

Научная статья
УДК 519.6:621.313
<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-9>



Математическое моделирование модернизированного бесщеточного двигателя постоянного тока на максимальных оборотах

Сергей Николаевич Ткаченко✉, Александра Сергеевна Кривогузова,
Андрей Алексеевич Шпилевой

Балтийский федеральный университет имени Иммануила Канта, Калининград, Россия

Аннотация. В работе проведено экспериментальное исследование модернизированного бесщеточного двигателя постоянного тока и разработаны математическая и параметрическая модели для расчета максимальных оборотов на основе параметров данного двигателя.

В ходе экспериментов на испытательном стенде были получены зависимости числа оборотов двигателя от тока на каждой из его фаз. Данные зависимости отражают основные режимы работы двигателя и позволяют получить значения максимального тока и оборотов.

Экспериментально установлено, что количество витков в обмотках имеет предельное значение, признаками чего является резкое увеличение максимального тока без изменения оборотов двигателя.

В работе разработана параметрическая модель, которая связывает легко измеряемые электрические характеристики модернизированного бесщеточного двигателя постоянного тока и батареи питания с максимальными оборотами. Также предложена математическая модель подобного двигателя, позволяющая рассчитывать максимальный ток и соответствующие обороты на основании его параметров. Показано, что при разработке подобных моделей необходимо учитывать влияние как базовых характеристик, так и значение противозлектромоторной силы, поскольку влияние последней при максимальных оборотах очень велико.

Ключевые слова: BLDC-двигатель, математическая модель, обмотки двигателя, обороты двигателя, регулятор скорости

Для цитирования: Ткаченко С. Н., Кривогузова А. С., Шпилевой А. А. Математическое моделирование модернизированного бесщеточного двигателя постоянного тока на максимальных оборотах // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 4. С. 80–92. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-9>.

Original article

Mathematical modeling of modernized brushless direct current motor working at maximum speed

Sergey N. Tkachenko✉, Aleksandra S. Krivoguzova, Andrei A. Shpilevoi
Immanuel Kant Baltic Federal University, Kaliningrad, Russia

Abstract. The paper presents an experimental study of a modernized brushless direct current motor and develops mathematical and parameter-oriented models for calculating maximum speed based on the characteristics of the motor.

The experiments on the test bed show the dependency relations of the motor revolutions to the current at each of its phases. The specified dependencies reflect the main motor settings and allow obtaining the peak current and speed values.

The testing establishes the fact that the winding coil amount has a limit. A sudden increase in the maximum current specifies it without changes in the number of motor revolutions.

A parameter-oriented model is developed by linking the conveniently measurable electrical characteristics of a modernized brushless direct current motor and a battery with the maximum speed. Also, a mathematical model of such a motor is proposed, which makes it possible to calculate the peak current and corresponding

revolutions based on its parameters. The study shows the necessity of considering the influence of the chief characteristics and counter-electromotive force while working on the development of similar models, as the impact of the latter is a major at maximum speed.

Keywords: BLDC motor, mathematical model, motor windings, motor speed, speed controller

For citation: Tkachenko S. N., Krivoguzova A. S., Shpilevoi A. A. Mathematical modeling of modernized brushless direct current motor working at maximum speed. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(4):80–92. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-4-9>.

ВВЕДЕНИЕ

Использование бесщеточных двигателей постоянного тока (BLDC-двигатели) возрастает год к году уже в течение более пяти лет [1, 2]. При этом область их применения чрезвычайно обширна: от электроинструмента до подводных аппаратов [1, 3]. Наиболее часто BLDC-двигатели применяются в беспилотных летательных аппаратах и электротранспорте (автомобили, самокаты и прочее) [4].

В настоящее время активно ведутся работы по модернизации BLDC-двигателей, прежде всего для повышения надежности их работы. К числу основных причин выхода из строя подобных двигателей можно отнести [4, 5] механические повреждения и перегрев, которые происходят, как правило, при работе на предельных оборотах, и электрический пробой изоляции обмоток вследствие токовых перегрузок на старте или при максимальных нагрузках.

Подходы к модернизации BLDC-двигателей можно разделить на несколько типов: основанные на применении инновационных методов контроля работы двигателя [6, 7]; также является популярным подход, основанный на применении искусственного интеллекта к управлению двигателем [8, 9]; и комплексный подход [10, 11], включающий в себя конструкционные изменения как самого двигателя, так и устройств, которые им управляют (в частности, регулятор скорости).

Авторы придерживаются мнения, что наиболее перспективным является комплексный подход, о чем также свидетельствует появление в последнее время ряда работ [12–14] по модернизации BLDC-двигателей путем увеличения количества фаз (то есть более

традиционных трех фаз). Изменение количества фаз приводит к повышению стабильности и безотказности работы двигателя. Подобное конструкционное решение также влечет необходимость разработки новых регуляторов скорости или мощности (ESC-регулятор), способных управлять в режиме реального времени большим количеством отдельных фаз или обмоток.

Конструктивно BLDC-двигатель представляет собой статор с обмотками и постоянными магнитами и вращающийся в нем ротор. Одна из наиболее часто встречающихся конструкций BLDC-двигателя – 12N14P имеет 12 обмоток статора и 14 магнитных полюсов ротора. При этом двигатель является трехфазным, и обмоток по факту не двенадцать, а только три. Один провод навит вокруг четырех магнитов.

Вместо традиционной схемы с тремя обмотками (которые соответствуют трем фазам) можно использовать 12 отдельных обмоток. Это позволит регулировать ток в каждой обмотке в отдельности, обеспечивая более точный контроль магнитного поля и крутящего момента. Подобная модернизация улучшает динамические характеристики двигателя, снижает пульсации, обеспечивает более гибкую адаптацию под различные режимы работы и повышает надежность системы.

При переходе к двенадцати отдельным обмоткам важно понимать, как меняются его эксплуатационные характеристики, прежде всего ток и обороты. Как уже говорилось выше, именно эти параметры определяют вероятность выхода двигателя из строя. Ранее уже были проведены исследования модернизированного BLDC-двигателя на минимальных оборотах [15], поэтому цель данной работы –

экспериментальное определение влияния параметров модернизированного BLDC-двигателя на величину его максимальных оборотов и построение математических моделей, которые позволяли бы определять максимальные обороты модернизированного BLDC-двигателя на основании его параметров.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Поскольку конфигурация BLDC-двигателя 12N14P является одной из наиболее часто встречающихся, то для проведения исследований был выбран подобный двигатель. В частности, Brother Hobby Avenger 2806,5 1300kV в котором на роторе установлены дуговые магниты N52H, статор выполнен из кремнистой стали Kawasaki 0,2 мм, материал корпуса – алюминиевый сплав Al 7075, а вал является полым и выполнен из титанового сплава. В двигателе используется медная обмотка сечением 0,75 мм.

Два двигателя были разобраны и перемотаны медным проводом того же сечения, после чего получилось двенадцать отдельных обмоток, каждая со своим отдельным выводом (см. рис. 1). Каждая из двенадцати обмоток размещена в отдельном пазу в соответствии со схемой статора.

Измерения характеристик проводились на двух модернизированных двигателях, оснащенных винтом, с целью обеспечения повторяемости получаемых значений. Никаких отличий в работе первого и второго модернизированных двигателей не наблюдалось.

В качестве батареи питания был использован источник постоянного тока GW INSTEK GPD-73303S. Также использовался стандарт-



Рис. 1. BLDC-двигатель Brother Hobby Avenger 2806,5 1300kV до перемотки (слева) и после перемотки с убранным ротором (справа)

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

ный трехфазный ESC-регулятор, поскольку регуляторов для работы с модернизированными двигателями в свободной продаже не существует. Подключение регулятора скорости к модернизированному двигателю осуществлялось путем подачи напряжения на каждую из обмоток. Причем с каждой из фаз ESC-регулятора напряжение подавалось на четыре обмотки двигателя.

Измерения были проведены при различном количестве витков (от 8 до 16) в каждой из обмоток двигателя с шагом в один виток. Напряжение питания на источнике изменялось в диапазоне 5–7 В с шагом в 1 В. Относительно узкий диапазон напряжений обусловлен тем, что при питании, превышающем 7 В, двигатель почти сразу выходит на максимальные обороты, и построить зависимости, подходящие для анализа, проблематично.

Ток измерялся на входе двигателя при помощи цифрового универсального измерителя Tektronix DMM4020 с базовой погрешностью 0,015 %.

На вал двигателя был прикреплен винт с укрепленной на нем светоотражающей полосой для измерения частоты оборотов. Для этого использовался цифровой тахометр лазерного типа DT2234A с разрешением 1 RPM для всего измеряемого диапазона и точностью $\pm 0,05$ %.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Были получены зависимости рабочих оборотов модернизированного BLDC-двигателя от тока в каждой из фаз при всех указанных в предыдущем разделе уровнях напряжения источника тока и количестве витков в обмотке.

Типовой график приведен на рис. 2. Все зависимости числа оборотов двигателя от величины тока, полученные в данной работе, имеют аналогичный характер.

Как можно видеть из рис. 2, на графике зависимости числа оборотов двигателя от тока можно выделить несколько характерных участков. Точка 1 соответствует пусковому току и стартовым оборотам двигателя. На участке 1–2 наблюдается линейный рост числа оборотов двигателя, причем небольшие

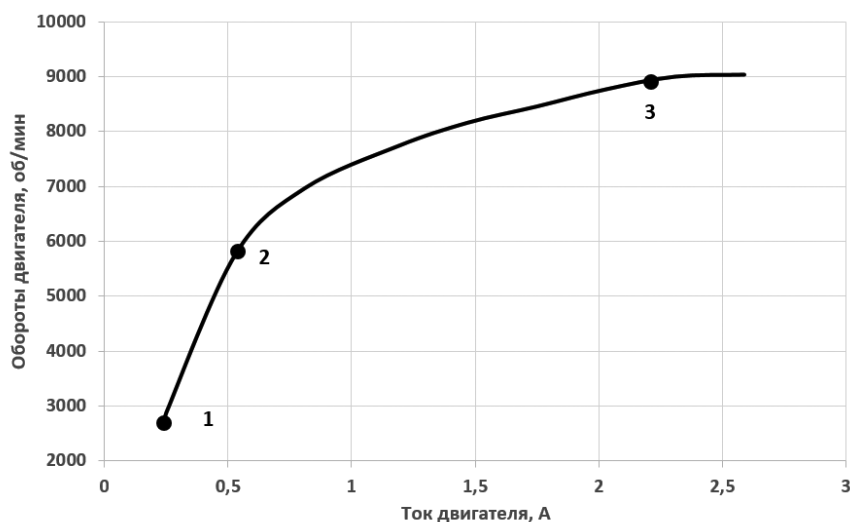


Рис. 2. Типовая зависимость числа оборотов двигателя от тока на каждой из фаз при фиксированном уровне напряжения батареи и количестве витков в обмотке

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

изменения рабочего тока приводят к значительному увеличению числа оборотов. Точка 2 соответствует среднему значению числа оборотов двигателя, в которой наблюдается перегиб и изменение угла наклона кривой. Видно, что на участке 2–3 требуется значительное изменение рабочего тока для обеспечения заметного роста числа оборотов двигателя. Можно говорить о нарастающем «насыщении» двигателя, которое достигает своего максимума в точке 3, после которой появляется заметная противо-ЭДС [16], и дальнейшее повышение тока не приводит к какому-либо изменению числа оборотов двигателя. Противо-ЭДС (электромоторная сила) появляется в любом BLDC-моторе и представляет собой индуцированное напряжение, возникающее из-за движения ротора в магнитном поле обмоток статора, которое противодействует приложенному питающему напряжению. Величина противо-ЭДС пропорциональна скорости вращения.

Таким образом, соответствующие точке 3 значения числа оборотов и тока (рис. 2) можно считать максимальными.

Далее в работе под максимальным током (I_{\max}) будем понимать ток на каждой из фаз двигателя (он же на выходе из ESC-регулятора), при котором появляется влияние противо-ЭДС. Максимальные обороты двигателя

(RPM_{\max}) — это число оборотов двигателя, соответствующих значению максимального тока.

На рис. 3 приведены зависимости максимального числа оборотов двигателя и максимального тока от числа витков в каждой из обмоток при уровне напряжения батареи 6 В. При других уровнях напряжения батареи были получены аналогичные зависимости.

Как следует из рис. 3, с увеличением числа витков обмотки в интервале от 8 до 14 наблюдается снижение как максимального тока, так и максимальных оборотов двигателя, что объясняется увеличением индуктивности каждой из катушек двигателя. Однако с ростом числа витков, начиная с 14, максимальный ток резко возрастает (по сравнению с предыдущим участком кривой), а значение максимальных оборотов, наоборот, резко снижается. Подобное нестандартное поведение модернизированного двигателя свидетельствует о следующем. Во-первых, количество витков в каждой из катушек достигает целесообразного предела (14 витков). Во-вторых, дальнейший рост индуктивности катушек сказывается крайне негативно на работе модернизированного двигателя — причиной подобного поведения могут быть несбалансированный магнитный поток и пульсации тока.

В этой связи представляется целесообразным ограничить диапазон витков в катушке

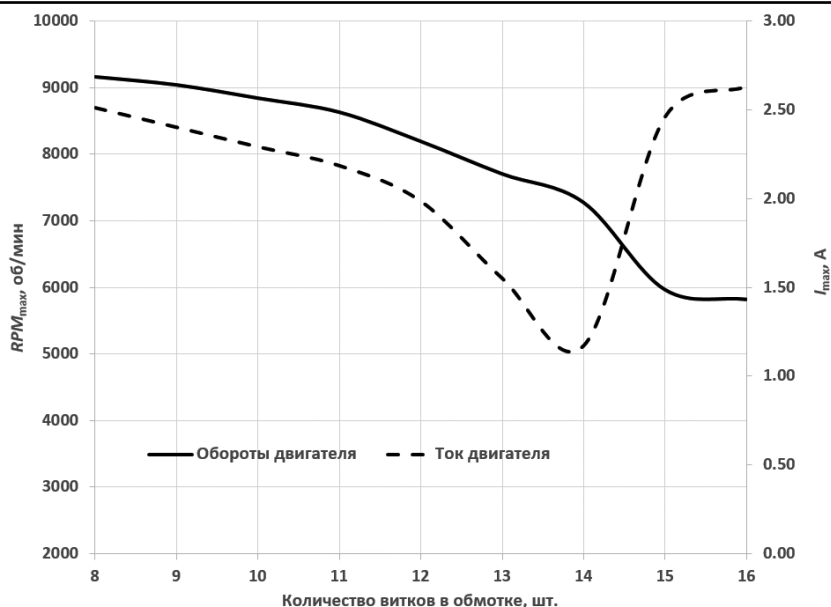


Рис. 3. Зависимость максимального числа оборотов двигателя и максимального тока от числа витков в каждой из обмоток при уровне напряжения батареи 6 В

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

интервалом от 8 до 14 включительно. В этом случае между максимальными оборотами и током будет наблюдаться зависимость, которая с высокой точностью аппроксимируется прямой линией. Примером подобной зависимости может служить график, представленный на рис. 4. При других уровнях напряжения батареи наблюдаются аналогичные зависимости.

Учитывая линейный характер зависимости, представленной на рис. 4, можно построить параметрическую модель для определения максимальных оборотов двигателя на основании легко измеряемых параметров данного двигателя и сопутствующих устройств.

Очевидно, что наиболее важным параметром данной модели будет максимальный ток, однако, помимо него, влияние на максималь-

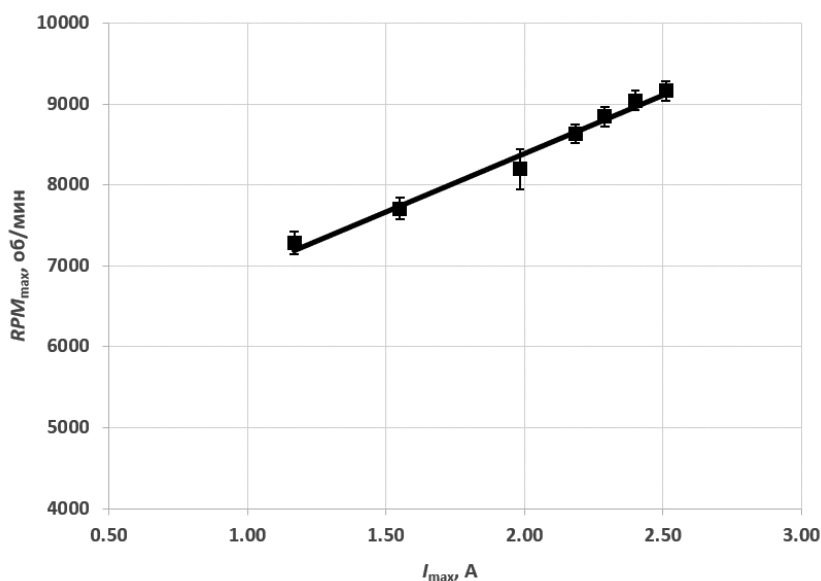


Рис. 4. Зависимость максимального числа оборотов двигателя от максимального тока при уровне напряжения батареи 6 В

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

ные обороты должен оказывать и уровень напряжения батареи. Чем выше напряжение, тем больше должны быть обороты, то есть должна наблюдаться прямая зависимость.

Помимо этих двух величин на обороты двигателя должны оказывать влияние физические параметры двигателя. Для учета подобных характеристик может быть предложена величина RPM_0 , определяемая физическими параметрами двигателя: количеством обмоток, установленными магнитами, их количеством и формой, сердечником и т. д. Данная величина не зависит от напряжения батареи и величины тока. В связи с этим RPM_0 будет характерна для конкретной модели двигателя и входить в параметрическую модель как константа.

Для понимания физического смысла RPM_0 можно воспользоваться следующей аналогией – это величина оборотов двигателя, обусловленная внутренней индуктивностью конкретной модели при одном витке на каждой из обмоток.

Число витков в каждой из обмоток также должно коррелировать со значением максимальных оборотов, однако, как показано на рис. 3, в значении максимального тока уже присутствует данное влияние, поэтому отдельного параметра в разрабатываемой модели, ассоциированного с числом витков в обмотке, не требуется.

Еще одним параметром модели должна стать потеря мощности, обусловленная эффектом «насыщения», который представлен на участке 2–3 рис. 2. Поскольку мы учитываем значение максимального тока, то пренебрегать негативным влиянием противо-ЭДС нельзя.

Таким образом, в разрабатываемой параметрической модели будут присутствовать четыре параметра. При этом мы предполагаем, что зависимость максимальной скорости вращения ротора от всех перечисленных выше параметров носит линейный характер:

$$RPM_{\max} = k_1 \cdot I_{\max} + k_2 \cdot V_{bat} + k_3 \cdot V_{bat} \cdot I_{\max} + b,$$

где k_1 , k_2 и k_3 – коэффициенты регрессии, определяющие вклад каждого параметра,

а b – свободный коэффициент, ассоциированный со значением RPM_0 , I_{\max} – значение максимального тока, V_{bat} – значение напряжения от батареи.

При этом значение скорости является случайной величиной, в наиболее простом случае нормально распределенной вокруг предсказанного линейной моделью значения:

$$RPM_{\max} \sim RPM_{\max}(\mu(I_{\max}, V_{bat}, V_{bat} \cdot I_{\max}, b), \sigma^2),$$

где $\mu(I_{\max}, V_{bat}, V_{bat} \cdot I_{\max}, b)$ определяется линейной моделью, а σ^2 – дисперсия ошибок измерения. Объединяя обе модели в одну, получаем следующую формулу:

$$RPM_{\max,i,j} \sim RPM_{\max}(k_1 \cdot I_{\max,i} + k_2 \cdot V_{bat,j} + k_3 \cdot V_{bat,j} \cdot I_{\max,i} + b, \sigma^2).$$

В данном случае $RPM_{\max,i,j}$ обозначает ожидаемое значение оборотов двигателя при соответствующих значениях I_{\max} , V_{bat} и b . Значения коэффициентов k и b определяются, решая оптимизационную задачу, минимизируя сумму квадратичных наблюдений от наблюдаемых значений.

По результатам численного моделирования [17] на основе объединения линейных и вероятностных моделей была разработана параметрическая модель, которая определяет максимальные обороты двигателя по значениям максимального тока и напряжению батареи для диапазона витков в обмотке от 8 до 14.

В результате моделирования была получена следующая аналитическая зависимость:

$$RPM_{\max} = RPM_0 + 1750 \cdot I_{\max} + 200 \cdot V_{bat} + 52 \cdot V_{bat} \cdot I_{\max} \quad (1)$$

где RPM_0 для рассматриваемого двигателя получилось равным 4288. Очевидно, что коэффициенты в формуле (1) также зависят от параметров конкретного двигателя и должны определяться индивидуально.

Таким образом, становится возможным рассчитать значение максимальных оборотов двигателя по измеряемым характеристикам тока и напряжению батареи для различного количества витков.

В таблице приведены значения максимальных оборотов двигателя, рассчитанные по формуле (1), в сравнении с вели-

чинами, измеренными экспериментально. Для примера были взяты различные значения $V_{\text{бат}}$ и I_{max} .

Таблица

Сравнение значений максимальных оборотов двигателя, полученных экспериментально и на основе расчета по формуле (1)

Количество витков в каждой из обмоток двигателя, шт.	RPM_0 , об/мин	$V_{\text{бат}}$, В	I_{max} , А	RPM_{max} , об/мин (эксперим.)	RPM_{max} , об/мин (расчет)	Относительная погрешность
8	4 288	5	2,47	9 124	8 968	1,71 %
9		6	2,40	9 042	8 939	1,14 %
10		7	2,43	8 959	9 056	-1,08 %
11		5	1,52	7 540	7 553	-0,17 %
12		6	1,98	8 196	8 335	-1,70 %
13		7	1,88	8 390	8 294	1,14 %
14		5	0,66	6 087	6 271	-3,02 %

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Как видим из таблицы, относительная погрешность не превышает $\pm 3\%$. Для всех остальных точек в рассматриваемом пространстве признаков относительная погрешность находится в пределах $\pm 5\%$.

Таким образом, можно утверждать, что предложенная в работе формула (1) позволяет с достаточной точностью определить максимальные обороты двигателя.

Предложенная параметрическая модель предполагает наличие BLDC-двигателя, параметры которого могут быть измерены на испытательном стенде, однако на стадии проектирования двигателя невозможно измерить максимальное значение тока. По этой причине для полноты разрабатываемого подхода необходимо разработать математическую модель, которая связывала бы фундаментальные характеристики двигателя (сопротивление и индуктивность его обмоток и др.) со значением максимального тока. А уже из значений последнего всегда можно получить и значение максимальных оборотов двигателя.

Напряжение в каждой из обмоток двигателя описывается уравнением [18]:

$$V_i = R_i I_i + \sum_{j=1}^n L_{ij} \frac{dI_j}{dt} + e_{\text{back-EMF}, i},$$

где V_i – напряжение на i -й обмотке; R_i – активное сопротивление i -й обмотки; I_i – ток в i -й обмотке; $e_{\text{back-EMF}, i}$ – противо-ЭДС на i -й обмотке.

Матрица индуктивности L имеет вид [19]:

$$L = \begin{bmatrix} L_{11} & M_{12} & \dots & M_{1n} \\ M_{21} & L_{22} & \dots & M_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{n1} & M_{n2} & \dots & L_{nn} \end{bmatrix},$$

где L_{ii} – самоиндуктивность для i -й обмотки; M_{ij} – взаимная индуктивность обмоток.

Магнитный поток через обмотку можно выразить через ее индуктивность L_i и ток I_i :

$$\Phi_i = L_i \cdot I_i$$

Для учета взаимодействия между обмотками можно использовать взаимную индуктивность M_{ij} , которая будет влиять на магнитный поток через соседние обмотки:

$$\Phi_{ij} = M_{ij} \cdot I_j$$

Увеличение числа витков усиливает магнитное поле, что увеличивает запасаемую энергию в обмотке. В результате самоиндуктивность каждой обмотки будет определяться как:

$$L_{ii} = L_0 + \alpha N_{\text{витков}}^2 + \gamma N_{\text{витков}},$$

где L_0 – начальная самоиндуктивность обмотки; α – коэффициент зависимости от числа витков; γ – коэффициент насыщения; $N_{\text{витков}}$ – число витков обмотки.

С ростом числа витков взаимное влияние обмоток снижается, так как магнитные поля между ними начинают компенсировать друг друга из-за их перекрытия или насыщения материала. Взаимная индуктивность, экспоненциально зависящая от числа витков:

$$M_{ij} = M_0 e^{-\beta N_{\text{витков}}},$$

где M_0 – начальное значение взаимной индуктивности при $N_{\text{витков}} = 0$; β – коэффициент ослабления взаимного влияния токов в обмотках.

Для учета динамических эффектов, таких как противо-ЭДС, вводим тензор второго порядка:

$$L_{ij} = \begin{cases} L_{ij} + f_i(N_{\text{витков}}, t), & i = j \\ M_{ij} \cdot g_k(t), & i \neq j, \end{cases}$$

где $f_i(N_{\text{витков}}, t) = \gamma \cdot N_{\text{витков}} \cdot \sin(\omega t)$ – функция насыщения индуктивности, отражающая нелинейность; $g_k(t) = 1 - \delta \cdot \cos(\omega t)$ – функция временного изменения взаимной индуктивности, связанная с фазовыми колебаниями; ω – угловая скорость двигателя; t – время; γ – коэффициент насыщения индуктивности; δ – коэффициент, описывающий амплитуду колебаний взаимной индуктивности.

Значение f_i отражает зависимость магнитного потока от насыщения магнитного материала, которая усиливается с увеличением числа витков. Значение g_k учитывает влияние временных колебаний, вызванных угловой скоростью ротора, на динамические характеристики системы [20].

Противо-ЭДС в каждой из обмоток можно определить по формуле:

$$e_{\text{back-EMF},i} = k_e \cdot \omega \cdot N_{\text{витков}} \cdot \sin(\theta_i),$$

где θ_i – фазовый угол i -й обмотки, который зависит от углового положения ротора относительно магнитного поля статора; k_e – коэффициент противо-ЭДС.

Вектор противо-ЭДС:

$$e_{\text{back-EMF}} = \begin{bmatrix} k_e \cdot \omega \cdot \sin(\theta_1) \\ k_e \cdot \omega \cdot \sin(\theta_2) \\ \vdots \\ k_e \cdot \omega \cdot \sin(\theta_n) \end{bmatrix}.$$

Максимальный ток можно рассчитать по закону Ома через напряжение и сопротивления обмотки.

Чтобы рассчитать обороты, нужно учесть зависимость угловой скорости от напряжения и тока. Угловая скорость может быть выражена через токи и индуктивности:

$$\omega = \frac{V_{\text{max}} - R_i \cdot I_i}{k_e \cdot N_{\text{витков}}},$$

где k_e – коэффициент противо-ЭДС.

Теперь, с учетом всех нелинейных зависимостей, напряжение на обмотках можно записать как:

$$V_i = R_i I_i + \sum_{j=1}^n L_{ij}(t, \omega, \phi) \frac{dI_j}{dt} + e_{\text{back-EMF},i},$$

где $L_{ij}(t, \omega, \phi)$ – элементы тензора индуктивности, зависящие от времени t , угловой скорости ω и фазового угла ϕ .

Общая модель для всех элементов индуктивности:

$$L_{ij}(t) = L_1 + \alpha_1 N_{\text{витков}}^2 + \gamma \cdot \varphi_i \cdot M_{12} \cdot g_k + \beta_1 \cdot f(N_{\text{витков}}) + M_{ij} \cdot f_k(\omega, \phi) + R_{\text{магн}} \cdot I_i + \frac{dM_{ij}}{dt} \cdot I_j, \quad (2)$$

где $L_1 + \alpha_1 N_{\text{витков}}^2$ – самоиндуктивность, которая зависит от квадратичного тока и насыщения; $\beta_1 \cdot f(N_{\text{витков}})$ – учитывает нелинейную зависимость индуктивности от числа витков из-за насыщения магнитопровода; $M_{ij} \cdot f_k(\omega, \phi)$ – взаимная индуктивность, зависящая от угловой скорости и фазового угла ротора; $R_{\text{магн}} \cdot I_i$ – эквивалентное сопротивление, моделирующее потери в магнитной системе; $\frac{dM_{ij}}{dt} \cdot I_j$ – дополнительное слагаемое, учитывающее изменения взаимной индуктивности во времени.

В общем случае тензор индуктивности L_{ij} учитывает как самоиндуктивность отдельных фаз, так и взаимную индуктивность между

ними. Самоиндуктивность каждой фазы определяется выражением $L_i + \alpha_i N_{\text{витков}}^2 + \gamma_i \varphi_i$, отражающим влияние насыщения магнитного материала и нелинейных эффектов. Взаимная индуктивность между фазами представляется элементами $M_{ij} \cdot g_k$, зависящими от угловой скорости ротора, фазового угла и времени.

С учетом этих факторов тензор индуктивности можно записать в матричной форме [21]:

$$L_{ij} = \begin{bmatrix} L_1 + \alpha_1 N_{28B: >2}^2 + \gamma_1 \cdot \varphi_1 \cdot M_{12} \cdot g_k \cdots M_{1n} \cdot g_k \\ L_2 + \alpha_2 N_{28B: >2}^2 + \gamma_2 \cdot \varphi_2 \cdot M_{21} \cdot g_k \cdots M_{2n} \cdot g_k \\ \vdots \\ L_n + \alpha_n N_{28B: >2}^2 + \gamma_n \cdot \varphi_n \cdot M_{n1} \cdot g_k \cdots M_{nm} \cdot g_k \end{bmatrix}.$$

Напряжение в i -й обмотке с учетом взаимной индукции можно выразить как:

$$V_i = R_i I_i + \sum_{j=1}^n L_{ij} + \alpha_i N_{\text{витков}}^2 + \gamma_i \cdot f_i \cdot M_{ij} \cdot g_k + \frac{dI_j}{dt} + k_e \cdot \omega \cdot N_{\text{витков}} \cdot \sin(\theta_i),$$

где $R_i I_i$ – это напряжение, обусловленное сопротивлением и током; $\sum_{j=1}^n L_{ij}$ – это самоиндуктивность и взаимная индуктивность; $\alpha_i N_{\text{витков}}^2$ – влияние числа витков; $\gamma_i \cdot f_i \cdot M_{ij} \cdot g_k$ – влияние взаимной индуктивности и угловой скорости; $\frac{dI_j}{dt}$ – дополнительный эффект из-за изменения тока; $k_e \cdot \omega \cdot N_{\text{витков}} \cdot \sin(\theta_i)$ – эффект противо-ЭДС, который зависит от угловой скорости и фазы ротора.

Этот подход позволяет получить математическую модель, которая описывает поведение BLDC-двигателя на максимальных оборотах в зависимости от числа витков обмотки, включая как линейные, так и нелинейные зависимости его индуктивности и сопротивления.

Модель BLDC-двигателя с функцией изменения количества витков позволяет исследовать влияние изменения параметров катушки (в частности, количества витков) на максимальный ток, который двигатель способен провести. Учитывая физические явления, такие как потери на сопротивление, температурные эффекты, магнитное насыщение и паразитные токи, модель позволяет предсказать, как изменения в конфигурации катушки влия-

ют на рабочие характеристики двигателя, включая его эффективность и стабильность.

С помощью данной модели можно точно прогнозировать максимальный ток при разных количествах витков катушки, что дает возможность оптимизировать работу двигателя для различных приложений. Например, можно выполнить настройку параметров для улучшения динамических характеристик двигателя или для повышения его энергетической эффективности. Тем самым использование разработанной математической модели способствует корректировке и улучшению конструкции двигателя.

На рис. 5 представлены расчетные зависимости максимального числа оборотов двигателя и максимального тока от числа витков при уровне напряжения батареи 6 В. Данные зависимости рассчитаны на основании представленной математической модели.

На рис. 6 представлены для сравнения зависимости максимального тока, полученные экспериментально и расчетным путем.

Как можно видеть из рис. 6, предложенная математическая модель (2) очень хорошо согласуется с экспериментом. Аналогичное совпадение было продемонстрировано и для других исследованных уровней напряжения источника питания. Таким образом, модель может быть использована для практического применения при проектировании модернизированных BLDC-двигателей различной конфигурации.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассмотрен модернизированный BLDC-двигатель, который при его доведении до серийного уровня может быть применен в различных сферах деятельности, в том числе требующих высокой надежности.

Представлены экспериментальные зависимости наиболее значимых характеристик модернизированного BLDC-двигателя: максимального числа оборотов двигателя и максимального тока от числа витков в каждой из обмоток при различном уровне напряжения источника питания.

В работе разработана параметрическая модель для расчета максимальных оборотов двигателя на основании электрических дан-

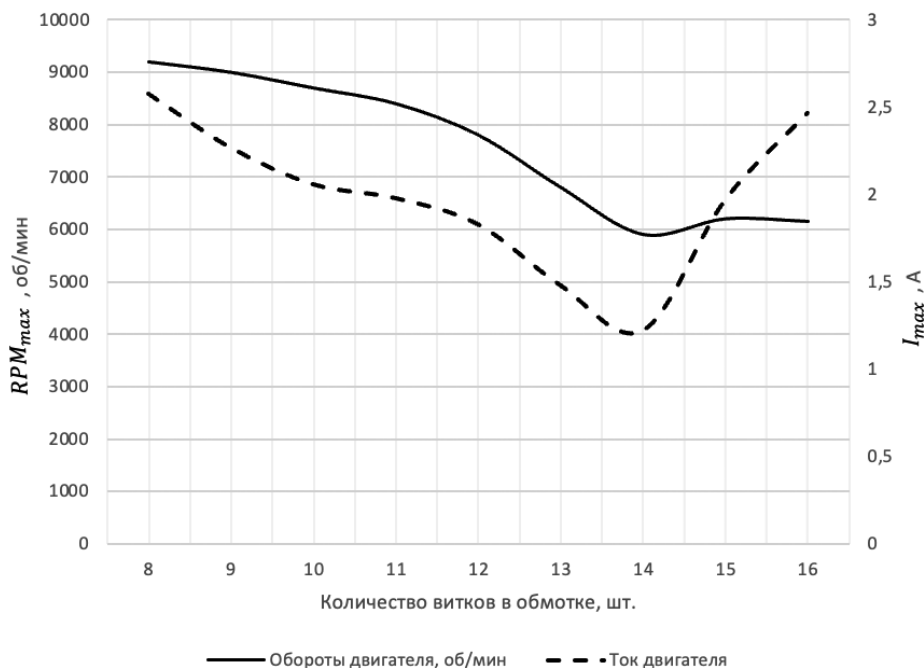


Рис. 5. Результаты моделирования по модели (2) RPM_{max} и I_{max} от числа витков в каждой из обмоток при уровне напряжения 6 В

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

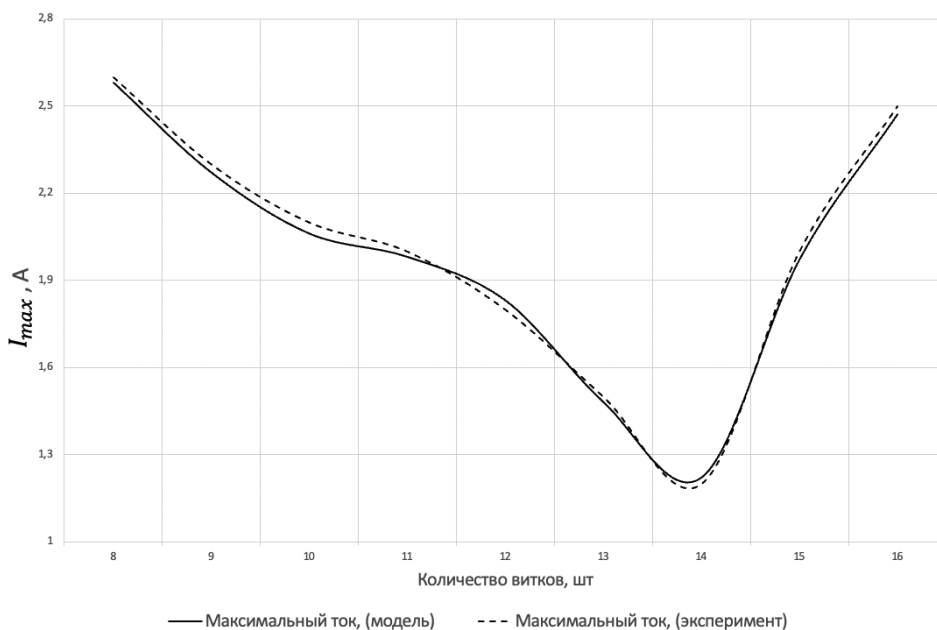


Рис. 6. Расчетные и экспериментальные зависимости максимального тока от числа витков в обмотках при уровне напряжения батареи 6 В

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

ных двигателя и источника питания, что позволяет существенно ускорить определение одной из наиболее важных характеристик двигателя.

При разработке параметрической модели учтены различные факторы двигателя,

в том числе негативное влияние противо-ЭДС на мощность и обороты двигателя.

Для случая проектирования двигателя предложена математическая модель определения максимального тока (через значение которого можно рассчитать максимальные

обороты) на основе таких внутренних характеристик двигателя, как индуктивность каждой из катушек, взаимная индуктивность, их сопротивление и количество. Достоинствами разработанной математической модели является учет потерь на противо-ЭДС и температурные изменения электрических характеристик при работе двигателя. Все это позволило

добиться хорошего соответствия между расчетными и экспериментальными значениями.

Дальнейшая работа над модернизированным двигателем планируется в области создания комплексной математической модели, которая отражала бы работу данного устройства не только на максимальных оборотах, но и в более широком рабочем диапазоне.

Список источников

1. Deepak M., Arul david R., Verma R. et al. A review of BLDC motor: State of art, advanced control techniques, and applications // *IEEE Access*. 2022. Vol. 10. P. 1–1. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3175011>.
2. Kumarasamy V., Valluvan K. R., Chandrasekaran G. et al. A review of integer order PID and fractional order PID controllers using optimization techniques for speed control of brushless DC motor drive // *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2023. Vol. 14. P. 1139–1150. <https://doi.org/10.1007/s13198-023-01952-x>.
3. Nisha R., Gnana Sheela K. Review of PV fed water pumping systems using BLDC Motor // *Materials Today: Proceedings*. 2020. Vol. 24. Pt. 3. P. 1874–1881. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.03.612>.
4. Andrioiaia D. A., Gaitan V. G. Finding fault types of BLDC motors within UAVs using machine learning techniques // *Heliyon*. 2024. Vol. 10, no. 9. <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e30251>.
5. Du J., Sun Y., Zhao J. et al. Loss research and thermal analysis of BLDC hollow-cup motor under reactor suppression // *Applied Sciences*, 2025. Vol. 15, no. 3. <https://doi.org/10.3390/app15031523>.
6. Machhour Z., Mrabet M. E., Mekrini Z. et al. Comparative study between DTC and FOC control strategies applied to the BLDC motor: A review // *International Conference on Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development (AI2SD'2023)*. Cham : Springer, 2024. Vol. 930. p. 262–271. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54318-0_22.
7. Nguyen Q. D., Tran V. T., Pham Q. D. et al. Design brushless DC motor control by using proportional-integral strategy for a smart storage cabinet system // *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2023. Vol. 14, no. 2. P. 708–718. <https://doi.org/10.11591/ijped.v14.i2.pp708-718>.
8. Akhtar A., Muthuramalingam T., Elsheikh A. H. et al. A review on artificial intelligence based control techniques on controlling BLDC motor measures // *AIP Conference Proceedings*, 2023. Vol. 2788. <https://doi.org/10.1063/5.0148685>.
9. Premkumar K., Manikandan B. V. Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System based speed controller for brushless DC motor // *Neurocomputing*. 2014. Vol. 138. P. 260–270.

References

1. Deepak M., Arul david R., Verma R. et al. A review of BLDC motor: State of art, advanced control techniques, and applications. *IEEE Access*. 2022;10:1–1. <https://doi.org/10.1109/ACCESS.2022.3175011>.
2. Kumarasamy V., Valluvan K. R., Chandrasekaran G. et al. A review of integer order PID and fractional order PID controllers using optimization techniques for speed control of brushless DC motor drive. *International Journal of System Assurance Engineering and Management*. 2023;14:1139–1150. <https://doi.org/10.1007/s13198-023-01952-x>.
3. Nisha R., Gnana Sheela K. Review of PV fed water pumping systems using BLDC Motor. *Materials Today: Proceedings*. 2020;24(3):1874–1881. <https://doi.org/10.1016/j.matpr.2020.03.612>.
4. Andrioiaia D. A., Gaitan V. G. Finding fault types of BLDC motors within UAVs using machine learning techniques. *Heliyon*. 2024;10(9). <https://doi.org/10.1016/j.heliyon.2024.e30251>.
5. Du J., Sun Y., Zhao J. et al. Loss research and thermal analysis of BLDC hollow-cup motor under reactor suppression. *Applied Sciences*. 2025;15(3). <https://doi.org/10.3390/app15031523>.
6. Machhour Z., Mrabet M. E., Mekrini Z. et al. Comparative study between DTC and FOC control strategies applied to the BLDC motor: A review. In: *International Conference on Advanced Intelligent Systems for Sustainable Development (AI2SD'2023)*. Cham: Springer; 2024. Vol. 930. p. 262–271. https://doi.org/10.1007/978-3-031-54318-0_22.
7. Nguyen Q. D., Tran V. T., Pham Q. D. et al. Design brushless DC motor control by using proportional-integral strategy for a smart storage cabinet system. *International Journal of Power Electronics and Drive Systems (IJPEDS)*. 2023;14(2):708–718. <https://doi.org/10.11591/ijped.v14.i2.pp708-718>.
8. Akhtar A., Muthuramalingam T., Elsheikh A. H. et al. A review on artificial intelligence based control techniques on controlling BLDC motor measures. In: *AIP Conference Proceedings*. 2023. Vol. 2788. <https://doi.org/10.1063/5.0148685>.
9. Premkumar K., Manikandan B. V. Adaptive Neuro-Fuzzy Inference System based speed controller for brushless DC motor. *Neurocomputing*. 2014;138:260–270.

10. Carev V., Roháč J., Tkachenko S. et al. Modernization of BLDC motors for UAVs // *International Review of Aerospace Engineering (IREASE)*, 2023. Vol. 16, no. 1. P. 29–38. <https://doi.org/10.15866/irease.v16i1.23087>.
11. Carev V., Roháč J., Tkachenko S. et al. The electronic switch of windings of a standard BLDC motor // *Applied Sciences*. 2022. Vol. 12, no. 21. P. 11096. <https://doi.org/10.3390/app122111096>.
12. Assoun I., Idkhajine L., Nahid-Mobarakeh B. et al. Wide-speed range sensorless control of five-phase PMSM drive under healthy and open phase fault conditions for aerospace applications // *Energies*. 2023. Vol. 16. P. 279. <https://doi.org/10.3390/en16010279>.
13. Tapre M., Karampuri R. Design and comparison of five-phase induction motors with different dimensions for heavy duty electric vehicles // *2023 IEEE 3rd International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SEFET)*. 2023. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/SeFeT57834.2023.10245615>.
14. Kurt E., Arabul A. Y., Arabul F. K. et al. A multi-phase brushless direct current motor design and its implementation in medium-altitude long-endurance unmanned aerial vehicles // *Applied Sciences*. 2024. Vol. 14, no. 24. P. 11550–11563. <https://doi.org/10.3390/app142411550>.
15. Кривогузова А. С., Ткаченко С. Н., Шпилевой А. А. Влияние параметров обмоток и источника питания на пусковые характеристики модернизированного бесщеточного двигателя постоянного тока // *Russian Technological Journal*. 2025. Т. 13, № 4. С. 69–77. <http://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-4-69-77>.
16. Raeisi Hasanhendoei G. H., Afjei E., Naseri M. et al. Automatic and real time phase advancing in BLDC motor by employing an electronic governor for a desired speed-torque/angle profile // *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. 2023. Vol. 4. <https://doi.org/10.1016/j.prime.2023.100111>.
17. Stamova I., Stamov G. Integral manifolds for impulsive differential problems with applications. Academic Press, 2025. 348 p.
18. Abdulkareem H., Alsaif O. I., Younis L. et al. Performance optimization of BLDC motor control using sand cat swarm algorithm and linear quadratic regulator // *Journal of Robotics and Control (JRC)*. 2025. Vol. 6, no 1. P. 306–314. <https://doi.org/10.18196/jrc.v6i1.24958>.
19. Akram S., Aljanabi M. A comprehensive investigation of brushless direct current (BLDC) motors: Current state, advanced control strategies, and utilization systems // *Salud, Ciencia y Tecnología – Serie de Conferencias*. 2024. Vol. 3. P. 865. <https://doi.org/10.56294/sctconf2024865>.
20. Dakheel H. S., Abdullah Z. B., Shneen S. W. Advanced optimal GA-PID controller for BLDC motor // *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics (BEEI)*. 2023. Vol. 12, no. 4. P. 2077–2086. <https://doi.org/10.11591/eei.v12i4.4649>.
10. Carev V., Roháč J., Tkachenko S. et al. Modernization of BLDC Motors for UAVs. *International Review of Aerospace Engineering (IREASE)*. 2023;16(1):29–38. <https://doi.org/10.15866/irease.v16i1.23087>.
11. Carev V., Roháč J., Tkachenko S. et al. The electronic switch of windings of a standard BLDC motor. *Applied Sciences*. 2022;12(21):11096. <https://doi.org/10.3390/app122111096>.
12. Assoun I., Idkhajine L., Nahid-Mobarakeh B. et al. Wide-speed range sensorless control of five-phase PMSM drive under healthy and open phase fault conditions for aerospace applications. *Energies*. 2023;16(1):279. <https://doi.org/10.3390/en16010279>.
13. Tapre M., Karampuri R. Design and comparison of five-phase induction motors with different dimensions for heavy duty electric vehicles. In: *2023 IEEE 3rd International Conference on Sustainable Energy and Future Electric Transportation (SEFET)*. 2023. p. 1–6. <https://doi.org/10.1109/SeFeT57834.2023.10245615>.
14. Kurt E., Arabul A. Y., Arabul F. K. et al. A multi-phase brushless direct current motor design and its implementation in medium-altitude long-endurance unmanned aerial vehicles. *Applied Sciences*. 2024;14(24):11550–11563. <https://doi.org/10.3390/app142411550>.
15. Krivoguzova A. S., Tkachenko S. N., Shpilevoy A. A. Effect of winding and power supply parameters on the starting characteristics of an upgraded brushless DC motor. *Russian Technological Journal*. 2025;13(4):69–77. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-4-69-77>. (In Russ.).
16. Raeisi Hasanhendoei G. H., Afjei E., Naseri M. et al. Automatic and real time phase advancing in BLDC motor by employing an electronic governor for a desired speed-torque/angle profile. *e-Prime – Advances in Electrical Engineering, Electronics and Energy*. 2023;4. <https://doi.org/10.1016/j.prime.2023.100111>.
17. Stamova I., Stamov G. Integral manifolds for impulsive differential problems with applications. Academic Press; 2025. 348 p.
18. Abdulkareem H., Alsaif O. I., Younis L. et al. Performance optimization of BLDC motor control using sand cat swarm algorithm and linear quadratic regulator. *Journal of Robotics and Control (JRC)*. 2025;6(1):306–314. <https://doi.org/10.18196/jrc.v6i1.24958>.
19. Akram S., Aljanabi M. A comprehensive investigation of brushless direct current (BLDC) motors: Current state, advanced control strategies, and utilization systems. *Salud, Ciencia y Tecnología – Serie de Conferencias*. 2024;3:865. <https://doi.org/10.56294/sctconf2024865>.
20. Dakheel H. S., Abdullah Z. B., Shneen S. W. Advanced optimal GA-PID controller for BLDC motor. *Bulletin of Electrical Engineering and Informatics (BEEI)*. 2023;12(4):2077–2086. <https://doi.org/10.11591/eei.v12i4.4649>.

21. Gujja M. M., Ishak D., Hamidi M. N. et al. Performance comparison and analysis of four- and six-switch inverter controls of BLDC motor employing deep learning // *Jurnal Kejuruteraan*. 2024. Vol. 36, no. 4. P. 1409–1422. [https://doi.org/10.17576/jkukm-2024-36\(4\)-07](https://doi.org/10.17576/jkukm-2024-36(4)-07).
21. Gujja M. M., Ishak D., Hamidi M. N. et al. Performance comparison and analysis of four- and six-switch inverter controls of BLDC motor employing deep learning. *Jurnal Kejuruteraan*. 2024;36(4):1409–1422. [https://doi.org/10.17576/jkukm-2024-36\(4\)-07](https://doi.org/10.17576/jkukm-2024-36(4)-07).

Информация об авторах

С. Н. Ткаченко – кандидат технических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0002-4708-6556>,
tkasergey@yandex.ru✉

А. С. Кривогузова – аспирант;

<https://orcid.org/0000-0002-4090-662X>,
krivoguzova99@bk.ru

А. А. Шпилевой – кандидат физико-математических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0003-2610-6551>,
ashpilevoi@kantiana.ru

About the authors

S. N. Tkachenko – Candidate of Sciences (Engineering), Docent;

<https://orcid.org/0000-0002-4708-6556>,
tkasergey@yandex.ru✉

A. S. Krivoguzova – Postgraduate;

<https://orcid.org/0000-0002-4090-662X>,
krivoguzova99@bk.ru

A. A. Shpilevoi – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent;

<https://orcid.org/0000-0003-2610-6551>,
ashpilevoi@kantiana.ru