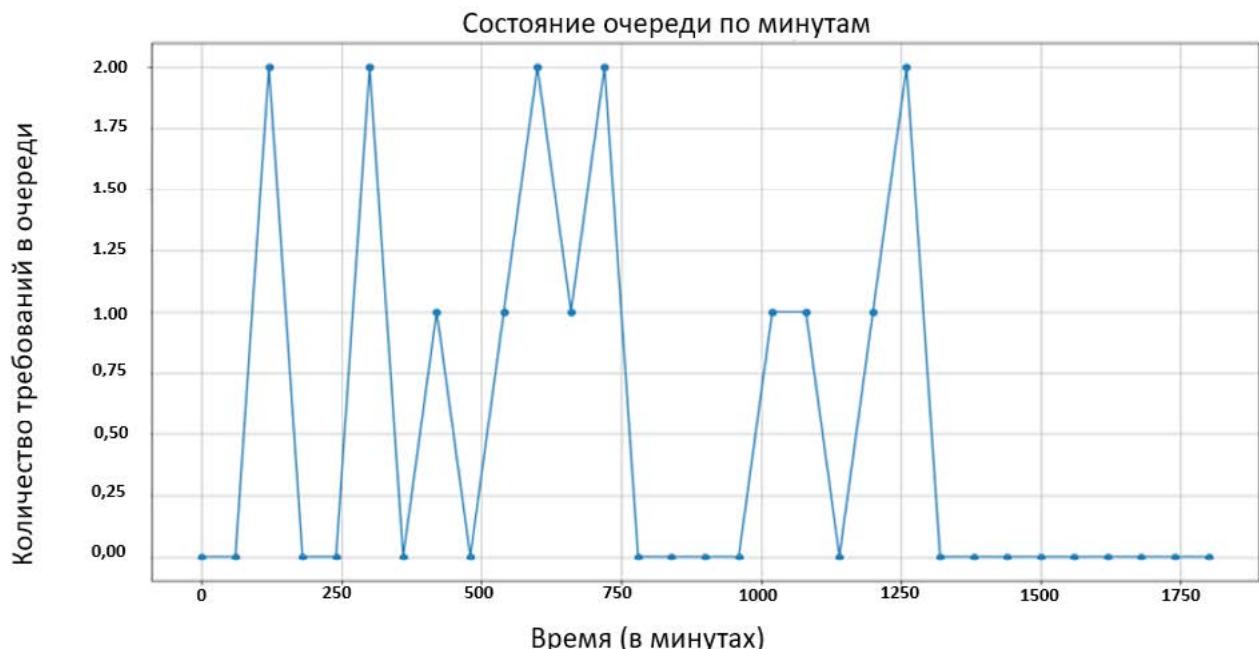


Рис. 8. График количества требований в очереди на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

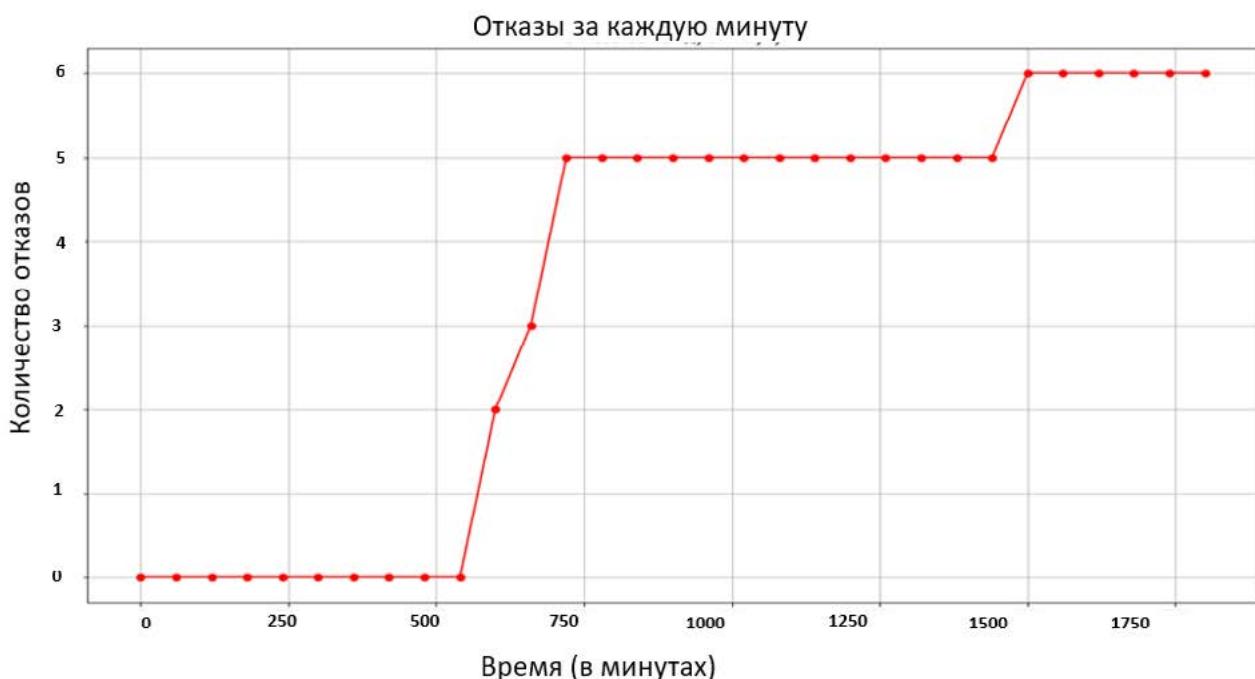


Рис. 9. График количества отказов на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, имитационные модели играют важную роль в предсказании поведения сложных систем и позволяют выявить узкие места до их возникновения в реальных

условиях эксплуатации. Успешная работа такой модели свидетельствует о правильности выбранных стратегий управления и возможности их применения для оптимизации реальных систем в будущем.

### Список источников

1. Бакаева О. А., Сафонов В. И. Моделирование систем массового обслуживания с использованием сред программирования // Актуальные проблемы математики, механики, естествознания и образования. 2021. С. 28–33.
2. Линкина А. В., Блинов Р. А. Моделирование систем массового обслуживания (на примере решения задач геопространственной обработки данных) // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2021. № 1. С. 36–38.
3. Астраханцева И. А., Горев С. В., Астраханцев Р. Г. Фрактальный анализ в оценке эффективности и надежности сложных технических систем // Современные научные технологии. Региональное приложение. 2023. № 4. С. 60–68.
4. Афонин В. В., Никулин В. В. Оптимизация многоканальных систем массового обслуживания при больших загрузках // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 3. С. 105–115.
5. Бобков С. П., Русанов К. И., Галиаскаров Э. Г. Сравнение аналитического и имитационного подходов к моделированию систем массового обслуживания // Сборник научных трудов ВУЗов России «Проблемы экономики, финансов и управления производством». 2022. № 50. С. 162–168.
6. Таратун В. Е., Шаперова В. С. Имитационное моделирование как подход в решении задач систем массового обслуживания // Системный анализ и логистика. 2020. № 4. С. 35–44.
7. Афонин В. В., Федосин С. А. Моделирование систем. М. : Лаборатория знаний, 2019. 231 с.
8. Исмаил А. И. М. Имитационное моделирование систем массового обслуживания // Apriori. Серия: Естественные и технические науки. 2016. № 2. С. 9.

### References

1. Bakaeva O. A., Safonov V. I. Modelirovaniye sistem massovogo obsluzhivaniya s ispolzovaniem sred programmirovaniya. *Aktualnye problemy matematiki, mehaniki, estestvoznaniya i obrazovaniya*. 2021:28–33. (In Russ.).
2. Linkina A. V., Blinov R. A. Modeling of mass service systems (on the example of solving the problems of geospatial data processing). *Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies*. 2021;(1):36–38. (In Russ.).
3. Astrakhantseva I. A., Gorev S. V., Astrakhantsev R. G. Fractal-based analysis of efficiency and reliability in complex engineering systems. *Modern High Technologies. Regional Application*. 2023;(4):60–68. (In Russ.).
4. Afonin V. V., Nikulin V. V. Optimization of queuing systems under significant loads. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: management, computer science and informatics*. 2020;(3):105–115. (In Russ.).
5. Bobkov S. P., Rusanov K. I., Galiaskarov E. G. Comparison of Analytical and Simulation Approaches to Modeling Queuing Systems. In: *Collection of scientific articles: Problemy ekonomiki, finansov i upravleniya proizvodstvom*. 2022. No. 50. p. 162–168. (In Russ.).
6. Taratun V. E., Shaperova V. S. Simulation modeling as an approach in solving the problems of mass service systems. *System Analysis and Logistics*. 2020;(4):35–44. (In Russ.).
7. Afonin V. V., Fedosin S. A. Modelirovaniye sistem. Moscow: Laboratoriya znanii; 2019. 231 p. (In Russ.).
8. Ismail A. I. M. Simulation modeling of queueing systems. *Apriori. Series: Estestvennye i tekhnicheskie nauki*. 2016;(2):9. (In Russ.).

### Информация об авторах

- А. А. Богнюков** – студент;  
[bogniukovv@gmail.com](mailto:bogniukovv@gmail.com)✉  
**Д. Ю. Зорькин** – преподаватель;  
[mosh285@gmail.com](mailto:mosh285@gmail.com)  
**Е. Г. Шведов** – кандидат физико-математических наук, доцент;  
<https://orcid.org/0000-0002-7401-4320>,  
[esheg@rambler.ru](mailto:esheg@rambler.ru)

### About the authors

- A. A. Bognyukov** – Student;  
[bogniukovv@gmail.com](mailto:bogniukovv@gmail.com)✉  
**D. Yu. Zorkin** – Lecturer;  
[mosh285@gmail.com](mailto:mosh285@gmail.com)  
**E. G. Shvedov** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent;  
<https://orcid.org/0000-0002-7401-4320>,  
[esheg@rambler.ru](mailto:esheg@rambler.ru)