

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ / ENGINEERING

Научная статья

УДК 621.865.8:004.94

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-1>



**О методе моделирования процесса захвата манипулятором объекта с применением
оптимизационной задачи и регулирования силы давления**

Джин Хэ, Андрей Леонидович Масленников[✉], Ольга Юрьевна Щербак

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Аннотация. В работе рассматривается задача моделирования захвата манипуляционным роботом объекта заданной формы. В качестве робота-манипулятора рассматривается система, близкая по своей кинематической конфигурации к кисти человека. Процесс моделирования условно делится на несколько этапов: позиционирование робота-манипулятора над объектом, позиционирование пальцев робота относительно геометрии объекта захвата, вычисление силы контакта, необходимой для захвата объекта, движение робота-манипулятора вместе с объектом. Первый и последний этапы выполняются путем изменения координат кинематического центра робота-манипулятора. Этап позиционирования пальцев сводится к обратной задаче кинематики, которая решается с использованием эволюционного метода оптимизации – генетического алгоритма. На этапе захвата определяется необходимая сила контакта, вычисление которой основано на решении задачи слежения за заданной установкой – заданной силой касания. Величина заданной силы касания выбирается из условия обеспечения необходимой силы трения между пальцами и объектом, которая обеспечит надежный захват. При этом динамика касания пальцев аппроксимируется динамикой второго порядка. Результаты моделирования демонстрируют принципиальную применимость предложенного подхода к задаче захвата объекта манипулятором.

Ключевые слова: биотехническая система, система управления, захват объекта, робот-манипулятор, задача обратной кинематики, генетический алгоритм

Для цитирования: Джин Хэ, Масленников А. Л., Щербак О. Ю. О методе моделирования процесса захвата манипулятором объекта с применением оптимизационной задачи и регулирования силы давления // Вестник кибернетики. 2026. Т. 25, № 1. С. 6–17. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-1>.

Original article

**On process modeling method of manipulator object grasping based on optimization problem
and pressure force control**

Jin He, Andrey L. Maslennikov[✉], Olga Yu. Scherbak

Bauman Moscow State Technical University, Moscow, Russia

Abstract. The work addresses the problem of simulating grasping an object of a specific shape by a robotic manipulator. The robot under consideration is similar to the human hand in terms of kinematic configuration. The modeling mechanism includes several stages: positioning the robotic hand over the object, placing the manipulator's fingers relative to the shape of the object grasped, calculating the contact force required to grasp the object, and moving the hand holding the object. The first and last phases are conducted by changing the coordinates of the robotic manipulator's kinematic center. The finger positioning stage is reduced to solving the inverse kinematics problem through an evolutionary optimization method, i.e. a genetic algorithm. The grasping phase defines the relevant contact force based on resolving the tracking issue for a set value, which is a predetermined touch force. The amount of the assigned touch force is reliant on the required friction force between fingers and the object that ensures a firm grasp. The authors approximate the finger dynamics to second-order dynamics. The simulation findings reveal the applicability of the proposed method to the problem of object grasping using a robotic manipulator.

Keywords: biotechnical system, control system, object grasping, robotic manipulator, inverse kinematics problem, genetic algorithm

For citation: Jin He, Maslennikov A. L., Scherbak O. Yu. On process modeling method of manipulator object grasping based on optimization problem and pressure force control. *Proceedings in Cybernetics*. 2026;25(1):6–17. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-1>.

ВВЕДЕНИЕ

Многочленные роботизированные механизмы (манипуляторы) сегодня используются в различных областях [1], например в медицине в протезах [2], космической отрасли или промышленности [3]. Для качественной работы подобных систем необходима разработка эффективных и надежных систем управления, которые зачастую должны функционировать аналогично реальной физиологической системе, что необходимо учитывать при их проектировании. Как правило, это реализуется путем работы системы управления в нескольких режимах, соответствующих различным целевым задачам, например перемещению манипулятора, захвату объекта, переносу объекта и отпуску объекта.

Одним из наиболее важных режимов является режим захвата, в котором осуществляется процесс управления путем приложения необходимых сил и моментов в точках контакта с поверхностью объекта [4]. Существуют различные методы управления захватом. Например, в работе [5] предложен метод захвата жестких объектов с использованием стратегии управления силой на основе обучения с подкреплением. В работе [6] задачу координации разделяют на два этапа: управление равнодействующей силой и внутренними силами. Задача захвата может быть сведена к решению билинейного матричного неравенства, как показано в работе [7]. В работе [8] предложен метод управления захватом, который полностью ограничивает движение объекта через геометрические ограничения, а в работе [9] учитывается проскальзывание при манипулировании жесткими объектами.

В данной работе рассматривается модель манипулятора, по своей кинематике близкой к кисти человека, для которой реализуется управление положением пальцев с помощью

пропорционально-интегральных регуляторов (ПИ-регуляторов) по ошибкам углов и угловых скоростей. В процедуре моделирования для решения обратной задачи кинематики предлагается использовать генетический алгоритм. Предложенный механизм захвата учитывает силу сжатия пальцев.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Математическая модель системы. В работе рассматривается манипулятор, близкий по своим кинематическим связям к кисти человека и состоящий из пяти пальцев, четыре из которых являются трехзвенными, а один – двухзвенным. Полная математическая модель системы состоит из математических моделей всех пальцев, которые по своей сути являются одинаковыми. Поэтому рассмотрим математическую модель одного пальца, кинематическая схема которого представлена на рис. 1. Он состоит из нескольких звеньев различной массы m_1, m_2, m_3 и длины l_1, l_2, l_3 . В общем случае рассматривается движение по двум углам у каждого звена (фаланги).

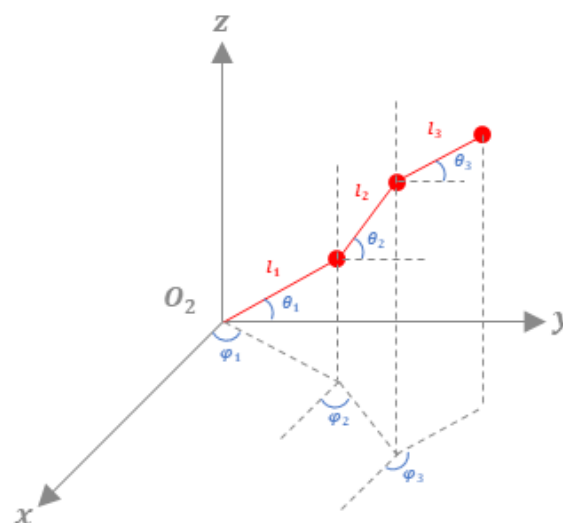


Рис. 1. Кинематическая схема трехзвенного манипулятора

Примечание: составлено авторами.

Математическое описание рассматриваемой системы можно получить с применением механики Лагранжа, согласно которой для каждого пальца, состоящего из трех звеньев, можно записать следующую систему дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода [10–12]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_1} = U_{\theta_1} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_1} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_1} = U_{\varphi_1} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_2} = U_{\theta_2}, \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_2} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_2} = U_{\varphi_2} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \theta_3} = U_{\theta_3} \\ \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{\varphi}_3} \right) - \frac{\partial L}{\partial \varphi_3} = U_{\varphi_3} \end{array} \right. \quad (1)$$

где $\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2, \theta_3, \varphi_3$ – углы поворота первого, второго и третьего звеньев в сферической системе координат соответственно; $\dot{\theta}_1, \dot{\varphi}_1, \dot{\theta}_2, \dot{\varphi}_2, \dot{\theta}_3, \dot{\varphi}_3$ – угловые скорости поворота первого, второго и третьего звеньев в сферической системе координат соответственно; $U_{\theta_1}, U_{\varphi_1}, U_{\theta_2}, U_{\varphi_2}, U_{\theta_3}, U_{\varphi_3}$ – управляющие воздействия по каждому углу; L – лагранжиан системы, $L = T - U$; T – кинетическая энергия звена; U – потенциальная энергия системы, которые определены следующим образом и зависят от описанных выше углов, угловых скоростей поворота, а также масс и длин звеньев:

$$\begin{aligned} T = & \frac{1}{2} m_1 (\dot{\theta}_1^2 l_1^2 + \dot{\varphi}_1^2 l_1^2 \cos^2 \theta_1) + \frac{1}{2} m_2 (\dot{\theta}_1^2 l_1^2 + \dot{\theta}_2^2 l_2^2 + \\ & + \dot{\varphi}_1^2 l_1^2 \cos^2 \theta_1 + \dot{\varphi}_2^2 l_2^2 \cos^2 \theta_2 + \\ & + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \\ & - 2\dot{\theta}_1 \dot{\varphi}_2 l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\theta}_2 \dot{\varphi}_1 l_1 l_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2) \\ & + \frac{1}{2} m_3 (\dot{\theta}_1^2 l_1^2 + \dot{\theta}_2^2 l_2^2 + \dot{\theta}_3^2 l_3^2 + \dot{\varphi}_1^2 l_1^2 \cos^2 \theta_1 + \\ & + \dot{\varphi}_2^2 l_2^2 \cos^2 \theta_2 + \dot{\varphi}_3^2 l_3^2 \cos^2 \theta_3 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) - \\ & - 2\dot{\theta}_1 \dot{\varphi}_2 l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\theta}_2 \dot{\varphi}_1 l_1 l_2 \sin \theta_1 \sin \theta_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) - \\ & - 2\dot{\theta}_1 \dot{\varphi}_3 l_1 l_3 \sin \theta_1 \cos \theta_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\theta}_2 \dot{\varphi}_1 l_1 l_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_2 l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + \\ & + 2\dot{\theta}_3 \dot{\varphi}_1 l_1 l_3 \cos \theta_1 \sin \theta_3 \sin(\varphi_1 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\varphi}_1 \dot{\varphi}_3 l_1 l_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3 \cos(\varphi_1 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 l_2 l_3 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) - \\ & - 2\dot{\theta}_2 \dot{\varphi}_3 l_2 l_3 \sin \theta_2 \cos \theta_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\theta}_3 \dot{\varphi}_2 l_2 l_3 \cos \theta_2 \sin \theta_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\varphi}_2 \dot{\varphi}_3 l_2 l_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3 \cos(\varphi_2 - \varphi_3) + \\ & + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 l_1 l_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + 2\dot{\theta}_1 \dot{\theta}_3 l_1 l_3 \cos \theta_1 \cos \theta_3 + \\ & + 2\dot{\theta}_2 \dot{\theta}_3 l_2 l_3 \cos \theta_2 \cos \theta_3) \\ & U = (m_1 + m_2 + m_3) g l_1 \sin \theta_1 + \\ & + (m_2 + m_3) g l_2 \sin \theta_2 + m_3 g l_3 \sin \theta_3 \end{aligned} \quad ; \quad (2)$$

Проведя необходимые преобразования, получим систему дифференциальных уравнений, описывающих динамику одного пальца:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\theta}_1 M_{11} + \ddot{\varphi}_1 M_{12} + \ddot{\theta}_2 M_{13} + \ddot{\varphi}_2 M_{14} + \ddot{\theta}_3 M_{15} + \ddot{\varphi}_3 M_{16} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{11} + \dot{\varphi}_1^2 N_{12} + \dot{\theta}_2^2 N_{13} + \dot{\varphi}_2^2 N_{14} + \dot{\theta}_3^2 N_{15} + \dot{\varphi}_3^2 N_{16} + \\ + C_1 + (m_1 + m_2 + m_3) g l_1 \cos \theta_1 = U_{\theta_1} \\ \ddot{\theta}_1 M_{21} + \ddot{\varphi}_1 M_{22} + \ddot{\theta}_2 M_{23} + \ddot{\varphi}_2 M_{24} + \ddot{\theta}_3 M_{25} + \ddot{\varphi}_3 M_{26} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{21} + \dot{\varphi}_1^2 N_{22} + \dot{\theta}_2^2 N_{23} + \dot{\varphi}_2^2 N_{24} + \dot{\theta}_3^2 N_{25} + \\ + \dot{\varphi}_3^2 N_{26} + C_2 = U_{\varphi_1} \\ \ddot{\theta}_1 M_{31} + \ddot{\varphi}_1 M_{32} + \ddot{\theta}_2 M_{33} + \ddot{\varphi}_2 M_{34} + \ddot{\theta}_3 M_{35} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{31} + \dot{\varphi}_1^2 N_{32} + \dot{\theta}_2^2 N_{33} + \dot{\varphi}_2^2 N_{34} + \\ + \dot{\theta}_3^2 N_{35} + \dot{\varphi}_3^2 N_{36} + C_3 + (m_2 + m_3) g l_2 \cos \theta_2 = U_{\theta_2} \\ \ddot{\theta}_1 M_{41} + \ddot{\varphi}_1 M_{42} + \ddot{\theta}_2 M_{43} + \ddot{\varphi}_2 M_{44} + \ddot{\theta}_3 M_{45} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{41} + \dot{\varphi}_1^2 N_{42} + \dot{\theta}_2^2 N_{43} + \dot{\varphi}_2^2 N_{44} + \\ + \dot{\theta}_3^2 N_{45} + \dot{\varphi}_3^2 N_{46} + C_4 = U_{\varphi_2} \\ \ddot{\theta}_1 M_{51} + \ddot{\varphi}_1 M_{52} + \ddot{\theta}_2 M_{53} + \ddot{\varphi}_2 M_{54} + \ddot{\theta}_3 M_{55} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{51} + \dot{\varphi}_1^2 N_{52} + \dot{\theta}_2^2 N_{53} + \dot{\varphi}_2^2 N_{54} + \\ + \dot{\theta}_3^2 N_{55} + \dot{\varphi}_3^2 N_{56} + C_5 + m_3 g l_3 \cos \theta_3 = U_{\theta_3} \\ \ddot{\theta}_1 M_{61} + \ddot{\varphi}_1 M_{62} + \ddot{\theta}_2 M_{63} + \ddot{\varphi}_2 M_{64} + \ddot{\theta}_3 M_{65} + \\ + \dot{\theta}_1^2 N_{61} + \dot{\varphi}_1^2 N_{62} + \dot{\theta}_2^2 N_{63} + \\ + \dot{\varphi}_2^2 N_{64} + \dot{\theta}_3^2 N_{65} + \dot{\varphi}_3^2 N_{66} + C_6 = U_{\varphi_3} \end{array} \right. \quad , \quad (3)$$

где $\ddot{\theta}_1, \dot{\phi}_1, \ddot{\theta}_2, \ddot{\phi}_2, \ddot{\theta}_3, \ddot{\phi}_3$ – угловые ускорения поворота первого, второго и третьего звеньев в сферической системе координат соответственно; M_{ij}, N_{ij} – сокращенные обозначения функций, зависящих от углов поворота, массы и длины звеньев, например:

$$M_{14} = -m_2 l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin(\phi_1 - \phi_2) - m_3 l_1 l_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 \sin(\phi_1 - \phi_2); \quad (4)$$

C_i – сокращенное обозначение функций, зависящих от углов поворота, угловой скорости, массы и длины звеньев; i – номер уравнения; j – порядковый номер обобщенной координаты.

В векторно-матричном виде математическая модель может быть записана таким образом:

$$\mathbf{M}(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} = -\mathbf{N}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} - \mathbf{C}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) - \mathbf{G}(\mathbf{q}) + \mathbf{u}(t). \quad (5)$$

где $\mathbf{q}$ – вектор выбранных обобщенных координат; $\dot{\mathbf{q}}$ – соответствующий ему вектор производных; $\ddot{\mathbf{q}}$ – соответствующий ему вектор производных второго порядка, которые имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{q} &= [\theta_1 \quad \phi_1 \quad \theta_2 \quad \phi_2 \quad \theta_3 \quad \phi_3]^T \\ \dot{\mathbf{q}} &= [\dot{\theta}_1 \quad \dot{\phi}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\phi}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\phi}_3]^T; \\ \ddot{\mathbf{q}} &= [\ddot{\theta}_1 \quad \ddot{\phi}_1 \quad \ddot{\theta}_2 \quad \ddot{\phi}_2 \quad \ddot{\theta}_3 \quad \ddot{\phi}_3]^T \end{aligned} \quad (6)$$

Подобный выбор обобщенных координат в виде углов поворота звеньев и их угловых скоростей является общепринятым для подобных систем [13, 14].

$\mathbf{M}$ – матрица сил инерции; $\mathbf{N}$ – матрица центробежных сил; $\mathbf{C}$ – матрица сил Кориолиса, составленные из ранее упомянутых сокращенных обозначений M_{ij}, N_{ij}, C_{ij} , которые в итоге имеют вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{M} &= \begin{bmatrix} M_{11} & \cdots & M_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ M_{61} & \cdots & M_{66} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{N} = \begin{bmatrix} N_{11} & \cdots & N_{16} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ N_{61} & \cdots & N_{66} \end{bmatrix}; \\ \mathbf{C} &= \begin{bmatrix} C_1 \\ \vdots \\ C_6 \end{bmatrix}; \end{aligned} \quad (7)$$

$\mathbf{G}$ – матрица сил гравитации, которая имеет вид:

$$\mathbf{G} = \begin{bmatrix} (m_1 + m_2 + m_3)gl_1 \cos \theta_1 \\ 0 \\ (m_2 + m_3)gl_2 \cos \theta_2 \\ 0 \\ m_3 gl_3 \cos \theta_3 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad (8)$$

а $\mathbf{u}$ – вектор управляющих воздействий имеет вид:

$$\mathbf{u} = [U_{\theta_1} \quad U_{\phi_1} \quad U_{\theta_2} \quad U_{\phi_2} \quad U_{\theta_3} \quad U_{\phi_3}]^T. \quad (9)$$

Для численного моделирования уравнение (5) приводится к нормальной неявной форме Коши, представляющей собой матричное дифференциальное уравнение первого порядка следующего вида:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{M}(\mathbf{x}_q) \end{bmatrix} \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{\dot{q}} \\ -\mathbf{N}(\mathbf{x}_q, \mathbf{x}_{\dot{q}})\mathbf{x}_{\dot{q}} - \mathbf{C}(\mathbf{x}_q, \mathbf{x}_{\dot{q}}) - \mathbf{G}(\mathbf{x}_q) + \mathbf{u} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

где $\mathbf{I}$ – единичная матрица соответствующей размерности; $\mathbf{x}$ – вектор состояния:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_{\dot{q}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{q} \\ \dot{\mathbf{q}} \end{bmatrix} = \\ &= [\theta_1 \quad \phi_1 \quad \theta_2 \quad \phi_2 \quad \theta_3 \quad \phi_3 \quad \dot{\theta}_1 \quad \dot{\phi}_1 \quad \dot{\theta}_2 \quad \dot{\phi}_2 \quad \dot{\theta}_3 \quad \dot{\phi}_3]^T. \end{aligned} \quad (11)$$

Отметим, что для большого пальца, в котором рассматриваются всего два звена, математическая модель формируется аналогичным образом, но в ней исключаются последние два уравнения в системе, а первые четыре уравнения лишаются составляющих и зависимости от $\theta_3, \phi_3, \dot{\theta}_3, \dot{\phi}_3, \ddot{\theta}_3, \ddot{\phi}_3$. Этих же компонентов не будет и в векторе состояния.

Полная математическая модель системы, учитывающая динамику всех пальцев, получается путем объединения математических моделей каждого из пальцев со смещением базовой точки на некоторое фиксированное расстояние. Таким образом, каждый из четырех пальцев имеет 6 степеней свободы, а большой палец имеет 4 степени свободы, поэтому вся система имеет 28 степеней свободы. Отметим, что взаимосвязи между динамикой пальцев в работе не рассматриваются.

Для решения задачи регулирования в рассматриваемой системе введены ПИ-регуляторы как хорошо зарекомендовавшие себя способы построения регуляторов для подобного вида систем. Управление рассматриваемой системой осуществляется с применением ПИ-регуляторов по ошибкам каждого угла и угловой скорости, что в общем виде для каждого звена может быть записано как [11, 12, 15]:

$$\begin{aligned} v_{\theta} &= \mu_{\theta} + \mu_{\dot{\theta}} \\ v_{\varphi} &= \mu_{\varphi} + \mu_{\dot{\varphi}} \end{aligned} \quad (12)$$

где μ_{θ} , $\mu_{\dot{\theta}}$, μ_{φ} , $\mu_{\dot{\varphi}}$ – соответствующие ПИ-законы регулирования по углам и угловым скоростям, которые формируются по ошибкам углов и угловых скоростей с соответствующими коэффициентами:

$$\begin{aligned} \mu_{\theta} &= k_{p\theta}\theta_{err} + k_{i\theta}\theta_{err_int} \\ \mu_{\varphi} &= k_{p\varphi}\varphi_{err} + k_{i\varphi}\varphi_{err_int} \\ \mu_{\dot{\theta}} &= k_{p\dot{\theta}}\dot{\theta}_{err} + k_{i\dot{\theta}}\dot{\theta}_{err_int} \\ \mu_{\dot{\varphi}} &= k_{p\dot{\varphi}}\dot{\varphi}_{err} + k_{i\dot{\varphi}}\dot{\varphi}_{err_int} \end{aligned} \quad (13)$$

где θ_{err} , φ_{err} , θ_{err_int} , φ_{err_int} , $\dot{\theta}_{err}$, $\dot{\varphi}_{err}$, $\dot{\theta}_{err_int}$, $\dot{\varphi}_{err_int}$ – ошибки и интегралы ошибок по углам и угловым скоростям; $k_{p\theta}$, $k_{p\varphi}$, $k_{p\dot{\theta}}$, $k_{p\dot{\varphi}}$, $k_{i\theta}$, $k_{i\varphi}$, $k_{i\dot{\theta}}$, $k_{i\dot{\varphi}}$ – коэффициенты ПИ-регуляторов.

Моделирование движения кисти. Перемещение кисти осуществляется с постоянной скоростью и реализовано через смещение глобальных координат.

Алгоритм решения задачи переноса объекта. Предполагается, что объект, подлежащий захвату, представляет собой жесткий куб заданного размера, форма и размеры которого не изменяются под действием сил. Полный процесс задачи переноса объекта в заданную точку можно разделить на четыре этапа:

- 1) перемещение манипулятора из начальной точки в точку над объектом (рис. 2);
- 2) постепенное приближение пальцев к объекту без контакта (рис. 3);
- 3) начало контакта пальцев с объектом и постепенное увеличение силы до достижения значения, необходимого для стабильного захвата (рис. 4);

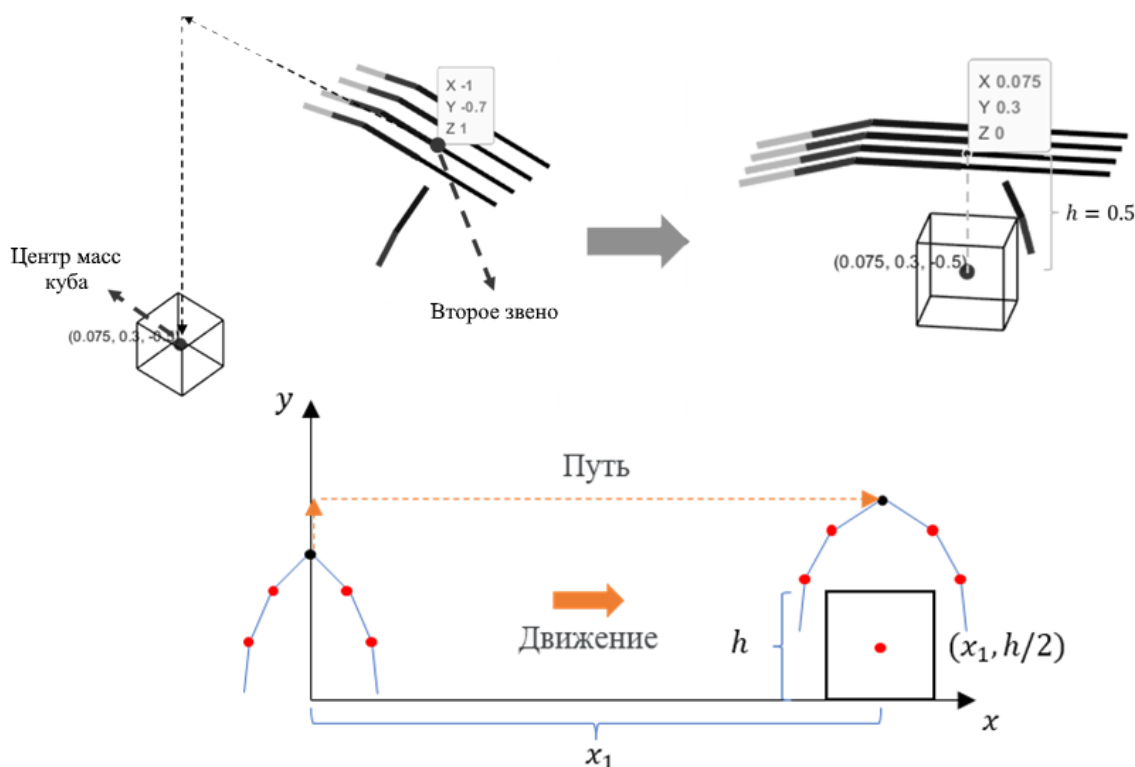


Рис. 2. Упрощенная схема первого этапа процесса захвата

Примечание: составлено авторами.

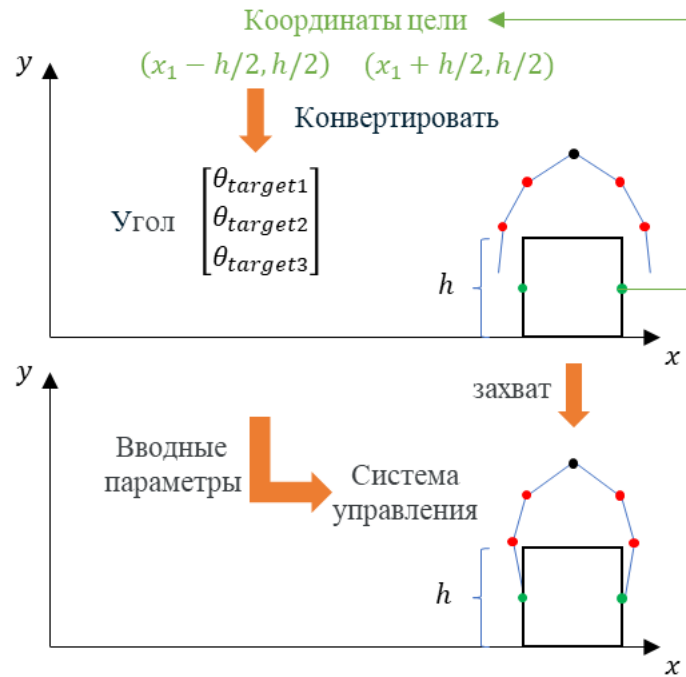


Рис. 3. Упрощенная схема использования оптимизационного алгоритма для определения целевых углов суставов

Примечание: составлено авторами.

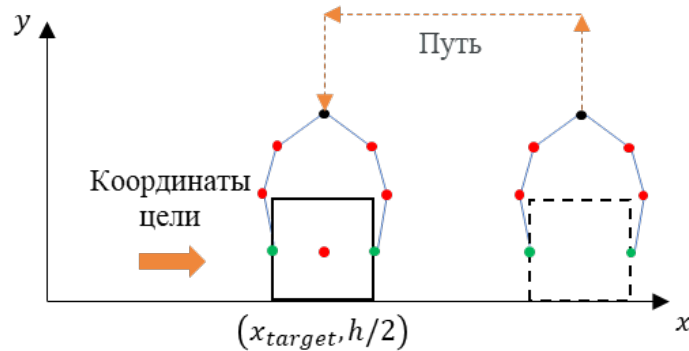


Рис. 4. Упрощенная схема четвертого этапа процесса захвата

Примечание: составлено авторами.

4) перемещение объекта в заданную точку.

На первом этапе процесса захвата манипулятор поднимается вверх, с центром во втором звене среднего пальца, и перемещается в известное положение над центром масс заданного объекта. Затем манипулятор медленно опускается до высоты в 5 см от объекта (см. рис. 2). Аналогичный подход применяется и для четвертого этапа переноса объекта, но с подъемом манипулятора уже вместе с объектом.

Позиционирование пальцев на захватываемом объекте. На этапе захвата объекта сначала решается задача обратной кинемати-

ки. Она обычно связана с решением системы нелинейных уравнений, которые трудно решить аналитически. В качестве численного подхода предлагается использовать численный метод оптимизации на примере генетического алгоритма. Положение конца пальца манипулятора в трехмерном пространстве (x , y , z) может быть выражено через углы суставов следующим образом (см. рис. 2):

$$\begin{cases} x_3 = l_1 \cos \theta_1 \cos \varphi_1 + l_2 \cos \theta_2 \cos \varphi_2 + l_3 \cos \theta_3 \cos \varphi_3 \\ y_3 = l_1 \cos \theta_1 \sin \varphi_1 + l_2 \cos \theta_2 \sin \varphi_2 + l_3 \cos \theta_3 \sin \varphi_3 \\ z_3 = l_1 \sin \theta_1 + l_2 \sin \theta_2 + l_3 \sin \theta_3 \end{cases} \quad (14)$$

Эти уравнения описывают переход от угловых положений звеньев манипулятора к положению конца пальца в декартовой системе координат. Задача обратной кинематики состоит в том, чтобы при заданном целевом положении $(x_{\text{зад}}, y_{\text{зад}}, z_{\text{зад}})$ найти углы $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, при которых выполняются указанные уравнения. Для формирования задачи оптимизации к решению обратной задачи кинематики сформируем вектор ошибки положения конца пальца последнего звена пальца и евклидову норму ошибки в виде:

$$\|e(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\|_2 = \sqrt{(x - x_{\text{зад}})^2 + (y - y_{\text{зад}})^2 + (z - z_{\text{зад}})^2}. \quad (15)$$

Тогда постановка оптимизационной задачи для каждого пальца в отдельности (так как предполагается отсутствие взаимосвязей между ними) может быть сформулирована как:

$$\{\theta_1, \theta_2, \theta_3\} = \arg \min_{\theta_i \in [\theta_i^{\min}, \theta_i^{\max}]} \|e(\theta_1, \theta_2, \theta_3)\|_2. \quad (16)$$

Отметим, что заданные координаты концов пальцев для каждого пальца разные.

Моделирование силы касания. Предполагаем, что материал концов пальцев является мягким и подвержен деформации при контакте с объектом, что схоже с системой «масса–пружина–демпфер», математическая модель которой используется в качестве модели контакта, а кинематическая схема которой представлена на рис. 5, где введены следующие обозначения: m – масса системы; b – коэффициент вязкого трения; k – коэффициент упругости пружины; q – смещение системы; $F_{\text{конт}}$ – сила контакта пальца с объектом.

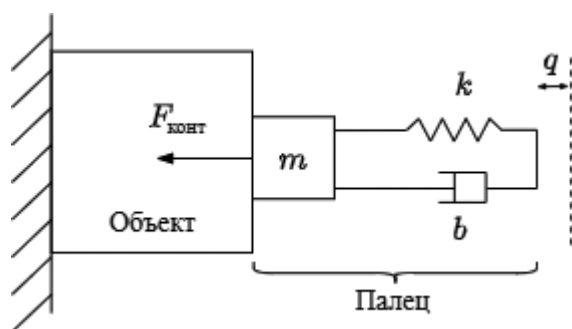


Рис. 5. Контакт и применение силы
 Примечание: составлено авторами.

Необходимо рассмотреть три случая: нет контакта с объектом; критическая точка при возникновении контакта, но $F_{\text{конт}} = 0$; контакт с объектом при $F_{\text{конт}} > 0$.

Модель контакта конца каждого пальца можно описать следующим образом:

$$m\ddot{q} + b\dot{q} + kq = F_{\text{конт}} = u. \quad (17)$$

Тогда уравнение состояния системы в нормальной форме Коши записывается как:

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_2 \\ -\frac{b}{m}x_2 - \frac{k}{m}x_1 + \frac{u}{m} \end{bmatrix}. \quad (18)$$

Система регулирования строится с обратной связью по силе и использованием ПИ-регулятора. Управление u рассчитывается на основе текущей ошибки e_F , которая определяется как разница между заданным значением силы $F_{\text{зад}}$ и фактической силой $F_{\text{конт}}$:

$$e_F = F_{\text{зад}} - F_{\text{конт}} \quad (19)$$

и соответствующей величиной интегральной ошибки $e_{F_{\text{int}}}$. Закон ПИ-регулирования силы записывается следующим образом:

$$u = k_{pF}e_F + k_{iF}e_{F_{\text{int}}}, \quad (20)$$

где k_{pF}, k_{iF} – коэффициенты регулятора. Таким образом, формирование силы контакта $F_{\text{конт}}$ реализуется системой слежения за заданной установкой в виде $F_{\text{зад}}$, которая задается в виде константы, предварительно рассчитанной на основе конфигурации захвата и предположительно необходимой силы трения между пальцами и объектом, обеспечивающей надежный захват. Описанная модель контакта используется для всех пальцев манипулятора, в общем случае, с различными заданными силами контакта и коэффициентами регулятора.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для апробации теоретических положений был проведен вычислительный эксперимент в среде научных вычислений MathWorks Matlab, в рамках которого использовались параметры манипулятора и объекта захвата, представленные в таблице.

Таблица

Параметры манипулятора и объекта захвата			
Параметр	Значение	Угол	Диапазон движения
Большой палец			
l_1 , м	0,037	θ_1 , град	0–85
l_2 , м	0,03	θ_2 , град	0–60
m_1 , кг	0,043		
m_2 , кг	0,025		
Четыре пальца			
l_1 , м	0,043	θ_1 , град	0–60
l_2 , м	0,025	θ_2 , град	0–110
l_3 , м	0,023	θ_3 , град	0–95
m_1 , кг	0,043		
m_2 , кг	0,025		
m_3 , кг	0,023		
Кубический объект			
l , м	0,035		
m , кг	1	–	–
k	1		

Примечание: составлено на основании источника [16].

Начальные условия для каждого из пальцев были приняты следующими:

$$\mathbf{x}_0 = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T. \quad (21)$$

А целевые значения для захвата – следующими:

$$\mathbf{x}_{\text{зад}} = \left[-\frac{\pi}{15} \ 0 \ -\frac{7\pi}{10} \ 0 \ -\frac{11\pi}{12} \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \right]^T. \quad (22)$$

В качестве примера работы описанной системы регулирования углового положения паль-

цев на рис. 6 показаны зависимости углов и угловых скоростей каждого звена для первого пальца. Система способна точно реагировать на заданную установку, плавно перемещаясь из начального положения в заданное.

Результаты второго этапа захвата, на котором вычисляются углы, необходимые для захвата объекта, представлены на рис. 7.

На рис. 8 представлены различные жесты, требующиеся для захвата объектов различного объема и массы.

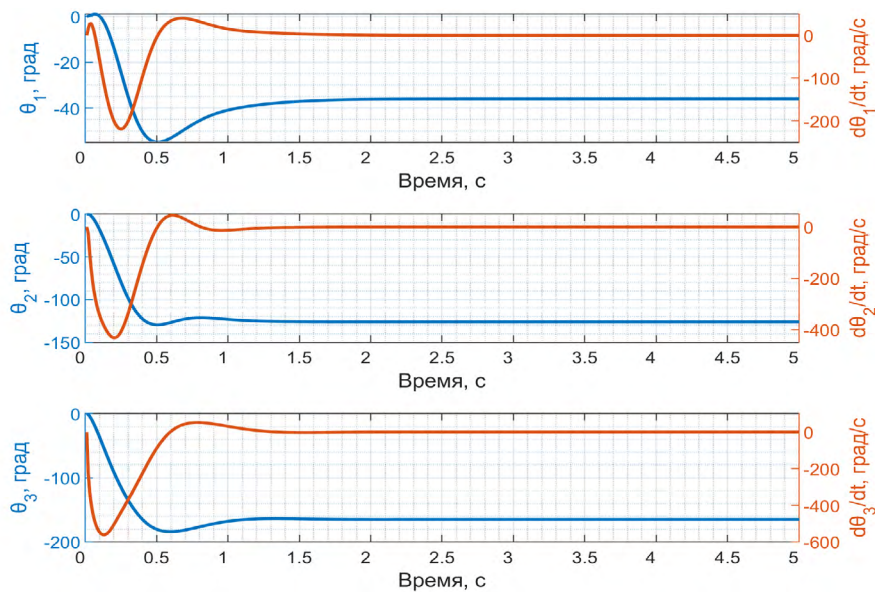


Рис. 6. Изменение углов суставов и угловых скоростей во времени

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

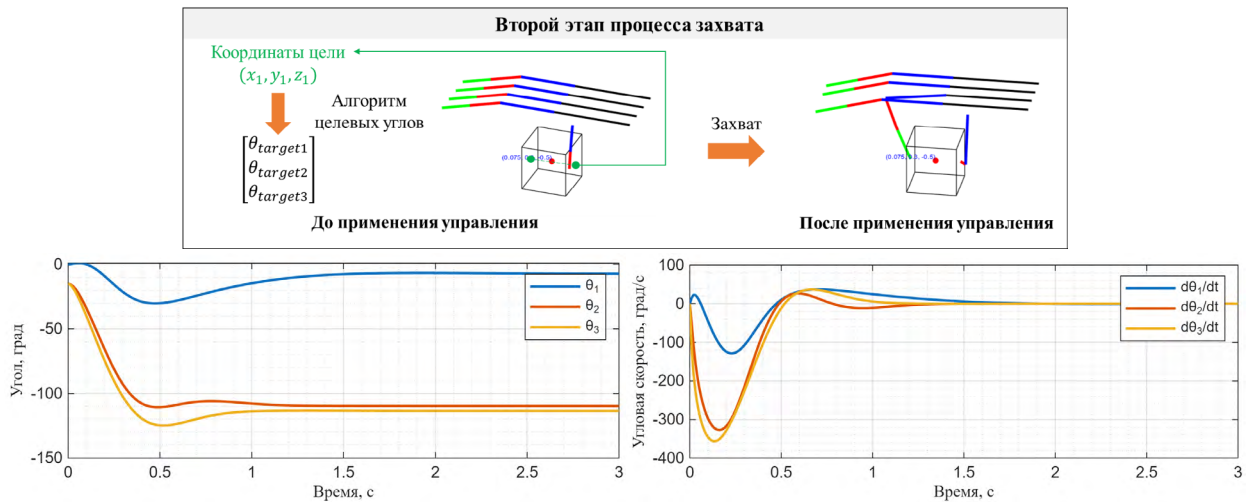


Рис. 7. Решение задачи обратной кинематики и его результаты
 Примечание: составлено авторами.

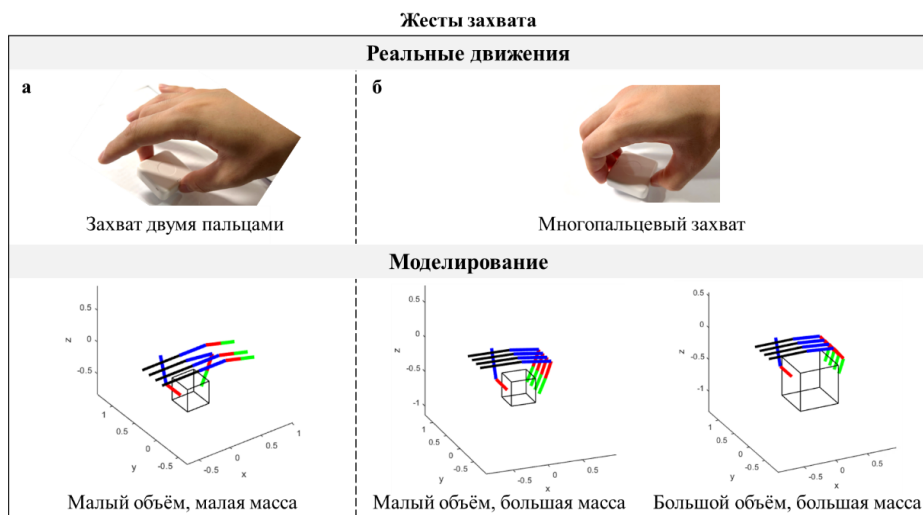


Рис. 8. Различные стратегии захвата
 Примечание: составлено авторами.

Результаты третьего этапа, в котором требуется достижение заданной для контакта силы, рассчитанной априори, представлены на рис. 9.

Полный процесс захвата показан на рис. 10.

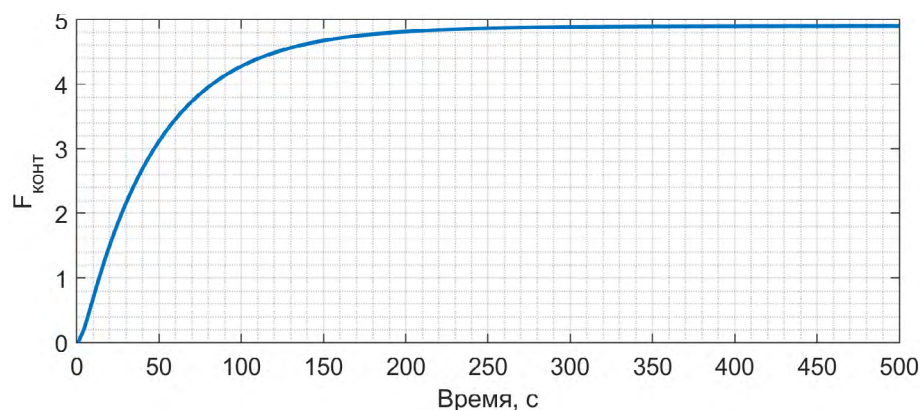


Рис. 9. Результаты выходных данных системы регулирования с обратной связью по силе
 Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в ходе исследования.

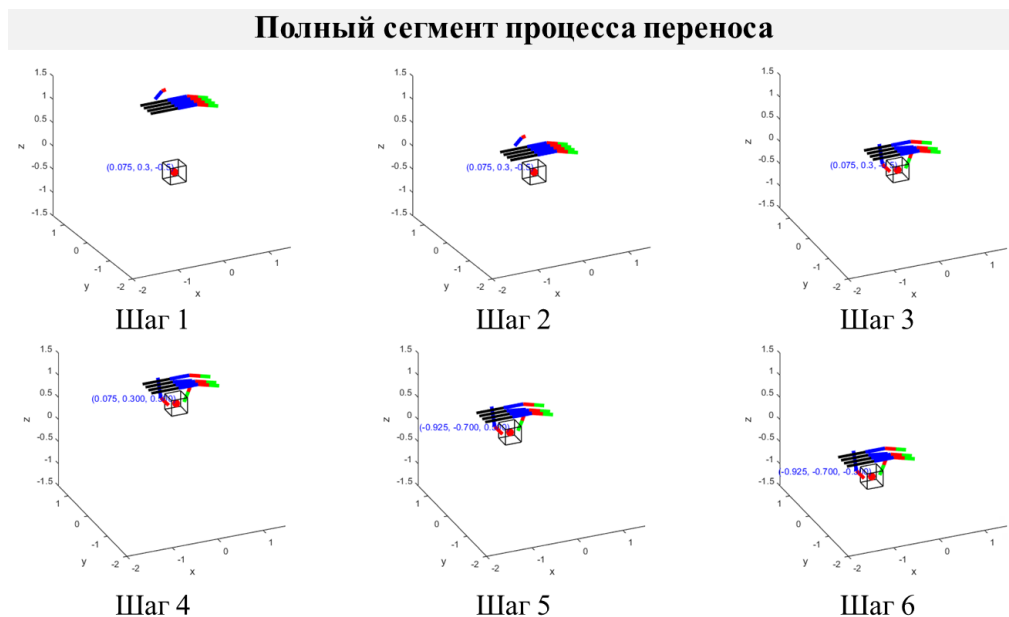


Рис. 10. Демонстрация полного процесса захвата

Примечание: составлено авторами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе рассматривалась задача захвата объекта манипулятором. Был рассмотрен процесс захвата, состоящий из четырех этапов. Получены математические модели динамики манипулятора и контакта пальца с объектом,

которые были объединены в систему. Задача обратной кинематики решалась с использованием генетического алгоритма. Результаты моделирования показали, что предложенный подход к задаче захвата объекта манипулятором обеспечивает стабильный захват.

Список источников

1. Масленников А. Л., Щербак О. Ю. Перспективы развития биотехнических систем, создаваемых по образу двигательной системы человека // *Journal of Advanced Research in Natural Science*. 2019. № 8. С. 49–57. <https://doi.org/10.26160/2572-4347-2019-8-49-57>.
2. Toedtheide A., Fortunić E. P., Kühn J. et al. A wearable force-sensitive and body-aware exoprosthesis for a transhumeral prosthesis socket // *IEEE Transactions on Robotics*. 2023. Vol. 39, no. 3. P. 2203–2223. <https://doi.org/10.1109/tro.2023.3251947>.
3. Zhang J., Zhao H., Chen K. et al. Dexterous hand towards intelligent manufacturing: A review of technologies, trends, and potential applications // *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025. Vol. 95. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2025.103021>.
4. Newbury R., Gu M., Chumbley L. et al. Deep learning approaches to grasp synthesis: A review // *IEEE Transactions on Robotics*. 2023. Vol. 39, no. 5. P. 3994–4015.
5. Beltran-Hernandez C. C., Petit D., Ramirez-Alpizar I. G. et al. Learning force control for contact-rich manipulation tasks with rigid position-controlled robots // *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2020. Vol. 5, no. 4. P. 5709–5716. <https://doi.org/10.1109/lra.2020.3010739>.

References

1. Maslennikov A. L., Scherbak O. Yu. Prospects for the development of biotechnical systems designed based on the human motor system. *Journal of Advanced Research in Natural Science*. 2019;(8):49–57. <https://doi.org/10.26160/2572-4347-2019-8-49-57>. (In Russ.).
2. Toedtheide A., Fortunić E. P., Kühn J. et al. A wearable force-sensitive and body-aware exoprosthesis for a transhumeral prosthesis socket. *IEEE Transactions on Robotics*. 2023;39(3):2203–2223. <https://doi.org/10.1109/tro.2023.3251947>.
3. Zhang J., Zhao H., Chen K. et al. Dexterous hand towards intelligent manufacturing: A review of technologies, trends, and potential applications. *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*. 2025;95. <https://doi.org/10.1016/j.rcim.2025.103021>.
4. Newbury R., Gu M., Chumbley L. et al. Deep learning approaches to grasp synthesis: A review. *IEEE Transactions on Robotics*. 2023;39(5):3994–4015.
5. Beltran-Hernandez C. C., Petit D., Ramirez-Alpizar I. G. et al. Learning force control for contact-rich manipulation tasks with rigid position-controlled robots. *IEEE Robotics and Automation Letters*. 2020;5(4):5709–5716. <https://doi.org/10.1109/lra.2020.3010739>.

6. Nakamura Y., Nagai K., Yoshikawa T. Dynamics and stability in coordination of multiple robotic mechanisms // *The International Journal of Robotics Research*. 1989. Vol. 8, no. 2. P. 44–61. <https://doi.org/10.1177/027836498900800204>.
7. Dai H., Majumdar A., Tedrake R. Synthesis and optimization of force closure grasps via sequential semidefinite programming // *Robotics Research. Springer Proceedings in Advanced Robotics* / Bicchi A., Burgard W., eds. Cham : Springer, 2018. Vol. 2. P. 285–305. https://doi.org/10.1007/978-3-319-51532-8_18.
8. Ozawa R., Tahara K. Grasp and dexterous manipulation of multi-fingered robotic hands: A review from a control view point // *Advanced Robotics*. 2017. Vol. 31, no. 19–20. P. 1030–1050. <https://doi.org/10.1080/01691864.2017.1365011>.
9. Fakhari A., Keshmiri M., Kao I. et al. Slippage control in soft finger grasping and manipulation // *Advanced Robotics*. 2016. Vol. 30, no. 2. P. 97–108. <https://doi.org/10.1080/01691864.2015.1105149>.
10. Заика В. В., Масленников А. Л. Математическое моделирование однозвенного сферического маятника в сферической системе координат // *Политехнический молодежный журнал*. 2019. № 9 (38). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2019-9-522>.
11. Заика В. В., Масленников А. Л. Синтез системы регулирования сферического маятника методом компенсации нелинейностей // *Фундаментальные основы механики*. 2019. № 4. С. 74–79. <https://doi.org/10.26160/2542-0127-2019-4-74-79>.
12. Заика В. В., Масленников А. Л. Цифровая система управления сферическим маятником // *Journal of Advanced Research in Technical Science*. 2020. № 21. С. 82–88. <https://doi.org/10.26160/2474-5901-2020-21-82-88>.
13. Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot modeling and control, second edition // *IEEE Control Systems*. 2022. Vol. 42, no. 1. P. 126–128. <https://doi.org/10.1109/MCS.2021.3122271>.
14. Dong S., Yuan Z., Zhang F. A simplified method for dynamic equation of robot in generalized coordinate system // *Journal of Physics: Conference Series*. 2019. Vol. 1345, no. 4. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1345/4/042077>.
15. Заика В. В., Масленников А. Л. Цифровая система управления трехзвенного сферического маятника с координированным управлением // *Автоматизация. Современные технологии*. 2022. Т. 76, № 12. С. 566–572. <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2022-76-12-566-572>.
16. Gracia-Ibáñez V., Vergara M., Sancho-Bru J. L. et al. Functional range of motion of the hand joints in activities of the International Classification of Functioning, Disability and Health // *Journal of Hand Therapy*. 2017. Vol. 30, no. 3. P. 337–347. <https://doi.org/10.1016/j.jht.2016.08.001>.
6. Nakamura Y., Nagai K., Yoshikawa T. Dynamics and stability in coordination of multiple robotic mechanisms // *The International Journal of Robotics Research*. 1989. Vol. 8, no. 2. P. 44–61. <https://doi.org/10.1177/027836498900800204>.
7. Dai H., Majumdar A., Tedrake R. Synthesis and optimization of force closure grasps via sequential semidefinite programming. In: Bicchi A., Burgard W., eds. *Robotics Research. Springer Proceedings in Advanced Robotics*. Cham: Springer; 2018. Vol. 2. p. 285–305. https://doi.org/10.1007/978-3-319-51532-8_18.
8. Ozawa R., Tahara K. Grasp and dexterous manipulation of multi-fingered robotic hands: A review from a control view point. *Advanced Robotics*. 2017;31(19–20):1030–1050. <https://doi.org/10.1080/01691864.2017.1365011>.
9. Fakhari A., Keshmiri M., Kao I. et al. Slippage control in soft finger grasping and manipulation. *Advanced Robotics*. 2016;30(2):97–108. <https://doi.org/10.1080/01691864.2015.1105149>.
10. Zaika V. V., Maslennikov A. L. Single-joint spherical pendulum mathematical modeling in spherical coordinate system. *Politechnical Student Journal*. 2019;(9). <http://dx.doi.org/10.18698/2541-8009-2019-9-522>. (In Russ.).
11. Zaika V. V., Maslennikov A. L. Spherical pendulum control synthesis via nonlinearities compensation. *Fundamentalnye osnovy mekhaniki*. 2019;(4):74–79. <https://doi.org/10.26160/2542-0127-2019-4-74-79>. (In Russ.).
12. Zaika V. V., Maslennikov A. L. Digital control of the spherical pendulum. *Journal of Advanced Research in Technical Science*. 2020;(21):82–88. <https://doi.org/10.26160/2474-5901-2020-21-82-88>. (In Russ.).
13. Spong M. W., Hutchinson S., Vidyasagar M. Robot modeling and control, second edition. *IEEE Control Systems*. 2022;42(1):126–128. <https://doi.org/10.1109/MCS.2021.3122271>.
14. Dong S., Yuan Z., Zhang F. A simplified method for dynamic equation of robot in generalized coordinate system. *Journal of Physics: Conference Series*. 2019;1345(4). <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1345/4/042077>.
15. Zaika V. V., Maslennikov A. L. Digital control system of a three-link spherical pendulum with coordinated control. *Automation. Modern Technologies*. 2022;76(12):566–572. <https://doi.org/10.36652/0869-4931-2022-76-12-566-572>. (In Russ.).
16. Gracia-Ibáñez V., Vergara M., Sancho-Bru J. L. et al. Functional range of motion of the hand joints in activities of the International Classification of Functioning, Disability and Health. *Journal of Hand Therapy*. 2017;30(3):337–347. <https://doi.org/10.1016/j.jht.2016.08.001>.

Информация об авторах

Джин Хэ – магистр;

<https://orcid.org/0009-0009-1534-8484>,
dzhinkh@student.bmstu.ru

А. Л. Масленников – старший преподаватель;

<https://orcid.org/0000-0001-9061-4193>,
amas@bmstu.ru✉

О. Ю. Щербак – ассистент;

<https://orcid.org/0000-0002-1826-910X>,
scherbak.olga.j@bmstu.ru

About the authors

Jin He – Master's Degree Student;

<https://orcid.org/0009-0009-1534-8484>,
dzhinkh@student.bmstu.ru

A. L. Maslennikov – Senior Lecturer;

<https://orcid.org/0000-0001-9061-4193>,
amas@bmstu.ru✉

O. Yu. Scherbak – Assistant;

<https://orcid.org/0000-0002-1826-910X>,
scherbak.olga.j@bmstu.ru