

Научная статья

УДК 519.22

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-8>



К вопросу пространственных автокорреляционных функций

Андрей Владимирович Ельников✉, Вадим Андреевич Логинов
Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

Аннотация. Представлена процедура формирования пространственных автокорреляционных функций на основе коэффициентов корреляции между временными рядами, полученными в разнесенных по пространству точках наблюдений. Применение предлагаемой процедуры продемонстрировано на основе мониторинговых наблюдений общего содержания озона с борта космической платформы в средних широтах северного полушария.

Ключевые слова: корреляционные функции, временные ряды, общее содержание озона, коэффициент корреляции, корреляционная плоскость

Для цитирования: Ельников А. В., Логинов В. А. К вопросу пространственных автокорреляционных функций // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 4. С. 73–79. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-8>.

Original article

Revisiting the spatial autocorrelation functions

Andrey V. Elnikov✉, Vadim A. Loginov
Surgut State University, Surgut, Russia

Abstract. The paper describes a process for creating spatial autocorrelation functions using correlation coefficients derived from time series data collected at various spatial observation points. The implementation of the proposed method is demonstrated using monitoring of the total ozone content from a space platform in the Northern Hemisphere mid-latitudes.

Keywords: correlation functions, time series, total ozone content, correlation coefficient, correlation plane

For citation: Elnikov A. V., Loginov V. A. Revisiting the spatial autocorrelation functions. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(4):73–79. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-8>.

ВВЕДЕНИЕ

В различных отраслях научно-практической деятельности общества – агрометеорологии [1], медико-биологических исследованиях [2, 3], экономике [4] и других – для выявления причинно-следственных соотношений между характеристиками или параметрами различных процессов, которые могут иметь, в том числе, разную физическую природу, широко применяются методы корреляционного анализа. Они также могут использоваться и для реконструкции строения пористых сред [5, 6] и в исследованиях вну-

тренних взаимосвязей масштабных геофизических полей [7–9].

Количественной мерой взаимосвязи анализируемых процессов являются коэффициенты корреляции, определяемые на основе данных синхронных измерений, а при условии не только синхронности, но и регулярности изменений рассчитываются автокорреляционные функции (АКФ) и взаимокорреляционные функции (ВКФ), содержащие в себе более обширную информацию о взаимосвязи исследуемых случайных процессах [10–12]. Наиболее часто для

взаимной корреляционной функции используется выражение [10]:

$$\text{ВКФ}(\tau) = \frac{\sum_{i=1}^N x[i] \cdot y[i - \tau]}{\sqrt{\sum_{i=1}^N x[i]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^N y[i]^2}}. \quad (1)$$

Здесь $x[i]$ и $y[i]$ – регулярные последовательности измеренных физических параметров (ряды измерений) по переменной i , отстоящие друг от друга на равные интервалы Δ (Δ – интервал дискретизации) и приведенные к нулевому среднему; N – число значений соответствующего ряда; τ – интервалы смещения рядов друг относительно друга (lag'и), определяемые как $\tau = i \cdot \Delta$. Значение ВКФ при $\tau = 0$ представляет линейный коэффициент корреляции Пирсона (КК) между исследуемыми рядами наблюдений, а каждый последующий отсчет ВКФ – это коэффициент корреляции между исходным рядом и рядом, смещенным на соответствующий lag или τ .

Если в выражении (1) используется один и тот же ряд, т.е. $y[i] \equiv x[i]$, а второй множитель, стоящий в числителе, соответственно, $y[i - \tau] \equiv x[i - \tau]$, получаем автокорреляционную функцию АКФ (τ). Аргумент τ функций ВКФ и АКФ представляет переменную, зависящую либо от времени, либо от пространства.

Процесс получения временных рядов довольно прост. В фиксированной точке пространства устанавливается датчик необходимого параметра, который регулярно выдает значения данного параметра, изменяющиеся со временем. При этом протяженность временных рядов может быть сколько угодно большой.

Организация регулярных измерений по пространству – более трудоемкий и затратный процесс, поскольку требует размещения по пространству множества датчиков на одинаковых расстояниях, количество которых будет определять длительность регистрируемого ряда.

В данной статье обсуждается процедура формирования пространственных автокорреляционных функций с использованием вре-

менных рядов, полученных в разнесенных по пространству точках наблюдений. Для описания процедуры использованы данные мониторинговых наблюдений общего содержания озона (ОСО), которые осуществляются с борта космической платформы AURA прибором OMI и приведены в [13]. Переход по данной ссылке предоставляет свободный доступ к данным ежедневных наблюдений ОСО для населенных пунктов, в которых проводятся регулярные измерения ОСО приборами наземного базирования, используемые служащие для валидации результатов независимых измерений ОСО, т.е. наземных и с космической платформы.

Озон в атмосфере является результатом фотохимических реакций, индуцируемых солнечным излучением, затем увлекаемый общей глобальной циркуляцией атмосферы и ее региональными особенностями перераспределяется по всей толще [14], образуя в атмосфере слой озона (озоносферу), который является природным щитом всех биологических структур на поверхности Земли от губительного УФ-излучения Солнца. Общепринятой единицей измерения содержания озона в атмосфере является единица Добсона (eD). Одна такая единица соответствует слою озона в 10 микрон (при стандартных давлении и температуре). Следовательно, при нормальных условиях на уровне моря 300 eD соответствуют слою озона всего в 3 мм. Озоносфера, как любое геофизическое образование, требует всестороннего комплексного изучения, в том числе и пространственно-временных взаимосвязей, а ее защитная функция вносит дополнительный элемент актуальности исследований, представленных в данной работе.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В качестве эмпирического материала в статье используются данные ОСО на территории России в период с 2005 по 2022 г. в 26 точках наблюдений. Эти точки, в соответствии с их координатами, для большинства из которых указаны и названия населенных пунктов, представлены на рис. 1. Высота вертикальных колонок для них отражает содержание

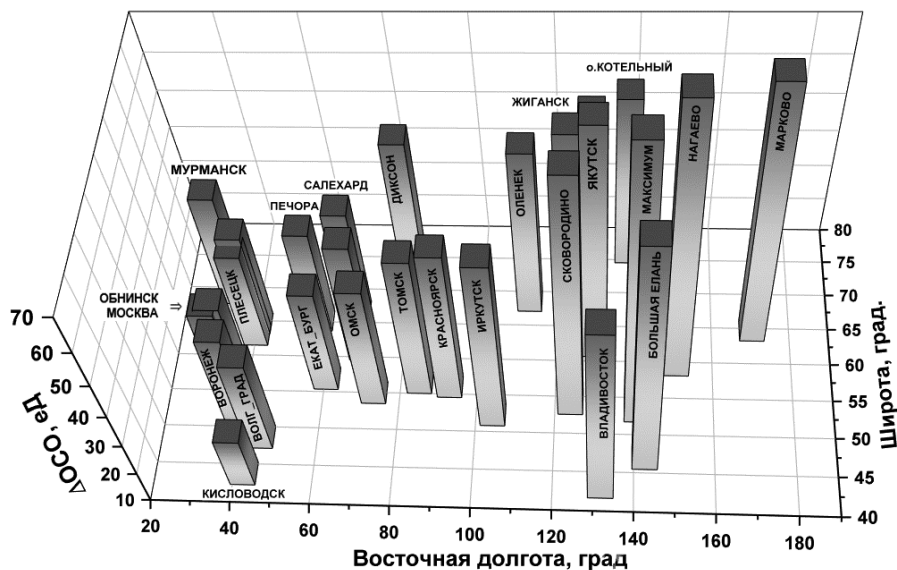


Рис. 1. Точки наблюдений ОСО на территории России и содержание озона для них за весь период наблюдений

Примечание: составлено авторами на основании используемых для анализа данных.

ОСО за весь период наблюдений, уменьшенное на 300 еД, т.е. $\Delta\text{ОСО} = \text{ОСО} - 300 \text{ еД}$. Представленные здесь результаты наблюдений позволяют охарактеризовать поле ОСО как пространственно неоднородную структуру, формируемую едиными фотохимическими процессами, обусловленными солнечной радиацией и, очевидно, между ними должна присутствовать некая взаимосвязь. Точка, обозначенная как «Максимум», – это Николаевск-на-Амуре; пункты без наименований: выше Плесецка по широте – Архангельск; между Салехардом и Омском – Ханты-Мансийск; слева от Жиганска – Тикси.

Солнечная радиация на земной поверхности имеет явно выраженный сезонный ход, который проявляется и в годовых ходах ОСО. В качестве типичного примера на рис. 2 приведен временной ход ОСО над Волгоградом в период 2005–2022 гг. Он представлен черной линией, которая, сливаясь, образует целые интервалы повышенным или пониженным содержанием озона. Сезонность является детерминированной составляющей данного временного ряда, которую необходимо удалять при анализе случайных процессов. В данной работе это реализовывалось следующим образом. Исходный временной ряд

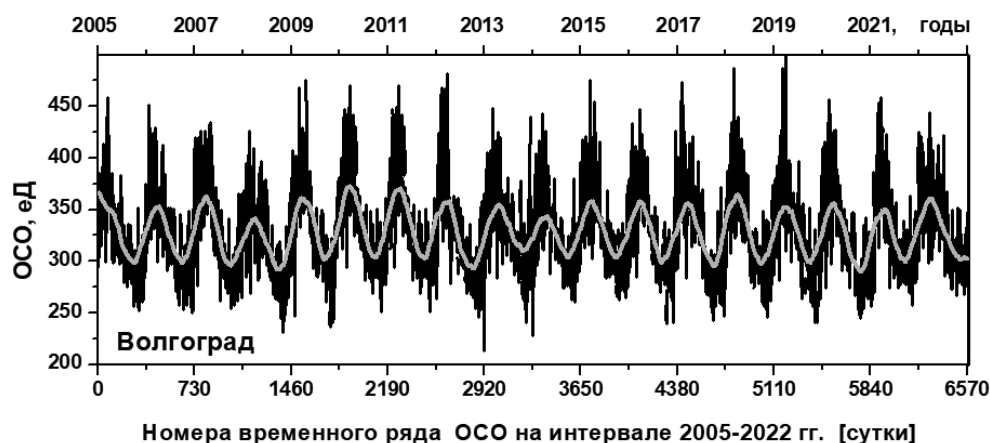


Рис. 2. Номера временного ряда ОСО для Волгограда (черная линия с выраженной вариабельностью) и результат его сглаживания скользящим средним по 182 точкам (серая линия на его фоне)

Примечание: составлено авторами на основании используемых для анализа данных.

ОСО сглаживается процедурой скользящего среднего по 182 точкам, т.е. с полугодовым интервалом. На рис. 2 результат применения данной процедуры представлен светлой линией на фоне исходного фактического ряда. Этот полученный ряд вычитался из исходного. Полученные разностные значения ОСО использовались в расчетах коэффициентов корреляции.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Процесс формирования пространственных АКФ ОСО рассмотрим на основе данных ОСО вдоль параллели 55° параллели северного полушария. Для этого используем данные ОСО населенных пунктов, лежащих примерно около 55° северной широты: Обнинск, Москва, Екатеринбург, Омск, Томск, Красноярск, Иркутск, Сковородино, Николаевск-на-Амуре. Расстояние между крайними точками Об-

нинск – Николаевск-на-Амуре составляет 6 119 км.

В начале вычислим коэффициенты корреляции между временными рядами ОСО в каждой точке наблюдения. Для этих 9 точек (пунктов наблюдения) число комбинаций коэффициентов корреляции будет равно 36, т.е. $N = \frac{1}{2}n \cdot (n-1)$. Очевидно, что значения полученного массива КК будут являться функцией расстоянием между пунктами наблюдений, т.е. $KK(\Delta R)$. Нанесем эти точки на плоскость в соответствии с расстоянием (см. рис. 3). Ось ординат этой плоскости отражает значения коэффициентов корреляции, а ось абсцисс – расстояние ΔR между пунктами наблюдений. Видно, что с увеличением расстояния значения коэффициентов корреляции уменьшаются, причем их спад напоминает экспоненциальную кривую вида:

$$y = A \cdot e^{-\frac{x}{B}} + C. \quad (2)$$

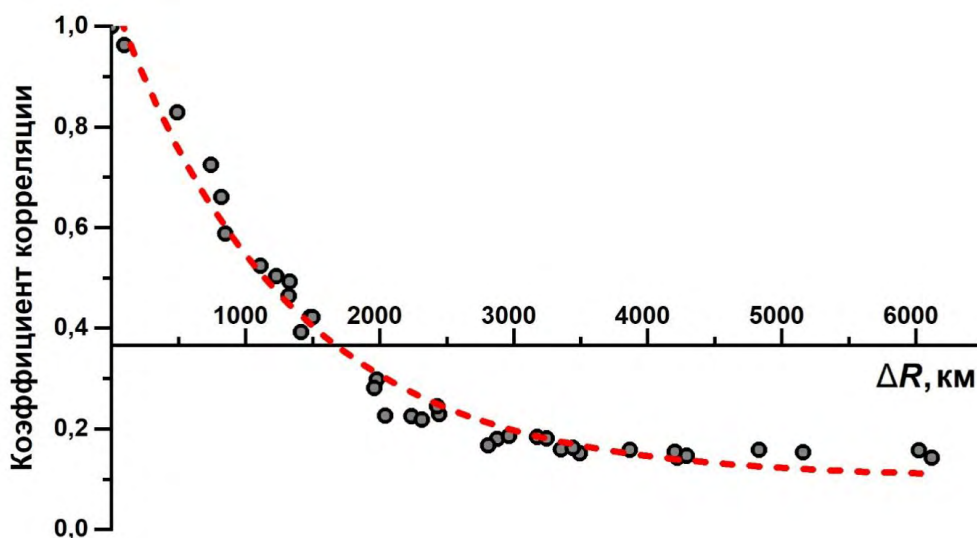


Рис. 3. Зависимость коэффициентов парной корреляции (кружки) между пунктами наблюдений от расстояния, на котором они находятся и аппроксимирующая кривая (красная пунктирная линия) с параметрами: $A = 0,96 \pm 0,02$; $B = 1294 \pm 75$; $C = 0,10 \pm 0,01$; $KD = 0,98$; $c_2 = 0,00134$

Примечание: составлено авторами на основе проведенных расчетов.

Здесь $y \equiv KK$; $x \equiv \Delta R$; A, B, C – параметры функциональной зависимости. Именно это выражение и было применено для аппроксимации методом наименьших квадратов, нанесенных на плоскость вычисленных коэффициентов корреляции временных рядов между различными пунктами наблюдений (на рисунке это красная линия). Параметры кривой

аппроксимации приведены в подрисуночной надписи вместе с параметрами статистического подобиа аппроксимирующей кривой и эмпирических точек: коэффициентом детерминации (KD), значением критерия подобиа (χ^2). Значение составляет $KD = 98\%$, что соответствует почти предельному совпадению (100%), а проверка выдвинутой гипотезы

по критерию $\chi^2 = 0,00134$ существенно меньше табличного значения на уровне 5% значимости, при превышении которого гипотеза отвергается.

При корреляционном анализе случайных процессов принято считать границей между наличием и отсутствием взаимосвязи значение коэффициента корреляции $(1/\exp) = 0,366$, поэтому на рис. 3 ось абсцисс изображена именно при этом значении коэффициента корреляции, а точка пересечения выражения (2) с осью абсцисс позволяет судить о пространственных размерах неоднородностей ОСО, вариации которых подвержены неким общим закономерностям.

На рис. 4 на плоскостях представлены значения коэффициентов в других направлениях с юга на север: в западной части России (рис. 4а) и восточной ее части (рис. 4б)

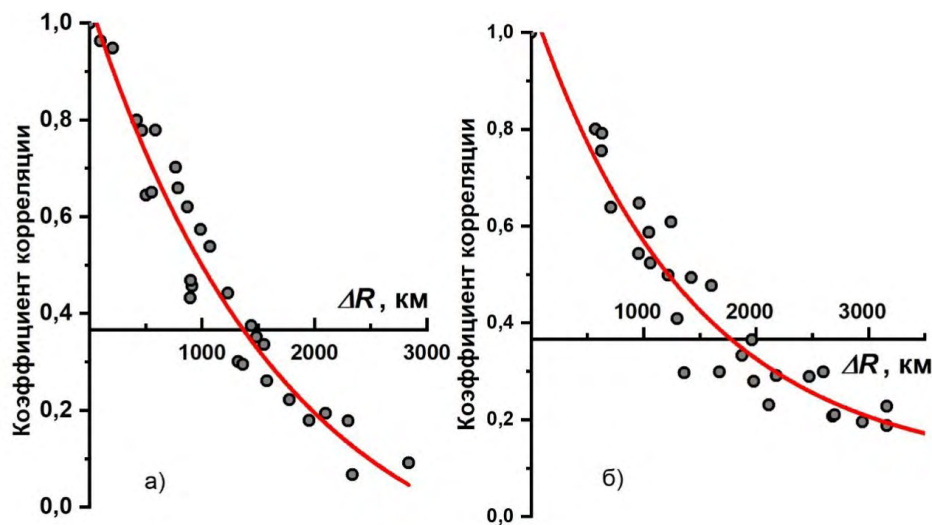


Рис. 4. Пространственные автокорреляционные функции в направлении юг–север:
а) для западной части России;
б) для восточной части России

Примечание: составлено авторами на основе проведенных расчетов.

Общим для всех рисунков является то, что значения коэффициентов корреляции уменьшаются и спад обусловлен увеличением расстояния между пунктами наблюдений, при которых получены соответствующие значения коэффициентов корреляции, поскольку другие явные факторы отсутствуют. Причем уменьшение происходит по экспоненциальному закону, что характерно для автокорреляционных функций любых природных про-

и их аппроксимационная кривая. Для формирования рис. 4а использовались данные: Кисловодск, Волгоград, Воронеж, Обнинск, Москва, Плесецк, Архангельск, Мурманск. Всего 8 пунктов наблюдений, локализованных в пределах 30-го и 40-го меридианов. В основе точек, приведенных на рис. 4б, лежат данные пунктов наблюдений: Владивосток, Большая Елань, Сквородино, Николаевск-на-Амуре, Якутск, Жиганск, Тикси, Котельный. Также 8 точек наблюдений, однако расположенных в более широком долготном интервале 125° – 145° восточной долготы. Для аппроксимации точек использовалась та же модель – выражение (2). Ее параметры A, B, C и результаты проверки ее на соответствие эмпирическим точкам, которые вполне удовлетворительны, также приведены в подрисуночных подписях.

цессов, которые вычисляются, как правило, на основе выражения (1), и различие в АКФ формируется ее параметрами. В частности, крутизной спада – параметром, который присутствует в экспоненте, а его значение зависит от величины внутренней взаимосвязи в процессе.

Комментарии к выражению (1), представленные во введении, и рассуждения, приведенные в данном разделе, позволяют

утверждать, что представленные на рис. 3, 4а, 4б, функциональные зависимости, есть не что иное, как пространственные автокорреляционные функции на территории России соответственно вдоль 55-й параллели и с юга на север в ее западной и восточной частях, которые получены на основе коэффициентов парной корреляции между временными рядами регулярных наблюдений ОСО в разнесенных по пространству точках наблюдений. При этом наблюдаемое отличие в параметрах B свидетельствует об отличии процессов образования озоносферы в соответствующих направлениях, что характерно для всей атмосферы как сложной стохастической среды.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена оригинальная процедура формирования пространственных автокорреляционных функций на основе временных коэффициентов корреляции. Ее апробация была реализована с помощью временных рядов общего содержания озона, измеряемых прибором ОМІ с борта кос-

мической платформы AURA, для различных населенных пунктов на территории России. Представленные в статье результаты позволяют утверждать, что предлагаемый подход получения пространственных автокорреляционных функций может быть использован при корреляционном анализе пространственных полей в различных областях естествознания.

Более того, подобная процедура может быть применена для установления не только внутренних взаимосвязей одного и того же параметра, но и взаимосвязей между различными параметрами, имеющими в том числе и различную природу. В качестве примера обратимся к наземным наблюдениям метеорологических параметров: давление, температура, влажность и т. д. Результаты представляют регулярные временные ряды.

Формируя на их основе разнесенные по пространству временные коэффициенты корреляции, – но это будут уже коэффициенты взаимной корреляции, – можно получить кросс-корреляционные или взаимнокорреляционные функции исследуемых параметров.

Список источников

1. Уланова Е. С., Забелин В. Н. Методы корреляционного и регрессионного анализа в агрометеорологии. М. : Гидрометеиздат, 1990. 207 с.
2. Ильин В. П. Корреляционный анализ количественных данных в медико-биологических исследованиях // Бюллетень ВСНЦ СО РАМН. 2013. Т. 4, № 92. С. 125–130.
3. Брусов О. С., Коляскина Г. И., Каледа В. Г. и др. Использование канонического корреляционного анализа для оценки силы связи между клиническими и биологическими показателями // Журнал неврологии и психиатрии. 2010. № 1. С. 11–19.
4. Дубовик М. В., Дмитриев С. Г. Корреляционный анализ валового регионального продукта и отраслей региональной экономики // Вестник РЭУ им. Г. В. Плеханова. 2002. Т. 19, № 3. С. 109–118.
5. Герке К. М., Карсанина М. В., Скворцова Е. Б. Описание и реконструкция строения порового пространства почвы с помощью корреляционных функций // Почвоведение. 2012. Т. 45, № 9. С. 962–973.
6. Карсанина М. В. Моделирование и реконструкция структуры и свойств пористых сред с помощью корреляционных функций : автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. М., 2016. 28 с.

References

1. Ulanova E. S., Zabelin V. N. Metody korrelyatsionnogo i regressionnogo analiza v agrometeorologii. Moscow: Gidrometeoizdat; 1990. 207 p. (In Russ.).
2. Iljin V. P. Correlation analysis quantitative variables in medical-biological researches. *Bulletin of the East Siberian Scientific Center SB RAMS*. 2013;4(92):125–130. (In Russ.).
3. Brusov O. S., Koliaskina G. I., Kaleda V. G. et al. The use of canonical correlation analysis for the evaluation of correlation strength between clinical and biological parameters. *S. S. Korsakov Journal of Neurology and Psychiatry*. 2010;110(1):11–19. (In Russ.).
4. Dubovik M. V., Dmitriev S. G. Correlation analysis of gross regional product and industries of regional economy. *Vestnik of the Plekhanov Russian University of Economics*. 2002;(3):109–118. <https://doi.org/10.21686/2413-2829-2022-3-109-118>. (In Russ.).
5. Gerke K. M., Karsanina M. V., Skvortsova E. B. Description and reconstruction of the soil pore space using correlation functions. *Pochvovedenie*. 2012;45(9):962–973. (In Russ.).
6. Karsanina M. V. Modelirovanie i rekonstruktsiya struktury i svoystv poristyykh sred s pomoshchyu korrelyatsionnykh funktsiy. Abstracts of Cand. Sci. Thesis (Physics and Mathematics). Moscow; 2016. 28 p. (In Russ.).

7. Канасевич Э. Р. Анализ временных последовательностей в геофизике / пер. с англ. В. Н. Лисина, М. : Недра, 1985. 300 с.
8. Ельников А. В., Зуев В. В., Копысова Т. С. и др. Особенности корреляционных связей стратосферного аэрозоля // Оптика атмосферы. 1992. Т. 5, № 2. С. 193–197.
9. Ельников А. В., Зуев В. В., Маричев В. Н. Корреляционные матрицы и собственные вектора концентрации озона, отношения рассеяния аэрозоля, температуры и скорости ветра в стратосфере // Оптика атмосферы и океана. 1998. Т. 11, № 12. С. 1320–1314.
10. Кремер Н. Ш. Теория вероятности и математическая статистика. М. : ЮНИТИДАНА, 2004. 573 с.
11. Шаныгин С. И. Корреляционный и регрессионный анализ. М. : Юрайт, 2024. 70 с.
12. Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов / пер. с англ. И. Г. Журбенко и В. П. Носко; под ред. Ю. К. Беляева. М. : Мир, 1976. 752 с.
13. Atmospheric composition validation data center. Goddard Space Flight Center. URL: <https://avdc.gsfc.nasa.gov/pub/data/satellite/Aura/OMI/V03/L2OVP/OMDOAO3/> (дата обращения: 06.09.2025)
14. Кашкин В. Б., Рублева Т. В., Хлебопрос Р. Г. Стратосферный озон: вид с космической орбиты: моногр. Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2015. 184 с.
7. Kanasevich E. R. Analiz vremennykh posledovatel'nostey v geofizike. Lisin V. N., trans. Moscow: Nedra; 1985. 300 p. (In Russ.).
8. Elnikov A. V., Zuev V. V., Kopysova T. S. et al. Oso-bennosti korrelyatsionnykh svyazey stratosfernogo aeroxolya. *Optika atmosfery*. 1992;5(2):193–197. (In Russ.).
9. Elnikov A. V., Zuev V. V., Marichev V. N. Korrelyatsionnye matritsy i sobstvennyye vektora kontsentratsii ozona, otnosheniya rasseyaniya aeroxolya, temperatury i skorosti vetra v stratosphere. *Optika atmosfery i okeana*. 1998;11(2):1320–1314. (In Russ.).
10. Kremer N. Sh. Teoriya veroyatnosti i matematicheskaya statistika. Moscow: YUNITIDANA; 2004. 573 p. (In Russ.).
11. Shanygin S. I. Korrelyatsionnyy i regressionnyy analiz. Moscow: Yurayt. 2024. 70 p. (In Russ.).
12. Zhurbenko I. G., Nosko V. P., trans.; Belyaeva Yu. K., ed. Moscow: Mir; 1976. 752 p. (In Russ.).
13. Atmospheric composition validation data center. Goddard Space Flight Center. URL: <https://avdc.gsfc.nasa.gov/pub/data/satellite/Aura/OMI/V03/L2OVP/OMDOAO3/> (accessed: 06.12.2023).
14. Kashkin V. B., Rubleva T. V., Khlebopros R. G. Stratosfernnyy ozon: vid s kosmicheskoy orbity. Monograph. Krasnoyarsk: Siberian Federal university; 2015. 184 p. (In Russ.).

Информация об авторах

А. В. Ельников – доктор физ.-мат. наук, старший научный сотрудник;
<https://orcid.org/0000-0001-5511-2328>,
elnikov_av@surgu.ru✉

В. А. Логинов – старший преподаватель;
<https://orcid.org/0009-0005-5256-0522>,
loginov_va@surgu.ru

About the authors

A. V. Elnikov – Doctor of Sciences (Physics and Mathematics), Senior Researcher;
<https://orcid.org/0000-0001-5511-2328>,
elnikov_av@surgu.ru✉

V. A. Loginov – Senior Lecturer;
<https://orcid.org/0009-0005-5256-0522>,
loginov_va@surgu.ru