

Научная статья

УДК 001.891:303.443.2:004.94+530.1

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-4>



Численные методы теории перколяции при анализе проявления связности в сетях знаний

Олег Русланович Попов^{1✉}, Сергей Олегович Крамаров², Елена Владимировна Гребенюк²

¹Национальный исследовательский технологический университет «МИСИС», Москва, Россия

²Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

Аннотация. Моделируем динамику изменения связности в нерегулярных сетевых структурах, основываясь на теории перколяции. В качестве реальной «сети знаний» анализируем растущую сеть цитирования научных публикаций, структурированных на основе произведенной в базе данных arXiv выборки, связанной со «второй суперструнной революцией» в области теоретической физики высоких энергий (НЕР). Выбранный инструментарий численного моделирования позволяет подробно изучить процесс кластеризации сетей и значения макроскопических величин вблизи порога перколяции. Установлено, что с ростом средней степени сети коррелирует увеличение величины порога перколяции, достигая величины насыщения (в интервале 0,65–0,70 для задачи узлов), а также увеличивается средний размер кластера. Скорость роста кластеризации узлов наиболее сильно возрастает в области значений вероятности исключения единичных узлов от 0,5 до 0,8. В сравнении с перколяционными процессами, кластеризация в растущей сети знаний более чувствительна к изменению плотности ее связей.

Ключевые слова: сеть знаний, сеть цитирования, сеть, физика высоких энергий, НЕР, перколяция, перколяционный переход, связность, гигантский компонент, кластеризация

Для цитирования: Попов О. Р., Крамаров С. О., Гребенюк Е. В. Численные методы теории перколяции при анализе проявления связности в сетях знаний // Вестник кибернетики. 2026. Т. 25, № 1. С. 39–48. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-4>.

Original article

Numerical simulation of percolation theory in connectivity analysis of knowledge networks

Oleg R. Popov^{1✉}, Sergey O. Kramarov², Elena V. Grebenyuk²

¹National University of Science and Technology “MISIS”, Moscow, Russia

²Surgut State University, Surgut, Russia

Abstract. The paper models the dynamics of connectivity change in irregular networks using percolation theory. The article analyzes an existent knowledge network, i.e. citation system for scientific publications based on a sample from the arXiv database related to the “second superstring revolution” in high-energy physics (HEP). The selected numerical modeling method enables a closer study of the network clustering and the macroscopic quantities’ values near the percolation threshold. The work demonstrates that the percolation threshold increases with the average network degree, reaching a saturation value of 0.65–0.70 in the node problem. Moreover, the average cluster size also increases. The growth rate of node clustering peaks in the range from 0.5 to 0.8 considering a single node omission probability. The results reveal that clustering in an expanding knowledge network is more sensitive to changes in the connection density compared to percolation processes.

Keywords: knowledge network, citation network, network, high-energy physics, HEP, percolation, percolation transition, connectivity, giant component, clustering

For citation: Popov O. R., Kramarov S. O., Grebenyuk E. V. Numerical simulation of percolation theory in connectivity analysis of knowledge networks. *Proceedings in Cybernetics*. 2026;25(1):39–48. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2026-1-4>.

ВВЕДЕНИЕ

Современное развитие Индустрии 4.0 подразумевает цифровизацию производства [1], а также широкое применение интеллектуальных систем и математических моделей [2] для оптимизации и повышения эффективности задач управления в динамике сложных социотехнических систем (СТС), критически зависящих от потоков информации и данных. Перколяция (percolare, или протекание в переводе с латинского), в ее наиболее общей интерпретации, относится к «потоку» чего-либо (физического носителя, данных или информации) в случайных, как правило, сетевых структурах, сопровождаемому некоторыми нелинейными динамическими процессами в узлах сети. Возникнув в области статистической и материальной физики, с точки зрения гетерогенных моделей взаимодействия компонентов, составляющих сложные СТС, она имеет множество приложений в социологии, биологии, эпидемиологии [3], а также в информатике и компьютерных науках [4].

Математическим предметом она начинается с классической работы Бродбента и Хаммерсли в 1957 году [5], в которой были введены его название, а также геометрические и вероятностные понятия.

В течение последних десятилетий перколяционное моделирование широкого класса так называемых критических явлений показало их универсальность с математической точки зрения [6]. Оказалось, что процессы различной природы, такие как проникновение жидкости или газа внутрь пористого камня, распространение эпидемий или информации в социальной сети, математическим образом сходятся в аддитивную компоненту [7, 8].

Перколяция в социальных сетях при анализе сетей знаний, или информационная перколяция – актуальное, популярное и развивающееся направление на стыке научных концепций. Рассматривались вопросы моде-

лирования реальной перколяции и фазовых переходов в сложных социотехнических сетевых структурах: в коэволюции между структурой сети и уровнем активности пользователя [9], с учетом самоорганизации и наличия памяти [10], в распределенных системах различных сетей для анализа распространения эпидемий и связанной с ними информации [11], в нейронных сетях с динамически изменяемой функциональной связностью [12].

В меньшей степени представлены проблемы моделирования динамики сложных СТС, в которых происходит трансформация потоков информации, когда через формирование критически связанных кластеров она становится знанием (проектирование новых систем образования, выявление скрытых паттернов в данных, оптимизация приложений наукометрии для прогноза прорывных научных направлений).

Наш подход основан на рассмотрении сетей знаний как перколяционных систем, в которых:

- узлами выступают отдельные идеи, термины, данные, публикации, исследователи, институты;
 - связи представляют собой логические зависимости, цитирования, семантические ассоциации;
 - перколяционный переход – это возникновение гигантского кластера взаимосвязанных знаний, который становится основой для новых открытий или парадигм.
- Феномен, где информация становится знанием через формирование критически связанных кластеров, объединяет сетевую физику, теорию информации и когнитивные науки, и в развитии на стыке наук [7] это важно:
- с точки зрения гетерогенных моделей взаимодействия компонентов, составляющих сложные сетевые системы;
 - как парадигма случайной и полуслучайной связности компонентов сетевых систем;

– как анализ методов, осуществляющих фильтрацию, структурирование и интеграцию данных;

– как изучение механизмов, отражающих физическую природу информации и ее трансформацию в системах, где связи между элементами играют ключевую роль.

Цель работы – осуществить проверку гипотезы перколяционной трансформации информации с помощью численных методов, основанных на применении теории перколяции к динамическим информационным процессам.

МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Теория перколяции и формирование геометрической связности: информационный подход.

Перколяция часто рассматривается на геометрических структурах (дискретных решетчатых моделях, случайных графах, фрактальных самоподобных геометриях) и развивается на уровне подходов к описанию сложных объектов, основанных на геометрических понятиях.

Так, в физике твердого тела «в рамках перколяционного представления формирование микроструктур сегнетокерамики есть серия геометрических фазовых переходов, происходящих на различных структурных уровнях, которые могут быть описаны как появление соединяющих кластеров в соответствующих перколяционных решетках» [13].

В основном теория касается существования так называемого перколяционного (percolating), бесконечного (infinity) или соединяющего (connecting) кластера (P_∞ , БК) и его структуры по отношению к вероятности заполнения p . Вероятность p здесь можно интерпретировать как долю (концентрацию) занятых узлов при случайно-однородном заполнении решетки.

Для характеристики этого явления принимают размер гигантского скопления S , который определяется как:

$$S = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{S_1}{N},$$

где N – размер системы (общее количество узлов); S_1 – количество узлов в самом большом кластере.

В отличие от термического или магнитного фазовых переходов, перколяционный переход (ПП) – это изменение топологии системы: от изолированных кластеров к глобально связанной сети [14]. В случайной геометрической структуре фазовый переход возникает из-за изменения связности и характеризуется структурными свойствами кластеров вблизи критической вероятности p_c .

Поскольку перколяция связана с кластеризацией, следовательно, параметризация распределения кластеров играет центральную роль в описании теории перколяции. Функция распределения размеров кластеров $n_s(p)$ определяется как среднее число кластеров размера s на узел, нормированное на полное число узлов. В терминах $n_s(p)$ можно определить P_s как вероятность того, что произвольный занятый узел принадлежит кластеру размера s :

$$P_s = \frac{s n_s(p)}{\sum_s n_s(p)}.$$

Средний размер кластера $S(p)$ тогда определяется как:

$$S(p) = \sum_s s P_s = \frac{\sum_s s^2 n_s(p)}{\sum_s s n_s(p)}.$$

Наш подход к описанию информационных процессов в сложных СТС может быть дополнен моделями, построенными на аналогии с некоторыми типами процессов, описывающих изменение фундаментальных свойств сетевой теории: связность, кластерность и перколяция.

В исследовании динамики формирования связей в терминологических сетях («сетях знаний»), составленных из предметной области библиографических выборок БД Scopus, показано [15, 16], что значимость сетевых показателей связности, определяющих степень передачи информации без потерь и искажений, очевидна.

Численное моделирование сетей цитирования, построенных на основе библиографической выборки в базе arXiv, показало, что

«в сети физики высоких энергий (НЕР) происходит перколяционный переход, индикатором которого является образование вблизи локальной критической точки гигантского компонента» [17].

Вычисление данных характеристик позволяет ответить на такие важные вопросы, как:

1. Какова общая доля узлов (связей) сети, исключение которых способно нарушить связность всей сети, достигая критического порога?

2. Как вероятность блокирования (исключения) одного узла сети влияет на значение и свойства различных макроскопических величин, как, например, средний размер кластера?

3. Какова структура перколяционного кластера, выявляемая через распределение кластеров исключенных узлов (связей) по размерам, и ряд других вопросов.

Квадратная сетка как часть упорядоченных и симметричных систем – это наиболее простая, но только одна из возможных абстрактных моделей. Сети, моделирующие реальные информационные объекты, обладают свойствами конечности и определенной хаотичности. Глобальная научная информационная система – это сложная, динамичная, абстрактная система.

Следует учитывать ее особенности:

1. Узлы представляют собой динамичные огромные объемы данных из множества источников (научные публикации, патенты, технические документы, финансовые отчеты, социальные сети, данные о продуктах и технологиях).

2. Контекстуализация связей между данными реализуется через семантический анализ, сетевой анализ, анализ цитирования, тематическое моделирование, анализ временных рядов.

Это создает постоянно обновляемую, структурированную модель сложной научной «сети знаний», отражающую ее текущее состояние и эволюцию. Если мы ставим задачу исследовать реальную сетевую структуру, то применение аналитических формул перколяционной теории может давать погрешность, и следует полагаться на численное моделирование.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численное моделирование процесса блокировки и анализа связанных компонент

В качестве реальной «сети знаний» анализируем сеть цитирования статей по физике высоких энергий из базы данных arXiv с 1 августа 1991 г. по 12 мая 2003 г. Произведена выборка 27770 публикаций в разделе НЕР (“High Energy Physics – Theory”). Сеть цитирования представлена 352807 графами. Исходные данные для ЧМ заданы в работе [17]. В формате программного продукта Pajek исследованы общие сетевые параметры и показатели связности сетей цитирования НЕР в динамике, которые структурированы по временным кластерам с интервалом в 1 месяц. Предпосылками установленного перколяционного перехода в растущей сети НЕР является поведение компонентов сети (количества публикаций) и соединительных свойств сетей (ссылок) в динамике от небольших кластеров к большим связующим кластерам.

Универсальность перколяционных процессов открывает возможность использования при анализе динамики сетей знаний апробированные численные модели, описывающие изменение физических свойств среды: электрической проводимости [18], границы области коррозии [19], скорости разложения газогидрата [8]. Нами использовано специализированное программное обеспечение, разработанное специально для детального моделирования перколяционных процессов [20]. Инструментарий позволяет более подробно изучить процесс кластеризации сетей цитирования НЕР и значения макроскопических величин вблизи порога перколяции.

Для моделирования аналога информационной сети мы переходим от решеточной перколяции к перколяции в произвольных (случайных) сетях. Это классическая задача теории случайных графов и теории перколяции на графах.

Для произвольной сети (не обязательно решеточной) с заданным распределением степеней узлов (количества связей) мы можем использовать теорию случайных графов, чтобы найти порог перколяции.

Рассмотрим неориентированный граф с N узлами. Пусть узел имеет степень k (число связей) с вероятностью p_k . Средняя степень узла: $= \sum k p_k$.

Мы рассматриваем перколяцию узлов: каждый узел открыт (не блокирован) с вероятностью p (или, наоборот, блокирован с вероятностью $1 - p$). Нас интересует, при каком p возникает гигантская связная компонента (аналог бесконечного кластера).

В теории случайных графов используют следующую идею: гигантская компонента возникает, когда узел, достижимый по случайной связи, имеет в среднем хотя бы одну другую связь, ведущую к другим узлам, и так далее.

Реальная сеть имеет структуру, отличную от случайного графа (например, имеет кластеризацию, ассортативность и т. д.). Опишем краткий алгоритм численного моделирования для произвольной сети.

1. Построение исходной сети.

В качестве аналога информационной сети выбран тип «произвольные сети». Параметр «количество узлов в сети» зафиксирован на момент начала перколяции. Показатель «среднее число связей на один узел» k («степень сети») меняется в динамике, соответствуя данным, выбранным во временном интервале перколяционных процессов (январь 1994 – июль 1995 гг.) в [17].

2. Процедура блокировки.

Для заданной вероятности блокировки p (доля незаблокированных узлов) случайным образом блокируем (удаляем) долю $(1 - p)$ узлов. Все инцидентные связи также удаляются. Повторяем много реализаций (например, 1000).

3. Анализ связности.

Находим связные компоненты в оставшейся сети. Определяем размер наибольшей компоненты S_{max} (например, компоненты, размер которой превышает некоторый порог, например 5% от общего числа узлов). Оцениваем вероятность протекания P (наличие гигантской компоненты) как долю реализаций, в которых гигантская компонента возникла.

4. Определение порога перколяции.

Рассматриваем порог перколяции как долю $p_c = 1 - f_c$, $p_c = 1 - p$, где f_c – критическая вероятность блокировки, при которой:

$$\frac{S_{max}}{N} \rightarrow 0 \text{ при } N \rightarrow \infty.$$

Строим график вероятности протекания P от p и находим p_c как точку, где вероятность приближается к $1/2$, что является естественным следствием симметрии перколяционного перехода и свойств скейлинговой теории вблизи критической точки [21, с. 109]. Анализируем характер перколяции в зависимости от степени сети.

5. Анализ кластеризации.

Определяем средний размер кластера аналитическими методами. Моделируем зависимость средних размеров кластеров произвольной сети $S(p)$ от вероятности блокирования (исключения) узлов из сети p . Строим график зависимости S от p и фиксируем p как точку, где вероятность исключения равна 0,5, и экстраполируем участки данного пересечения на ось ординат. Анализируем характер кластеризации в зависимости от степени сети.

На рис. 1 показана зависимость вероятности P протекания произвольной сети от вероятности блокирования одного узла связи p . Кривые 1–6 построены для сетей, у которых среднее число связей находится в диапазоне $k = 1,65–9,99$. На данном графике интерпретируем значение порога перколяции p_c как экстраполяцию точек пересечения горизонтальной штриховой линии с кривыми 1–6 до пересечения с осью абсцисс.

Проанализируем, как значения величин порога перколяции p_c , полученные на основе заданного алгоритма, связаны с изменением среднего числа связей в данной сети. Зависимость, построенная по данной методике, представлена на рис. 2. В динамике роста среднего числа связей (в заданном диапазоне) пороги протекания достигают величины насыщения (в интервале 0,65–0,70) и затем в меньшей степени зависят от нее.

Проведенная аппроксимация позволяет получить линейную зависимость $y = 0,152 \ln(x) + 0,520$, которая коррелирует с результатами моделирования перколяции информации в сетях со случайной структурой [20].

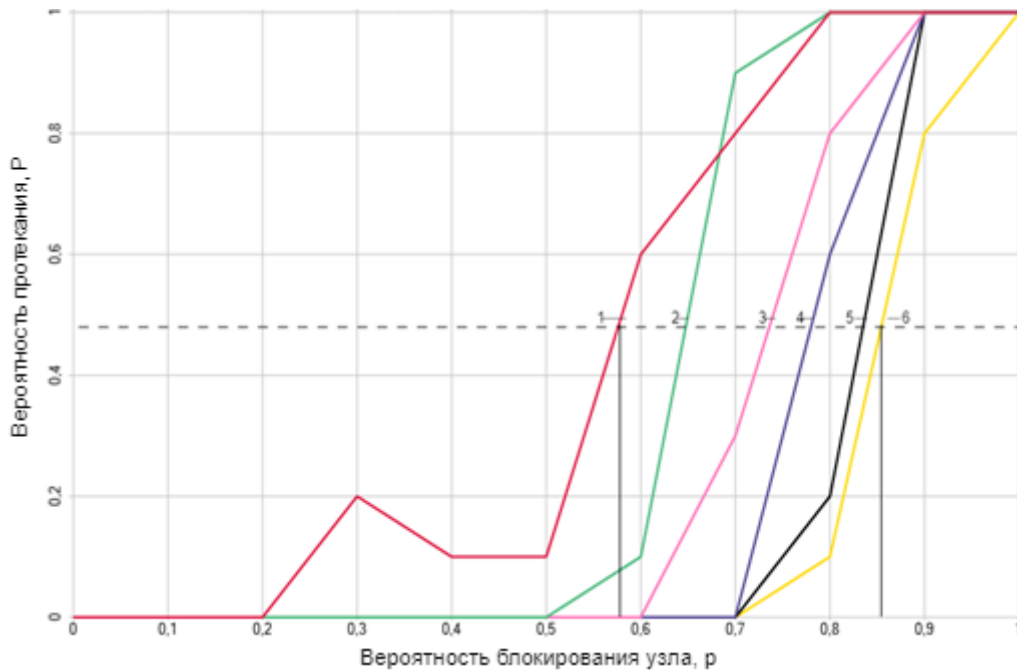


Рис. 1. Зависимость вероятности протекания P произвольной сети от вероятности блокирования одного узла связи p с различной степенью сети k (горизонтальная штриховая линия обозначает значение критической вероятности протекания равное 0.5): кривая 1 построена для сети, у которой $k = 1,65$; 2 – 2,44; 3 – 3,47; 4 – 5,21; 5 – 8,31; 6 – 9,99

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

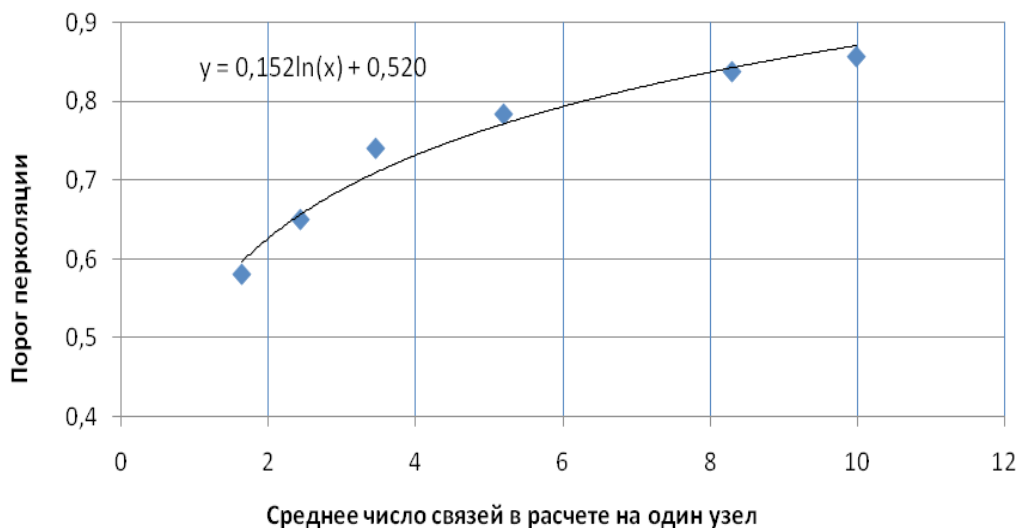


Рис. 2. Зависимость порога перколяции p_c произвольной сети от средней степени сети (в диапазоне $k = 1,65-9,99$)

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

Стохастический процесс формирования кластерности, являющийся индикатором концептуальных изменений в сетях цитирования, позволяет выявлять и связывать статьи в исследовательскую схему, представляющую связанные абстрактные концепции или фрагменты единых теорий. Выявляемая динамика среднего размера кластера является обобщенным показате-

лем скорости перехода от локальных понятий к достижению «критической массы» связей.

На рис. 3 выведена зависимость среднего размера кластера от вероятности исключения узлов произвольных сетей, у которых средняя степень сети находится в заданном диапазоне k (кривые 1–6). На графике видно, что в диапазоне вероятности блокировки единичных

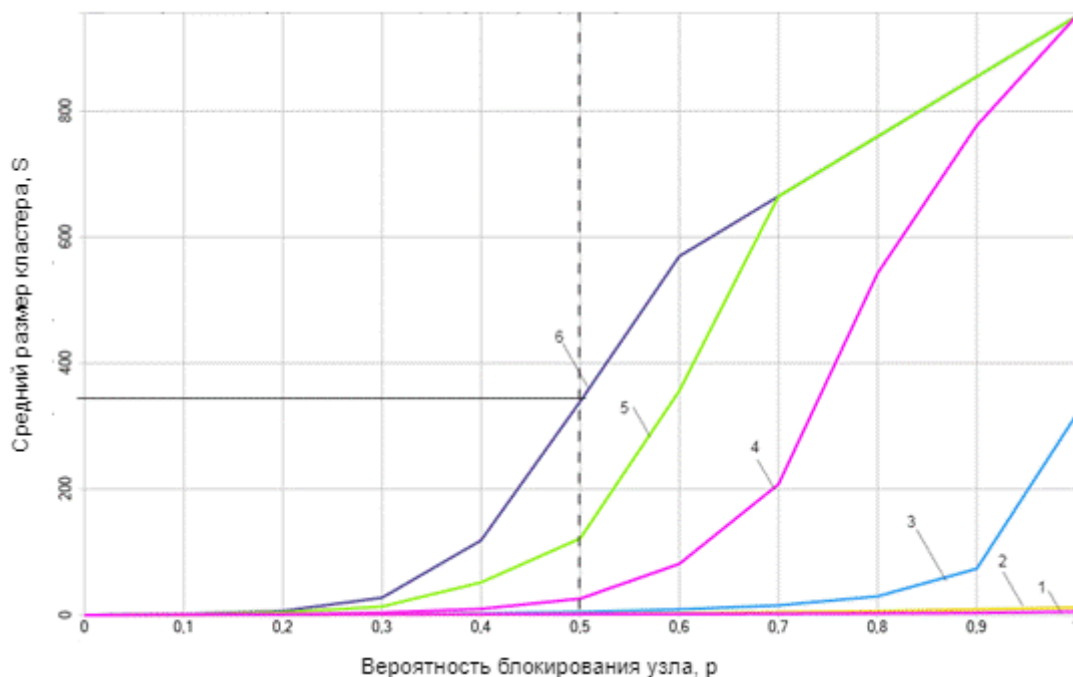


Рис. 3. Зависимость среднего размера кластера S произвольной сети от вероятности блокирования одного узла связи p с различной степенью сети k (вертикальная штриховая линия обозначает значение вероятности исключения, равное 0,5): кривая 1 построена для сети, у которой $k = 1,65$; 2 – 2,44; 3 – 3,47; 4 – 5,21; 5 – 8,31; 6 – 9,99

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

узлов 0,5–0,8 скорость роста кластеризации узлов отличается наибольшей динамикой.

Если зафиксировать вероятность исключения, равную 0,5, которая показана на рис. 3 вертикальной штриховой линией, и экстраполировать участки в центре кривых 1–6 до пересечения с осью ординат, то полученные значения величин показывают характер изменения среднего размера кластера в зависимости от степени сети.

Представленная на рис. 4 зависимость демонстрирует экспоненциальный характер, аппроксимация которой выражена уравнением $y = 0,614e^{0,642x}$, что характеризует высокую чувствительность процессов кластеризации в данной сети к изменению плотности ее связей.

Следует обратить внимание (рис. 3), что для произвольной решетки количество узлов в несвязанных областях (кластерах) перегруженных узлов начинает в среднем превышать 10 только после величины вероятности блокирования $p = 0,2$. Это зависит от среднего числа связей сети.

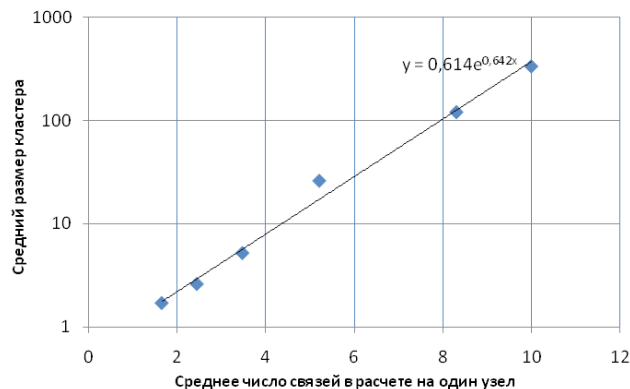


Рис. 4. Зависимость среднего размера кластера S произвольной сети от средней степени сети (в диапазоне $k = 1,65–9,99$)

Примечание: составлено авторами на основании данных, полученных в исследовании.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Перколяционный переход, являясь индикатором внезапных концептуальных изменений в научных сетях цитирования, позволяет выявлять и связывать статьи в исследовательскую схему, составляющую кластер новых идей или теорий.

2. При моделировании перколяционных процессов в произвольных сетях, заданных

на основе параметров реальных информационных сетей цитирования научных публикаций, пороги протекания при возрастании плотности сети достигают величины насыщения (в интервале 0,65–0,70) и далее в меньшей степени зависят от нее.

3. Моделирование динамики кластеризации связанных исключенных узлов производственных сетей, у которых средняя степень сети находится в диапазоне $k = 1,65\text{--}9,99$, показало, что в диапазоне вероятности блокировки единичных узлов 0,5–0,8 скорость роста кластеризации узлов отличается наибольшей динамикой.

4. Зависимость между средней степенью сети и средним размером кластера носит экспоненциальный характер, а между плотно-

стью и порогом перколяции – логарифмический, то есть процессы кластеризации в сети более чувствительны к изменению ее плотности ее связей, чем перколяционные, являющиеся следствием обширного накопления локальных кластеров, многие из которых сливаются в один бесконечный кластер.

5. Результаты исследования могут дополнить и расширить нашу концепцию сетевой модели наукометрической информации, развиваемую на основе методов прикладной информатики, когнитивной науки и машинного обучения, для решения прикладных задач (проектирование учебных курсов как «сетей перколяции», построение интеллектуальных технологических платформ, выявление трендовых направлений научного знания).

Список источников

1. Дерябин С. А., Кондратьев Е. И., Рзазаде Ульви Азар оглы и др. Язык моделирования архитектуры цифрового предприятия: методологический подход к проектированию систем Индустрии 4.0 // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2022. № 2. С. 97–110. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2022_2_0_97.
2. Beloglazov I., Krylov K. An interval-simplex approach to determine technological parameters from experimental data // *Mathematics*. 2022. Vol. 10, no. 16. <https://doi.org/10.3390/math10162959>.
3. Brunk N. E., Twarock R. Percolation theory reveals biophysical properties of virus-like particles // *ACS Nano*. 2021. Vol. 15, no. 8. P. 12988–12995. <https://doi.org/10.1021/acsnano.1c01882>.
4. Лесько С. А., Алёшкин А. С., Филатов В. В. Стохастические и перколяционные модели динамики блокировки вычислительных сетей при распространении эпидемий эволюционирующих компьютерных вирусов // *Russian Technological Journal*. 2019. Т. 7, № 3. С. 7–27. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-3-7-27>.
5. Broadbent S. R., Hammersley J. M. Percolation processes: I. Crystals and mazes // *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1957. Vol. 53, no. 3. P. 629–641. <https://doi.org/10.1017/S0305004100032680>.
6. Kesten H. What is... percolation? // *Notices of the American Mathematical Society*. 2006. Vol. 53, no. 5. P. 572–573.
7. Li M., Liu R.-R., Lü L. et al. Percolation on complex networks: Theory and application // *Physics Reports*. 2021. Vol. 907. P. 1–68. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.12.003>.

References

1. Deryabin S. A., Kondratyev E. I., Rzaade Ulvi Azar ogly et al. Digital mine architecture modeling language: Methodological approach to design in Industry 4.0. *MIAB. Mining Informational and Analytical Bulletin*. 2022;(2):97–110. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2022_2_0_97. (In Russ.).
2. Beloglazov I., Krylov K. An interval-simplex approach to determine technological parameters from experimental data. *Mathematics*. 2022;10(16). <https://doi.org/10.3390/math10162959>.
3. Brunk N. E., Twarock R. Percolation theory reveals biophysical properties of virus-like particles. *ACS Nano*. 2021;15(8):12988–12995. <https://doi.org/10.1021/acsnano.1c01882>.
4. Lesko S. A., Alyoshkin A. S., Filatov V. V. Stochastic and percolating models of blocking computer networks dynamics during distribution of epidemics of evolutionary computer viruses. *Russian Technological Journal*. 2019;7(3):7–27. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2019-7-3-7-27>. (In Russ.).
5. Broadbent S. R., Hammersley J. M. Percolation processes: I. Crystals and mazes. *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*. 1957;53(3):629–641. <https://doi.org/10.1017/S0305004100032680>.
6. Kesten H. What is... percolation? *Notices of the American Mathematical Society*. 2006;53(5):572–573.
7. Li M., Liu R.-R., Lü L. et al. Percolation on complex networks: Theory and application. *Physics Reports*. 2021;907:1–68. <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.12.003>.
8. Petrov E. A., Dzhariev I. E., Popov O. R. et al. An approach to prediction of universal dynamic processes: A case-study of modeling electromagnetic effect

8. Петров Е. А., Джариев И. Э., Попов О. Р. и др. Подход к прогнозированию универсальных динамических процессов на примере моделирования электромагнитного воздействия на газогидратные пласты // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2023. № 6. С. 56–66. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_6_0_56.
9. Xie J., Meng F., Sun J. et al. Detecting and modelling real percolation and phase transitions of information on social media // *Nature Human Behaviour*. 2021. Vol. 5. P. 1161–1168. <https://doi.org/10.1038/s41562-021-01090-z>.
10. Жуков Д. О., Хватова Т. Ю., Зальцман А. Д. Моделирование стохастической динамики изменения состояний узлов и перколяционных переходов в социальных сетях с учетом самоорганизации и наличия памяти // Информатика и ее применения. 2021. Т. 15, № 1. С. 102–110. <https://doi.org/10.14357/19922264210114>.
11. Bagnoli F., Bellini E., Massaro E. et al. Percolation and Internet science // *Future Internet*. 2019. Vol. 11, no. 2. P. 35. <https://doi.org/10.3390/fi11020035>.
12. Sun H., Radicchi F., Kurths J. et al. The dynamic nature of percolation on networks with triadic interactions // *Nature Communications*. 2023. Vol. 14. <https://doi.org/10.1038/s41467-023-37019-5>.
13. Дашко Ю. В. Перколяционное представление микроструктуры сегнетокерамики: дис. ... д-ра ф.-м. наук. Ростов-на-Дону, 1998. 402 с.
14. Mondal S., Pachhal S., Agarwala A. Percolation transition in a topological phase // *Physical Review B*. 2023. Vol. 108, no. 22. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.108.L220201>.
15. Крамаров С. О., Попов О. Р., Джариев И. Э. и др. Динамика формирования связей в сетях, структурированных на основе прогностических терминов // *Russian Technological Journal*. 2023. Т. 11, № 3. С. 17–29. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-3-17-29>.
16. Абдуллаев А. М., Аверченко Е. В., Александрова Т. С. и др. Возможности сочетания естественного и искусственного интеллектов в образовательных системах : коллективная монография / под ред. С. О. Крамарова. Москва : РИОР, 2023. 232 с. <https://doi.org/10.29039/02124-8>.
17. Крамаров С. О., Попов О. Р., Джариев И. Э. и др. Перколяция и формирование связности в динамике сетей цитирования данных по физике высоких энергий // *Russian Technological Journal*. 2025. Т. 13, № 1. С. 16–27. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-1-16-27>.
18. Сизин П. Е. Теоретическое и численное моделирование электрической проводимости пористых сред // Горный информационно-аналитический бюллетень. 2023. № 5. С. 43–56. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_5_0_43.
19. Карачун И. А., Кравченя П. Д., Медников С. В. и др. Моделирование коррозии полимеров в агрессивных on gas-hydrate strata. *MIAB. Mining Information and Analytical Bulletin*. 2023;(6):56–66. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_6_0_56. (In Russ.).
9. Xie J., Meng F., Sun J. et al. Detecting and modelling real percolation and phase transitions of information on social media. *Nature Human Behaviour*. 2021;5:1161–1168. <https://doi.org/10.1038/s41562-021-01090-z>.
10. Zhukov D. O., Khvatova T. Yu., Zaltzman A. D. Modeling of the stochastic dynamics of changes in node states and percolation transitions in social networks with self-organization and memory. *Informatics and its applications*. 2021;15(1):102–110. <https://doi.org/10.14357/19922264210114>. (In Russ.).
11. Bagnoli F., Bellini E., Massaro E. et al. Percolation and Internet science. *Future Internet*. 2019;11(2):35. <https://doi.org/10.3390/fi11020035>.
12. Sun H., Radicchi F., Kurths J. et al. The dynamic nature of percolation on networks with triadic interactions. *Nature Communications*. 2023;14. <https://doi.org/10.1038/s41467-023-37019-5>.
13. Dashko Yu. V. Perkolyatsionnoe predstavlenie mikrostruktury segnetokeramiki. Doctoral Thesis. Rostov-on-Don; 1998. 402 p. (In Russ.).
14. Mondal S., Pachhal S., Agarwala A. Percolation transition in a topological phase. *Physical Review B*. 2023;108(22). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.108.L220201>.
15. Kramarov S. O., Popov O. R., Dzhariev I. E. et al. Dynamics of link formation in networks structured on the basis of predictive terms. *Russian Technological Journal*. 2023;11(3):17–29. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2023-11-3-17-29>. (In Russ.).
16. Abdullaev A. M., Averchenko E. V., Aleksandrova T. S. et al. Vozmozhnosti sochetaniya estestvennogo i iskustvennogo intellektov v obrazovatelnykh sistemakh. Joint Monograph. Kramarov S. O., ed. Moscow: RIOR Publishing Center; 2023. 232 p. <https://doi.org/10.29039/02124-8>. (In Russ.).
17. Kramarov S. O., Popov O. R., Dzhariev I. E. et al. Percolation and connectivity formation in the dynamics of data citation networks in high energy physics. *Russian Technological Journal*. 2025;13(1):16–27. <https://doi.org/10.32362/2500-316X-2025-13-1-16-27>. (In Russ.).
18. Sizin P. E. Theoretical and numerical modeling of electric conductance in porous media. *MIAB. Mining Information and Analytical Bulletin*. 2023;(5):43–56. https://doi.org/10.25018/0236_1493_2023_5_0_43. (In Russ.).
19. Karachun I. A., Kravchenya P. D., Mednikov S. V. et al. Simulation of polymer corrosion in aggressive environments based on percolation theory. *Inzhenernyy vestnik Dona*. 2020;(12):335–346. (In Russ.).
20. Zhukov D. O., Khvatova T. Yu., Lesko S. A. et al. The influence of the connections' density on clusterization and percolation threshold during information distribution in social networks. *Informatics and Applications*. 2018;12(2):90–97. <https://doi.org/10.14357/19922264180213>. (In Russ.).

- средах на основе теории перколяции // Инженерный вестник Дона. 2020. № 12 (72). С. 335–346.
20. Жуков Д. О., Хватова Т. Ю., Лесько С. А. Влияние плотности связей на кластеризацию и порог перколяции при распространении информации в социальных сетях // Информатика и ее применения. 2018. Т. 12, № 2. С. 90–97. <https://doi.org/10.14357/19922264180213>.
21. Fractals and disordered systems / Bunde A., Havlin S., eds. 2nd rev. ed. Berlin, Heidelberg : Springer Science+Business Media, 2012. 408 p.

Информация об авторах

О. Р. Попов – кандидат технических наук, доцент;
<https://orcid.org/0000-0001-6209-3554>,
cs41825@aaanet.ru✉

С. О. Крамаров – профессор;
<https://orcid.org/0000-0003-3743-6513>,
maoovo@yandex.ru

Е. В. Гребенюк – старший преподаватель;
<https://orcid.org/0000-0002-3234-6650>,
pev_86@mail.ru

About the authors

O. R. Popov – Candidate of Sciences (Engineering),
Docent;

<https://orcid.org/0000-0001-6209-3554>,
cs41825@aaanet.ru✉

S. O. Kramarov – Professor;
<https://orcid.org/0000-0003-3743-6513>,
maoovo@yandex.ru

E. V. Grebenyuk – Senior Lecturer;
<https://orcid.org/0000-0002-3234-6650>,
pev_86@mail.ru