

Научная статья

УДК 519.862.6

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>



Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$

Сергей Иванович Носков[✉], Сергей Вячеславович Беляев

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия

Аннотация. В работе дан краткий обзор публикаций по применению нелинейных модельных форм при математическом моделировании комплексных технических и социально-экономических объектов. В частности, рассмотрены: динамика нелинейной системы с двумя степенями свободы, состоящей из заземленного линейного осциллятора, связанного с легкой массой посредством существенно нелинейной и нелинеаризуемой жесткости; описание новой кибернетической структуры, которая может помочь в понимании специфики своевременного развертывания повторяющихся социальных явлений; новая математическая модель для управления циклической безработицей; конфигурация нескольких систем возобновляемой энергии в экопромышленном парке; экономико-математическая модель планирования производства, учитывающая его масштаб и выпуск бракованной продукции.

Рассмотрены однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$. Задачи вычисления оценок их параметров путем минимизации сумм абсолютных значений ошибок аппроксимации сведены к задачам линейно-булева программирования. Полученные оптимальные значения булевых переменных задачи позволяют выявить порядок срабатывания внешнего минимума и внутренних максимумов в рассматриваемых вложенных моделях. Решен численный иллюстративный пример.

Ключевые слова: вложенные кусочно-линейные регрессии, операции $\min$ и $\max$, задача линейно-булева программирования, оцениваемые параметры, программа LP_solve

Для цитирования: Носков С. И., Беляев С. В. Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$ // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 68–73. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>.

Original article

Calculation of parameters estimates in homogeneous nested piecewise linear regression with alternating min and max functions

Sergey I. Noskov[✉], Sergey V. Belyaev

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

Abstract. The article provides a brief review of publications on the implementation of nonlinear model forms in mathematical modeling of complex technical and socio-economic objects. Specifically, the following are considered: the dynamics of a nonlinear system with two degrees of freedom, consisting of a grounded linear oscillator connected to a light mass by a substantially nonlinear and nonlinearizable stiffness; the description of a new cybernetic structure that can help in understanding the specifics of timely deployment of recurring social phenomena; a new mathematical model for managing cyclical unemployment; configuration of several renewable energy systems in an eco-industrial park, an economic and mathematical model of production planning that takes into account its scale and the release of defective products.

Homogeneous nested piecewise linear regressions with alternating min and max functions are studied. The tasks of calculating parameter estimates by minimizing the sums of absolute values of approximation errors are reduced to linear Boolean programming problems. The obtained optimal values of the Boolean variables

of the problem reveal the order of external minimum and internal maximum in the considered nested models. A numerical illustrative case is solved.

Keywords: nested piecewise linear regression, min and max functions, linear Boolean programming problem, estimated parameters, LP_solve

For citation: Noskov S. I., Belyaev S. V. Calculation of parameters estimates in homogeneous nested piecewise linear regression with alternating min and max functions. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):68–73. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>.

ВВЕДЕНИЕ

При анализе с помощью методов математического моделирования комплексных технических и социально-экономических объектов, исследователям приходится, наряду с линейными или сводящимся к линейным конструкциям, применять и весьма сложные, существенно нелинейные модельные формы. Так, в работе R. Neydorf математически обоснована возможность аппроксимационной мультипликативной и аддитивной обработки точечных экспериментальных данных для создания единой математической модели изучаемого объекта или явления в целом [1]. Предлагаемый метод называется аппроксимацией «Cut-glue», так как он основан на «разрезании» хорошо аппроксимируемых интервалов моделируемой зависимости и «склеивании» их в одну аналитическую функцию.

В работе Y. S. Lee и соавт. изучается динамика нелинейной системы с двумя степенями свободы, состоящей из заземленного линейного осциллятора, связанного с легкой массой посредством существенно нелинейной и нелинеаризуемой жесткости [2]. В статье A. V. Porubov и соавт. показано, что существенно нелинейные модели для твердых тел со сложной внутренней структурой могут быть изучены с использованием феноменологического и структурного подходов [3]. Установлено, что оба подхода приводят к одному и тому же нелинейному уравнению для бегущих продольных волн макродеформации.

Исследование T. C. Devezas и соавт. посвящено описанию новой кибернетической структуры, которая может помочь в понимании специфики своевременного развертывания повторяющихся социальных явлений,

а также обеспечить основу для их применения в качестве полезных инструментов прогнозирования будущего [4]. Н. Zhu и соавт. разработана новая многомерная математическая модель экономической системы с оператором опережения по времени τ и нелинейным фактором, отражающим учет ограниченной информации [5].

В статье M. E. Yahyaoui и соавт. представлена основанная на системе нелинейных дифференциальных уравнений новая математическая модель для управления циклической безработицей [6]. Производится классификация рабочей силы на три отдельных класса: принципиальные безработные, занятые лица и циклически безработные люди. В исследовании M. A. Misrol и соавт. на основе математической модели в виде задачи смешанного целочисленного нелинейного программирования изучается конфигурация нескольких систем возобновляемой энергии в экопромышленном парке, который генерирует электроэнергию для внутреннего потребления и экспортирует ее излишки в сеть [7].

В работе M. R. Khamiduulin и соавт. представлена экономико-математическая модель планирования производства, учитывающая его масштаб и выпуск бракованной продукции [8]. В статье A. H. Tegu и соавт. предлагается и анализируется нелинейная математическая модель для изучения вырубки лесных ресурсов в условиях отсутствия четкой информации о полезности леса [9]. Модель имеет форму обыкновенных дифференциальных уравнений. Статья A. Aliyev посвящена анализу научных публикаций по созданию кусочно-линейных экономико-математических моделей в условиях неопределенности в конечномерном векторном пространстве [10].

Цель настоящей работы состоит в расширении класса так называемых вложенных кусочно-линейных регрессионных моделей путем рассмотрения зависимостей с чередованием операций $\min$ и $\max$.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Пусть при анализе некоторого объекта исследователь полагает, что на зависимую (выходную) переменную y оказывают влияние m независимых (входных) переменных $x_i, i = \overline{1, m}$, допуская тем самым наличие регрессионной связи (1),

$$y_k = F(a; x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}) + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где k – номер наблюдения, n – их число, a – вектор подлежащих определению параметров, F – вещественная, в общем случае нелинейная, аппроксимирующая функция, ε_k – ошибки аппроксимации. Будем считать все переменные в модели (1) детерминированными.

В работах [11, 12] одним из авторов предложено несколько форм вложенных кусочно-линейных регрессий, в частности:

– однородная вложенная кусочно-линейная регрессия первого типа (2)

$$y_k = \min \{ \min_{i \in J^1} \{a_i^1 x_{ki}\}, \dots, \min_{i \in J^G} \{a_i^G x_{ki}\} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n} \quad (2)$$

и

– однородная вложенная кусочно-линейная регрессия второго типа (3)

$$y_k = \max \{ \max_{i \in J^1} \{\beta_i^1 x_{ki}\}, \dots, \max_{i \in J^H} \{\beta_i^H x_{ki}\} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Здесь индексные множества $I^i, i = \overline{1, G}, J^j, j = \overline{1, H}$ представляют собой подмножества множества номеров независимых переменных $\{1, 2, \dots, m\}$. В том случае, когда вычисление оценок параметров вложенных кусочно-линейных регрессий производится путем минимизации сумм модулей ошибок аппроксимации:

$$L = \sum_{k=1}^n |\varepsilon_k| \rightarrow \min,$$

соответствующие задачи могут быть сведены (см, в частности, [13]) к задачам линейно-булева программирования (ЛБП).

По аналогии с вложенными формами (2) и (3) введем в рассмотрение однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$ (4)–(5):

$$y_k = \min \{ \max_{i \in J^1} \{\beta_i^1 x_{ki}\}, \dots, \max_{i \in J^H} \{\beta_i^H x_{ki}\} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n} \quad (4)$$

и

$$y_k = \max \{ \min_{i \in J^1} \{a_i^1 x_{ki}\}, \dots, \min_{i \in J^G} \{a_i^G x_{ki}\} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Используя вычислительный прием из работы [13], введем следующие обозначения:

$$v_{kj} = \max_{i \in J^j} \{\beta_i^j x_{ki}\}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H},$$

$$w_k = \min_{j=1, H} v_{kj}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Тогда для вычисления оценок параметров регрессии (4) необходимо решить следующую задачу ЛБП (6)–(16):

$$v_{kj} \geq \beta_i^j x_{ki}, \quad k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (6)$$

$$\beta_i^j x_{ki} - v_{kj} \geq (s_{kij} - 1) M_{ij},$$

$$k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (7)$$

$$\sum_{i \in J^j} s_{kij} = 1, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (8)$$

$$w_k \leq v_{kj}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (9)$$

$$v_{kj} - w_k \leq (1 - r_{kj}) M, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^H r_{kj} = 1, \quad k = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$w_k + u_k - d_k = y_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (12)$$

$$u_k \geq 0, d_k \geq 0, \quad k = \overline{1, n}, \quad (13)$$

$$s_{kij} \in \{0, 1\}, \quad k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (14)$$

$$r_{kj} \in \{0, 1\}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^n (u_k + d_k) - \sum_{j=1}^H \sum_{i \in J^j} \delta_{ij} \beta_i^j \rightarrow \min. \quad (16)$$

Здесь M_{ij} , $i \in J^j$, $j = \overline{1, H}$, M – наперед заданные большие, а δ_{ij} , $i \in J^j$, $j = \overline{1, H}$, – малые положительные числа.

Займемся теперь решением задачи идентификации параметров регрессии (5). Введем обозначения:

$$p_{kj} = \min_{i \in I^j} \{a_i^j x_{ki}\}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G},$$

$$f_k = \max_{j = \overline{1, G}} p_{kj}, k = \overline{1, n}.$$

Тогда соответствующая задача ЛБП примет вид (17)–(27):

$$p_{kj} \leq a_i^j x_{ki}, k = \overline{1, n}, i \in J^j, j = \overline{1, G}, \quad (17)$$

$$a_i^j x_{ki} - p_{kj} \leq (1 - s_{kij}) M_{ij}, k = \overline{1, n}, \quad (18)$$

$$i \in J^j, j = \overline{1, G},$$

$$\sum_{i \in I^j} s_{kij} = 1, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (19)$$

$$f_k \geq p_{kj}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (20)$$

$$p_{kj} - f_k \geq (r_{kj} - 1) M, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (21)$$

$$\sum_{j = \overline{1, G}} r_{kj} = 1, k = \overline{1, n}, \quad (22)$$

$$f_k + u_k - d_k = y_k, k = \overline{1, n}, \quad (23)$$

$$u_k \geq 0, d_k \geq 0, k = \overline{1, n}, \quad (24)$$

$$s_{kij} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}, i \in J^j, j = \overline{1, G}, \quad (25)$$

$$r_{kj} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (26)$$

$$\sum_{k=1}^n (u_k + d_k) + \sum_{j=1}^G \sum_{i \in I^j} \delta_{ij} a_i^j \rightarrow \min. \quad (27)$$

Здесь также M_{ij} , $i \in J^j$, $j = \overline{1, G}$, M – наперед заданные большие, а δ_{ij} , $i \in J^j$, $j = \overline{1, G}$ – малые положительные числа.

Решение задач ЛБП (6)–(16) и (17)–(27) не должно вызывать вычислительных трудностей ввиду значительного количества соответствующих эффективных программных средств – например, популярная программа LPsolve (см, в частности, [14]).

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим простой иллюстративный пример. Пусть исходная выборка данных имеет вид (таблица):

Таким образом, $n = 6$, $m = 4$.

Таблица

Выборка данных

y	x_1	x_2	x_3	x_4
5,183437	13,77754	12,62159	16,13425	4,894745
7,203116	4,084858	5,192301	13,55415	11,57849
8,68362	6,700028	6,489977	19,15316	19,49182
2,674635	11,90554	12,63001	15,20987	12,91793
13,41794	6,204921	3,213104	5,906825	11,44922
17,33108	11,75732	18,52296	0,160812	13,69441

Примечание: составлено авторами.

Индексные множества J^1 и J^2 зададим в виде: $J^1 = \{1, 2\}$, $J^2 = \{3, 4\}$, т.е. положим $H = 2$.

Будем строить однородную вложенную кусочно-линейную регрессию с чередованием операций $\min$ и $\max$ (4) в форме:

$$y_k = \min \{ \max \{ \beta_1^1 x_{k1}, \beta_2^1 x_{k2} \},$$

$$\max \{ \beta_3^2 x_{k3}, \beta_4^2 x_{k4} \} \} + \varepsilon_k, k = \overline{1, 6}.$$

В результате решения задачи ЛБП (7)–(17) получим следующую модель (28):

$$y_k = \min \{ \max \{ 1.34 x_{k1}, 1.38 \}, \max \{ 0.32 x_{k3}, 1.06 x_{k4} \} \} + \varepsilon_k, k = \overline{1, 6}. \quad (28)$$

Приведем значения ключевых переменных задачи:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \\ 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 18.5139 & 5.1834 \\ 7.2031 & 12.2613 \\ 9.0033 & 20.6414 \\ 17.5212 & 13.6798 \\ 8.3380 & 12.1244 \\ 25.6963 & 14.5021 \end{pmatrix},$$

$$w = (5.1834, 7.2031, 9.0033, 13.6798, 8.338, 14.5021),$$

$$u = (0, 0, 0, 0, 5.0799, 2.8289),$$

$$d = (0, 0, 0.3197, 11.0051, 0, 0).$$

Здесь $S_1 = \|s_{ki1}\|$, $k = \overline{1, n}$, $i \in J^j$, $S_2 = \|s_{ki2}\|$, $k = \overline{1, n}$, $i \in J^j$, $R = \|r_{kj}\|$, $k = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, H}$, $V = \|v_{kj}\|$, $k = \overline{1, n}$, $j = \overline{1, H}$.

Анализ результирующих значений булевых переменных позволяет определить порядок срабатываний внешнего минимума и внутренних максимумов в модели (28). Например, в третьем наблюдении внешний минимум реализовался на первом внутреннем максимуме, который, в свою очередь, сработал на независимой переменной x_1 .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе введены однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$. Задачи идентификации их параметров путем минимизации сумм модулей ошибок аппроксимации сведены к задачам линейно-булева программирования. При этом значения булевых переменных позволяют установить порядок срабатывания внешнего минимума и внутренних максимумов в рассматриваемых вложенных моделях. Решен численный иллюстративный пример.

Список источников

1. Neydorf R. Bivariate "Cut-Glue" approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data // *SAE: International Journal of Aerospace*. 2015. Vol. 8, no. 1. P. 47–54. <https://doi.org/10.4271/2015-01-2394>.
2. Lee Y. S., Kerschen G., Vakakis A. F. et al. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005. Vol. 204, no. 1–2. P. 41–69. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2005.03.014>.
3. Porubov A. V., Aero E. L., Maugin G. A. Two approaches to study essentially nonlinear and dispersive properties of the internal structure of materials // *Physical Review E*. 2009. Vol. 79, no. 4. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046608>.
4. Devezas T. C., Corredine J. T. The nonlinear dynamics of technoeconomic systems: An informational interpretation // *Technological Forecasting and Social Change*. 2002. Vol. 69, no. 4. P. 317–357. [https://doi.org/10.1016/S0040-1625\(01\)00155-X](https://doi.org/10.1016/S0040-1625(01)00155-X).
5. Zhu H., Xiao X., Huang X. et al. Time-lead nonlinear grey multivariable prediction model with applications // *Applied Mathematical Modelling*. 2023.

References

1. Neydorf R. Bivariate "Cut-Glue" approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data. *SAE: International Journal of Aerospace*. 2015;8(1):47–54. <https://doi.org/10.4271/2015-01-2394>.
2. Lee Y. S., Kerschen G., Vakakis A. F. et al. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005;204(1–2):41–69. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2005.03.014>.
3. Porubov A. V., Aero E. L., Maugin G. A. Two approaches to study essentially nonlinear and dispersive properties of the internal structure of materials. *Physical Review E*. 2009;79(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046608>.
4. Devezas T. C., Corredine J. T. The nonlinear dynamics of technoeconomic systems: An informational interpretation. *Technological Forecasting and Social Change*. 2002;69(4):317–357. [https://doi.org/10.1016/S0040-1625\(01\)00155-X](https://doi.org/10.1016/S0040-1625(01)00155-X).
5. Zhu H., Xiao X., Huang X. et al. Time-lead nonlinear grey multivariable prediction model with applications. *Applied Mathematical Modelling*. 2023;123:464–483. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.07.003>.

- Vol. 123. P. 464–483. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.07.003>.
6. Yahyaoui M. E., Amine S. Mathematical modeling of unemployment dynamics with skills development and cyclical effects // *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*. 2024. Vol. 11. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.100800>.
 7. Misrol M. A., Alwi S. R. W., Lim J. S. et al. Optimising renewable energy at the eco-industrial park: A mathematical modelling approach // *Energy*. 2022. Vol. 261. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125345>.
 8. Khamiduulin M. R., Isavnin A. G. Economy of Scale and Production of Rejects in the Production Planning Model // *Mediterranean Journal of Social Sciences*. 2015. Vol. 6, no. 2. P. 267–276. <https://doi.org/10.5901/mjss.2015.v6n2p267>.
 9. Teru A. H., Koya P. R. Mathematical modelling of deforestation of forested area due to lack of awareness of human population and its conservation // *Mathematical Modelling and Applications*. 2020. Vol. 5, no. 2. P. 94–104. <https://doi.org/10.11648/j.mma.20200502.15>.
 10. Aliyev A. N-component piecewise-linear models: Enhancing economic event prediction through software // *Advanced Journal of Applied Mathematics and Statistics*. 2023. Vol. 11, no. 1. P. 8–32.
 11. Носков С. И. Подход к формализации вложенной кусочно-линейной регрессии // *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*. 2023. Т. 1–2, № 76. С. 218–220. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-1-2-218-220>.
 12. Носков С. И. Некоторые формы вложенной кусочно-линейной регрессии // *Известия ТулГУ. Технические науки*. 2023. № 3. С. 467–469.
 13. Носков С. И., Белинская С. И. Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии // *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*. 2023. Т. 50, № 4. С. 115–120. <https://doi.org/10.21822/2073-6185-2023-50-4-115-120>.
 14. Bentobache M., Bibi M. O. A two-phase support method for solving linear programs: numerical experiments // *Mathematical Problems in Engineering*. 2012. Vol. 2012, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2012/482193>.
 6. Yahyaoui M. E., Amine S. Mathematical modeling of unemployment dynamics with skills development and cyclical effects. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*. 2024;11. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.100800>.
 7. Misrol M. A., Alwi S. R. W., Lim J. S. et al. Optimising renewable energy at the eco-industrial park: A mathematical modelling approach. *Energy*. 2022;261. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125345>.
 8. Khamiduulin M. R., Isavnin A. G. Economy of Scale and Production of Rejects in the Production Planning Model. *Mediterranean Journal of Social Sciences*. 2015;6(2):267–276. <https://doi.org/10.5901/mjss.2015.v6n2p267>.
 9. Teru A. H., Koya P. R. Mathematical modelling of deforestation of forested area due to lack of awareness of human population and its conservation. *Mathematical Modelling and Applications*. 2020;5(2):94–104. <https://doi.org/10.11648/j.mma.20200502.15>.
 10. Aliyev A. N-component piecewise-linear models: Enhancing economic event prediction through software. *Advanced Journal of Applied Mathematics and Statistics*. 2023;11(1):8–32.
 11. Noskov S. I. Approach to formalizing nested piecewise-linear regression. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2023;(1–2):218–220. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-1-2-218-220>. (In Russ.).
 12. Noskov S. I. Some forms of nested piecewise-linear regression. *News of the Tula state university. Technical sciences*. 2023;(3):467–469. (In Russ.).
 13. Noskov S. I., Belinskaya S. I. Computing parameter estimates of a homogeneous nested piecewise linear regression. *Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences*. 2023;50(4):115–120. <https://doi.org/10.21822/2073-6185-2023-50-4-115-120>. (In Russ.).
 14. Bentobache M., Bibi M. O. A two-phase support method for solving linear programs: numerical experiments. *Mathematical Problems in Engineering*. 2012;2012(1). <https://doi.org/10.1155/2012/482193>.

Информация об авторах

С. И. Носков – профессор, доктор технических наук;

<https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>,
sergey.noskov.57@mail.ru✉

С. В. Беляев – магистрант;

<https://orcid.org/0009-0005-8824-9867>,
bsv2001@list.ru

About the authors

S. I. Noskov – Professor, Doctor of Sciences (Engineering);

<https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>,
sergey.noskov.57@mail.ru✉

S. V. Belyaev – Master's Degree Student;

<https://orcid.org/0009-0005-8824-9867>,
bsv2001@list.ru