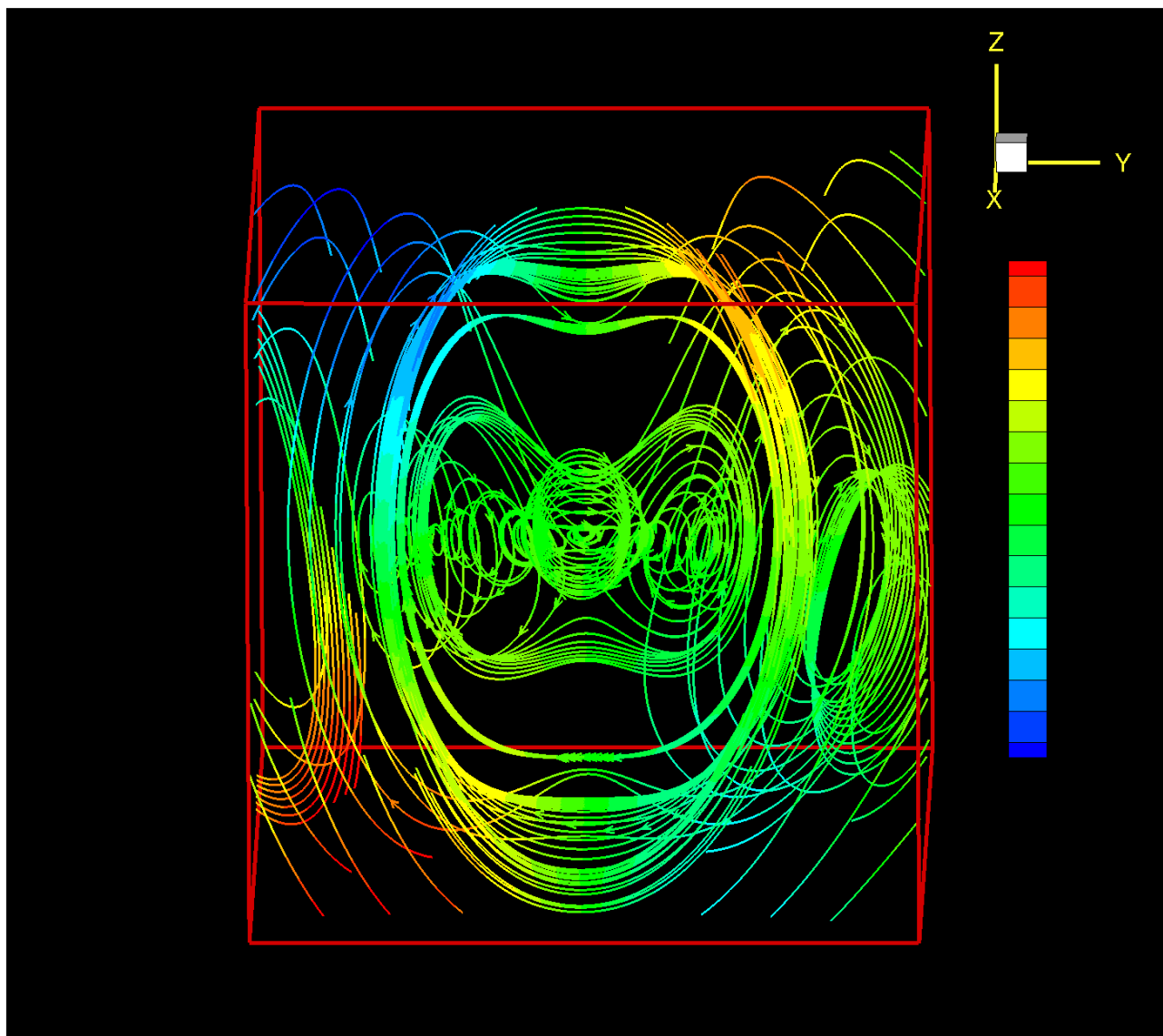




Вестник кибернетики

Международный журнал

Proceedings in Cybernetics

International Journal

№ 2 (30)

12+

2018

**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

Вестник кибернетики

Международный журнал

Proceedings in Cybernetics

International Journal

№ 2 (30)

Сургут
2018

Учредитель и издатель

бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры
«Сургутский государственный университет»

Главный редактор

Бетелин Владимир Борисович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, Москва

Заместитель главного редактора

Галкин Валерий Алексеевич, д. ф.-м. н., профессор, Сургут

Ответственный секретарь

Гавриленко Тарас Владимирович, к. т. н., Сургут

Члены редакционной коллегии:

Панченко Владислав Яковлевич, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Семёнов Алексей Львович, академик РАН и РАО, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Савин Геннадий Иванович, академик РАН, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Сойфер Виктор Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, Самара
Чаплыгин Юрий Александрович, академик РАН, д. т. н., профессор, Москва
Чубариков Владимир Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Смирнов Николай Николаевич, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Губайдуллин Амир Анварович, д. ф.-м. н., профессор, Тюмень
Тишкин Владимир Федорович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Якобовский Михаил Владимирович, член-корреспондент РАН, д. ф.-м. н., профессор, Москва
Цибульский Владимир Романович, д. т. н., профессор, Тюмень
Шагалиев Рашит Мирзагалиевич, д. ф.-м. н., Саров
Острейковский Владислав Алексеевич, д. т. н., профессор, Сургут
Пападопулос Атанас, профессор, Страсбург, Франция
Де Роза Феличе, профессор, Болонья, Италия

Ответственный редактор

Чалова Анна Петровна, к. филол. н.

Редактор

Егоров Александр Алексеевич, к. т. н.

Технический редактор

Манаева Лариса Ивановна

Переводчик

Бенская Марина Олеговна

Рисунок на обложке:

Визуализация магнитогидродинамических расчетов для точного решения внутри сферы
© В. А. Галкин, А. В. Гореликов

Решением Высшей аттестационной комиссии с 29 мая 2017 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук» по следующим группам научных специальностей: 01.01.00 – математика, 01.02.00 – механика, 05.01.00 – инженерная геометрия и компьютерная графика, 05.13.00 – информатика, вычислительная техника и управление, 05.27.00 – электроника.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ЭЛ № ФС 77–63407 от 16.10.2015.
Издается с 2002 года. Выпускается 4 раза в год.

Адрес редакции:

БУ ВО «Сургутский государственный университет»,
628412, Россия, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, г. Сургут, пр. Ленина, 1.
Тел.: (3462) 76-29-88, факс: (3462) 76-29-29, e-mail: jc@surgu.ru. Сайт: surgu.ru

Founder and Publisher

Surgut State University

Chief Editor

Prof. Vladimir B. Betelin, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Moscow

Vice Chief Editor

Prof. Valerii A. Galkin, Doctor of Science (Phys&Math), Surgut

Executive Editor

Taras V. Gavrilenko, PhD (Engineering), Surgut

Editorial Board:

- Prof. Vladislav Ya. Panchenko, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Alexey L. Semyonov, member of the Russian Academy of Sciences (RAS) and the Russian Academy of
Education, Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Gennady I. Savin, member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Viktor A. Soifer, Doctor of Science (Engineering), member of the Russian Academy
of Sciences (RAS), Samara
- Prof. Yuri A. Chaplygin, Doctor of Science (Engineering), member of the Russian Academy
of Sciences (RAS), Moscow
- Prof. Vladimir N. Chubarikov, Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Nikolay N. Smirnov, Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Amir A. Gubaidullin, Doctor of Science (Phys&Math), Tyumen
- Prof. Vladimir F. Tishkin, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Mikhail V. Iakobovski, corresponding member of the Russian Academy of Sciences (RAS),
Doctor of Science (Phys&Math), Moscow
- Prof. Vladimir R. Tsibulsky, Doctor of Science (Engineering), Tyumen
- Prof. Rashit M. Shagaliyev, Doctor of Science (Phys&Math), Sarov
- Prof. Vladislav A. Ostreikovskiy, Doctor of Science (Engineering), Surgut
- Prof. Athanase Papadopoulos, Strasbourg, France
- Prof. Felice De Rosa, Bologna, Italy

Managing Editor

Anna P. Chalova, PhD (Linguistics)

Editor

Alexander A. Egorov, PhD (Engineering)

Technical Editor

Larisa I. Manaeva

Translator

Marina O. Benskaya

Cover Image:

A visualization of magnetohydrodynamic analysis used to find an exact solution within a sphere

© V. A. Galkin, A. B. Gorelikov

Since 29.05.2017 the journal is included in the List of Leading Peer-Reviewed Scientific Journals

Published in the RF by the Higher Attestation Commission,

which publishes main scientific results of doctor's and candidate's theses, on the following subject groups: 01.01.00 – Mathematics;
01.02.00 – Mechanics; 05.01.00 – Engineering Geometry and Computer Graphics; 05.13.00 – Computer Science, Computing, and
Control; 05.27.00 – Electronics.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media.

Mass media registration certificate EL No. FS 77–63407 dated on 16.10.2015.

Published since 2002. 4 issues per year.

Editorial Board Address:

Surgut State University, Russia 628412, Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Ugra, Surgut, Lenin pr., 1

Tel.: +7(3462) 76-2988, fax: +7 (3462) 76-2929, e-mail: jc@surgu.ru. Web: surgu.ru

© Surgut State University

© Authors

СОДЕРЖАНИЕ

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

Г. Е. Деев, С. В. Ермаков Ряд $1+1+1+\dots$	9
А. В. Звягин, Н. Н. Смирнов, Д. И. Панфилов, А. А. Шамина Метод граничных элементов для численного решения трехмерных задач механики трещин.....	18
И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, А. В. Королев, П. В. Ялов Использование метода Ньютона – Рафсона при многокомпонентном математическом моделировании разработки месторождений жидких и газообразных углеводородов.....	32
Е. В. Быков, А. И. Дёмко, А. А. Крючков, В. В. Рыжаков, О. Ю. Семенов, Т. А. Степанова Использование линейных моделей для описания перехода стеклования и диэлектрических свойств в ПВХ пластиках.....	43
И. В. Бычин, Т. В. Гавриленко, В. А. Галкин., А. В. Гореликов, А. В. Ряховский Численное моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости в канале с подвижными границами.....	53
В. А. Галкин Математическое моделирование образования структур в задачах физической кинетики с комплексированием методов вычислительной гидродинамики.....	62
Х. М. Гамзаев, С. О. Гусейнзаде, Г. Г. Гасымов О численном моделировании теплового воздействия на призабойную зону пласта.....	72
В. И. Голубев, И. Б. Петров Численное решение двух сейсмических задач сеточно-характеристическим методом в полной трехмерной постановке.....	80
В. Б. Бетелин, Н. Н. Смирнов, Л. И. Стамов, Е. И. Скрылева Восстановление структуры порового пространства на основании обработки данных томографии	86

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

А. М. Гиацинтов, К. А. Мамросенко Визуализация гидродинамических моделей месторождений.....	93
Д. И. Ихсанов, Ф. Ф. Иванов Технология сравнительного тестирования конфигураций сетевых протоколов и методов интерполяции в системах реального времени.....	102
Д. Т. Миронов, К. Д. Ашмян, А. В. Гореликов Учет особенностей строения пластов Баженовской свиты при построении гидродинамических моделей и моделировании термогазового воздействия.....	109
П. В. Заикин, С. А. Лысенкова, В. С. Микшина Аналитическое решение системы дифференциальных уравнений математической модели кинетики процесса нефтепереработки.....	120
Н. Г. Иванов, М. В. Семенова, В. Л. Рябикова Использование виртуальной и дополненной реальностей при подготовке студентов направления ландшафтная архитектура.....	127
А. П. Ельмендеев, В. С. Микшина Методы и алгоритмы поддержки принятия управленческих решений в области техники и технологии добычи нефти.....	133

А. Г. Кушниренко, А. Г. Леонов, И. Н. Грибанова, М. В. Райко	
Годовой цикл занятий «Алгоритмика для дошкольников» в подготовительных группах дошкольных образовательных учреждений.....	138
С. Ю. Антонов, Г. Н. Исаков	
Комплексное алгоритмическое обеспечение информационно-аналитической компьютерной системы для борьбы с лесными пожарами.....	145
Н. О. Бесшапошников, А. Г. Леонов, А. А. Прилипко	
Цифровизация образования – новые возможности управления образовательными треками.....	154
М. Я. Брагинский, Д. В. Тараканов	
Построение многофункционального тренажера по управлению теплоэнергетической системой.....	161
А. Ю. Вирстюк, В. С. Микшина	
Применение факторного анализа для редукции признакового пространства нагнетательных скважин.....	169
С. Н. Грицков, Г. Н. Исаков	
Моделирование и мониторинг ландшафтных торфяных пожаров.....	175
Р. А. Сабилов, С. У. Увайсов	
Оценка уровня угроз информационной безопасности автоматизированных систем управления качеством воды.....	183

CONTENTS

PHYSICS AND MATHEMATICS

G. E. Deev, S. V. Ermakov	
Series 1+1+1+... ..	9
A. V. Zvyagin, N. N. Smirnov, D. I. Panfilov, A. A. Shamina	
Boundary Element Method for Numerical Simulations of 3-D Fracture Mechanics Problems...	18
I. V. Afanaskin, S. G. Volpin, A. V. Korolev, P. V. Yalov	
Use of Newton – Raphson Method in Multicomponent Mathematical Modeling of Liquid and Gas Hydrocarbons Deposits Development.....	32
E. V. Bykov, A. I. Demko, A. A. Kryuchkov, V. V. Ryzhakov, O. Yu. Semenov, T. A. Stepanova	
Use of Linear Models for Describing Glass Transition and Dielectric Properties in PVC Compounds.....	43
I. V. Bychin, T. V. Gavrilenko, V. A. Galkin, A. V. Gorelikov, A. V. Ryakhovsky	
Numerical Simulation of Viscous Incompressible Fluid Flow in Channel with Moving Boundaries.....	53
V. A. Galkin	
Mathematical Modeling of Structures Formation in Problems of Physical Kinetics with Methods Integration of Computational Fluid Dynamics.....	62
Kh. M. Gamzaev, S. O. Guseinzade, G. G. Gasymov	
About Numerical Modeling of Thermal Impact on The Bottomhole Zone Of Layer.....	72
V. I. Golubev, I. B. Petrov	
Numerical Solution of Two Seismic Problems with Grid-Characteristic Method in a Full Three-Dimensional Setting.....	80
V. B. Betelin, N. N. Smirnov, L. I. Stamov, E. I. Skryleva	
Developing the Structure of Core Pores Based on Processing of Tomography Data	86

ENGINEERING

A. M. Giatsintov, K. A. Mamrosenko	
Visualization of Reservoirs' Hydrodynamic Models	93
D. I. Ikhsanov, F. F. Ivanov	
Technology for Comparison Testing of Network Protocol and Interpolation Method Configurations in Real-Time Systems.....	102
D. T. Mironov, K. D. Ashmyan, A. V. Gorelikov	
Features Of Bazhenov Formation's Seam Structure in The Construction of Hydrodynamic Models and Thermal Gas Treatment Modeling.....	109
P. V. Zaikin, S. A. Lysenkova, V. S. Mikshina	
Analytical Solution of Differential Equation System of Mathematical Model of Refining Process Kinetics.....	120
N. G. Ivanov, M. V. Semenova, V. L. Ryabikova	
Virtual and Augmented Reality in Teaching Landscape Architecture Students.....	127
A. P. Elmendeev, V. S. Mikshina	
Methods and Algorithms of Management Decisions Support in Procedure and Technology of Oil Production.....	133

A. G. Kushnirenko, A. G. Leonov, I. N. Griбанова, M. V. Rayko Annual Course “Algorithmics for Preschool Children” in Preschool Educational Institutions.....	138
S. Yu. Antonov, G. N. Isakov Complex Algorithmic Support of Information Analysis Computer System for Fighting Forest Fires	145
N. O. Besshaposhnikov, A. G. Leonov, A. A. Prilipko Digitalization Of Education – New Opportunities for Controlling Educational Tracks.....	154
M. Ya. Braginsky, D. V. Tarakanov Construction of Multifunctional Simulator for Controlling Heat and Power System.....	161
A. Yu. Virstyuk, V. S. Mikshina Factor Analysis Application for Reduction of the Attribute Space of Injection Wells.....	169
S. N. Gritskov, G. N. Isakov Modeling and Monitoring of Landscape Peat Fires.....	175
R. A. Sabirov, S. U. Uvaysov Estimation of Threat Level to Information Security of Automated Water Quality Control Systems.....	183

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 517.521.1

РЯД 1+1+1+...**Г. Е. Деев¹, С. В. Ермаков¹**¹ Обнинский институт атомной энергетики,¹ Национальный исследовательский ядерный университет «МИФИ»,
georgdeo@mail.ru, ermakov@iate.obninsk.ru

Приведено описание вариантов вычисления ряда $1+1+1+\dots$, выполненных различными авторами. Многие из вариантов дают разные ответы. На этом основании в работе делается вывод о некорректности примененных методов. В противовес им дается описание подхода, который может быть признан как метод суммирования этого и других расходящихся рядов. Этот подход позволяет расширить область применимости вычислительных устройств вплоть до бесконечно больших чисел.

Ключевые слова: расходимость рядов, обобщенное суммирование, разрядная сетка, гиперсетка, числовая ось, гиперось, числоиды, гиперчисла.

SERIES 1+1+1+...**G. E. Deev¹, S. V. Ermakov¹**¹ Obninsk Nuclear Energy Institute,¹ National Research Nuclear University MEPhI
georgdeo@mail.ru, ermakov@iate.obninsk.ru

The article describes variants for computing the series $1 + 1 + 1 + \dots$ performed by different authors. Many of the variants give different sums. On this basis, these methods are concluded to be incorrect. In opposition to them, a description of the approach that can be recognized as a method of summing this and other divergent series is given. This approach allows extending the range of applicability of computing devices up to infinity.

Keywords: divergence of series, generalized summation, bit grid, hypergrid, number axis, hyper axis, chisloid, hypernumbers.

Введение. Обратимся к рядам типа

$$1 + x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + \dots \quad (1)$$

Эйлер [1] рассматривает случай $x=1$ и дает следующий комментарий: «Из суммирования бесконечных рядов также можно заимствовать многое, служащее как для лучшего уяснения этого учения о бесконечном, так и для лучшего устранения всяких сомнений, которые обычно возникают в этом деле. Прежде всего, если ряд состоит из равных членов, как, например, $1+1+1+1+1+1+\dots$ и т. д., и он продолжается без конца, т. е. до бесконечности, то нет, конечно, никакого сомнения, что сумма всех этих членов больше чем всякое могущее быть заданным число. Поэтому она необходимо должна быть бесконечной»

В этой цитате обращают на себя внимание два выделенных фрагмента. Первый говорит о том, что представления Эйлера о бесконечном настолько содержательны, что они образуют то, что может быть названо *учением о бесконечном*. Другими словами, бесконечность – это нечто структурированное, содержательное, достойное названия «учения». Второй фрагмент говорит о том, что при работе с объектами бесконечной природы не должно быть никаких сомнений, все должно быть недвусмысленно понимаемо.

Эйлер характеризует сумму

$$s = 1+1+1+\dots+1+\dots \quad (2)$$

как необходимо бесконечную. Но хотелось бы понять, какое описание допускает связанная с ней бесконечность?

Различные варианты нахождения суммы s . Между тем, сумма (2) подверглась многочисленным преобразованиям, имевшим целью найти ее числовое значение. Среди них были такие преобразования, которые приводили к неожиданным результатам. Часто получались результаты, изображаемые отрицательными числами. Но ведь Эйлер сказал, что она «необходимо бесконечна» и вовсе не равняется никакому конечному числу, тем более отрицательному. Приведём примеры таких преобразований.

Пример 1. Выполним понятные преобразования:

$$\begin{aligned} s &= 1+1+1+\dots+1+\dots = 1+(1+1)+(1+1+1)+(1+1+1+1)+\dots = \\ &= 1+2+3+4+5+\dots = \\ &= 1+(2+3+4)+(5+6+7)+(8+9+10)+11+\dots = \\ &= 1+9+18+27+36+\dots = 1+9 \cdot (1+2+3+4+5+\dots) = 1+9 \cdot s, \end{aligned}$$

откуда делается вывод, что

$$s = 1+1+1+\dots+1+\dots = -1/8. \quad (3)$$

Озадачивает равенство: $s = 1+9 \cdot s$, утверждающее, что величина s по смыслу своему положительная, равна девяти с лишним своим значениям. Возразят – законы конечного не распространяются на бесконечные объекты, но в (3) утверждается, что s – конечный объект. Апостериорный парадокс.

Согласно точке зрения Эйлера, все сомнения в учении о бесконечном должны быть устранены. Равенств типа (3) быть не должно, они отвергаются многими математиками, среди которых в свое время по этому поводу явно высказался Н.-Х. Абель, сказав: «...читать такого сорта равенства, – ну разве это не смехотворно?».

Выполнив преобразования, аналогичные проделанным, легко получить равенства:

$$\begin{aligned} s &= 1+1+1+\dots+1+\dots \\ s &= s^1 = 1+2+3+4+\dots+n+\dots, \\ s &= s^2 = 1+2^2+3^2+4^2+\dots+n^2+\dots \\ s &= s^3 = 1+2^3+3^3+4^3+\dots+n^3+\dots \\ &\dots \\ s &= s^p = 1+2^p+3^p+4^p+\dots+n^p+\dots \\ &\dots \end{aligned} \quad (4)$$

утверждающие, что сумма s равна любому из перечисленных рядов. Но ряды все различны, у них разные законы роста, разные суммы и потому s не может быть равна ни одному из них. Это говорит о том, что преобразование исходного ряда во все последующие недопустимо, так как, по Эйлеру, при изучении бесконечностей *сомнений быть не должно*. А тут их столько! Преобразование, которое привело к такому результату, – это группировка. Она при работе с расходящимися рядами недопустима, или в каждом отдельном случае требует обоснования.

Пример 2. Существует обобщение преобразования, приведенного в примере 1. Оно приводит к соотношению:

$$s = (1+2+\dots+m) + (2m+1)^2 \cdot s, \quad (5)$$

при любом $m = 1, 2, \dots$.

При первых значениях $m = 1, 2, \dots$ получаются результаты:

$$\begin{aligned} s &= 1+9 \cdot s, \\ s &= 1+2+25 \cdot s, \\ s &= 1+2+3+49 \cdot s, \\ &\dots \end{aligned}$$

для всех преобразований семейства (5), т. е. при любом m , $s = -1/8$. Это как будто бы довод в пользу такого результата.

Но вот еще примеры преобразований.

Пример 3. В силу (4), одним из рядов, равных s , является ряд $s = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots$. Рамануджан показал, что

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots = -\frac{1}{12} \quad (6)$$

Это делается следующим образом. Помимо суммы s рассматриваются еще две суммы:

$$s_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots, \quad (7)$$

$$s_2 = 1 - 2 + 3 - 4 + 5 - \dots. \quad (8)$$

Сумма s_1 привлекала к себе внимание еще в XVI–XVII вв. Вначале Лейбниц приписал сумме s_1 значение, равное $1/2$, мотивируя это преобразованием:

$$s_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 1 - (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 1 - s_1,$$

откуда

$$s_1 = 1/2. \quad (9)$$

Но можно выполнить другое, совершенно равноправное преобразование:

$$s_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = 1 - 1 + (1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots) = 0 + s_1,$$

откуда

$$s_1 - \text{любое число}. \quad (10)$$

Поскольку, по Эйлеру, учение о бесконечном должно быть ясным и никаких сомнений быть не должно, то надо признать, что преобразования, приведшие к парадоксу (9)–(10), недопустимы. А это опять группировка членов бесконечного ряда.

Сам Эйлер тоже получил для s_1 значение, приведенное в (9). Но он получил его по другому, исходя из ряда

$$1 + x + x^2 + \dots + x^n + \dots = \frac{1}{1-x}, \quad (11)$$

в котором он положил $x = -1$. Обоснование этому было сделано позже Пуассоном, который сформулировал один из первых *методов обобщенного суммирования*. Пуассон кладет идею Эйлера в основу метода обобщенного суммирования, на основе которого осуществляется суммирование. Но так ли все гладко «на самом деле»? В связи с этим в книге Фихтенгольца [3, т. 2, с. 397] приводится тождество, аналогичное (11), имеющее вид:

$$\frac{1 + x + \dots + x^{m-1}}{1 + x + \dots + x^{n-1}} = 1 - x^m + x^n - x^{m+n} + x^{2n} \dots, \quad (12)$$

которое дает при $x = 1$ для суммы s_1 :

$$s_1 = 1 - 1 + 1 - 1 + 1 - 1 + \dots = m/n, \quad (13)$$

т. е. для этой суммы любое рациональное положительное число может быть взято в качестве значения (заметим, что (13) согласуется с (10)). Прием совершенно эквивалентен Эйлеровскому и обосновывается по Пуассону, но дает массу других результатов. В учении о бесконечном это недопустимо (Эйлер).

Итак, наряду с результатом (9), находятся другие результаты, эквивалентные ему по методу получения. Но большинство исследователей, включая Рамануджана, в качестве значения суммы не отдали предпочтения ни 1, ни 0, а взяли $s_1 = 1/2$. Не исключено, что над ними довлело представление о том, что предел должен быть непременно единственным. Однако вполне возможно, что более правильным был бы подход, в основе которого лежит принцип «что получается, то и получается». На основе этого подхода надо было бы признать, что пределом у этого ряда является *множество, состоящее из двух чисел: 1 и 0*. Это так называемый *полный предел, являющийся множеством пределов всех подпоследовательностей частичных сумм ряда*. И тогда мы бы писали:

$$s_1 = 1-1+1-1+1-1+\dots = \{0;1\} \quad (14)$$

Это означает, что природа такова: два числа с равным правом претендуют на звание предела ряда. Но наша ментальная действительность иная: *считается*, что $s_1 = 1/2$.

Приняв это, переходим ко второй сумме s_2 , к сумме (10). Она подвергается следующему преобразованию:

$$\begin{aligned} 2s_2 &= s_2 + s_2 = (1-2+3-4+5-\dots) + s_2 = \quad [\text{место } 1] \\ &= (1-2+3-4+5-\dots) + (1-2+3-4+5-\dots) = [\text{место } 2] \\ &= 1-2+3-4+5-6+7-\dots \\ &\quad + 1-2+3-4+5-6+\dots = \quad [\text{место } 3] \\ &= 1-1+1-1+1-1+\dots = s_1 = 1/2. \end{aligned}$$

Комментарий к [месту 1]: левая s_2 расписывается, причем ее слагаемые в своем расположении уходят в бесконечность, при этом правая s_2 этой бесконечностью оказывается выброшенной за пределы нашего мира.

Комментарий к [месту 2]: правая s_2 , находящаяся за пределами нашего мира, также расписывается.

Комментарий к [месту 3]: сумма s_2 в расписанном виде возвращается в наш мир и ее слагаемые *группируются специальным образом* со слагаемыми первой суммы.

Специальная группировка обеспечивает сложение, приводящее к сумме s_1 . В итоге получается, что

$$s_2 = 1/4. \quad (15)$$

Замечание 1. То же значение для s_2 получается при другой группировке.

$$\begin{aligned} 2s_2 &= s_2 + s_2 = \\ &= 1-2+3-4+5-6+7-\dots \\ &\quad + 1-2+3-4+5-6+\dots = -1 + (4-6+8-10+12-\dots) = \\ &= -1 + 2(2-3+4-5+6-\dots) = -1 - 2[-1 + (1-2+3-4+5-6+\dots)] = 1 - 2s_2 \end{aligned}$$

В отличие от предыдущего случая, здесь обошлось *без обращения к сомнительной сумме s_1* .

Замечание 2. При другой аналогичной группировке получается, что s_2 *может быть любым*. Действительно,

$$\begin{aligned} 2s_2 &= s_2 + s_2 = \\ &= 1-2+3-4+5-6+7-\dots \\ &\quad + 1-2+3-4+5-6+\dots = \\ &= -2 + (6-8+10-12+\dots) = \\ &= -2 + 2(3-4+5-6+\dots) = -2 + 2[1 + (1-2+3-4+5-6+\dots)] = -2 + 2 + 2s_2. \end{aligned}$$

Отсюда следует верное равенство, $0 = 0$, справедливое при любом s_2 , т. е. s_2 может быть любым. Ситуация аналогична ситуации для s_1 (10).

Замечание 3. Сумма s_2 находится также по методу Пуассона и дает (15). Теперь, наконец, находим s :

$$\begin{aligned} s - s_2 &= 1+2+3+4+5+6+\dots \\ &\quad - 1+2-3+4-5+6-\dots = 4+8+12+16+\dots = \\ &= 4(1+2+3+4+5+\dots) = 4s. \end{aligned}$$

Откуда,

$$s = 1+2+3+4+5+\dots = -1/12. \quad (16)$$

Итак, для s , помимо (16), доказанным оказалось равенство (3):

$$s = 1+2+3+4+5+\dots = -1/8$$

Кроме того, можно получить:

$$s = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + \dots = 3/16 \quad (17)$$

Поскольку, кроме того, s_1 и s_2 могут быть любыми, а эти суммы принимают участие при нахождении s , то и s может быть любой. Отсюда следует, что *все предлагаемые здесь значения для s ложны*, s не равняется ни одному из них. Известно, что равенство (16) используется в книге Joseph Pulchinski по теории струн [4, с. 22]; поскольку истинность его сомнительна, то это заставляет повнимательнее рассмотреть те разделы теории струн, где оно используется.

Иной вариант суммирования. Переходим к описанию другого подхода, согласно которому *написанная выше сумма (2) должна изучаться на основе соотношений, в которых явно отражена первоначально данная динамика роста последовательности частичных сумм.*

Поясним, что такое динамика роста последовательности частичных сумм. Для этого снова обратимся к сумме (2).

Первоначальное понимание этой суммы таково: с ней связан вполне определенный процесс последовательного суммирования, состоящий в том, что после нахождения на каком-то этапе частичной суммы следующим шагом является прибавление к ней еще одной единицы и т. д. В символах это описывается предельным переходом:

$$\begin{cases} s_n = \underbrace{1+1+1+\dots+1}_{n \text{ раз}}, & (18_1) \\ s_{n+1} = s_n + 1, & (18_2) \\ s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n. & (18_3) \end{cases} \quad (18)$$

Никакого другого истолкования запись $1+1+1+\dots$ не имеет.

В соотношениях (18) выделяется по своей роли равенство (18₂). Его можно назвать *равенством, определяющим динамику роста частичных сумм*. Динамика роста суммы является важнейшим показателем, характеризующим сумму. Она является аналогом скорости роста, аналогом производной. А сама сумма является аналогом интеграла. Точно так же, как значение интеграла зависит от интегрируемой функции, точно так же сумма бесконечного ряда зависит от показателя, характеризующего динамику роста суммы. Поэтому *два ряда, имеющие различные характеристики динамики роста, должны считаться различными.*

Процесс суммирования ряда $\tilde{s} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots$ описывается соотношениями, аналогичными соотношениям (18):

$$\begin{cases} \tilde{s}_n = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n, & (19_1) \\ \tilde{s}_{n+1} = \tilde{s}_n + (n+1), & (19_2) \\ \tilde{s} = \lim_{n \rightarrow \infty} \tilde{s}_n. & (19_3) \end{cases} \quad (19)$$

Соотношение (19₂) характеризует динамику роста суммы $\tilde{s}$, причем совсем другую динамику, чем соотношение (18₂). Поэтому ряды s и $\tilde{s}$ различны и нельзя выводы, сделанные относительно одного из них, автоматически переносить на другой.

Изучать поведение рядов надо на *основе соотношений* типа (18₂) и (19₂), *характеризующих динамику роста* ряда, не сводя данный ряд к рядам с другой динамикой роста. Использовать привычные законы конечной алгебры для преобразования расходящихся рядов без соответствующего обоснования нельзя.

Поэтому выполненный выше переход от ряда $s = 1 + 1 + 1 + \dots + 1 + \dots$ к ряду $\tilde{s} = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + n + \dots$ является недопустимым, он меняет динамику роста, значит

является переходом к *другому* ряду, не эквивалентному исходному (несмотря на то, что с точки зрения законов конечной алгебры возможен двусторонний переход $s \rightleftharpoons \tilde{s}$, гарантирующий в конечной алгебре эквивалентность). Тем более недопустимыми являются дальнейшие преобразования, так как они также являются преобразованиями, приводящими к рядам с другой динамикой роста.

Поскольку далее речь пойдет о положительных целых числах, то для их представления будет использоваться разрядная сетка $Gr^0 \equiv \underbrace{\dots \overline{3} \overline{2} \overline{1} \overline{0}}_{Gr^0(10^0)}$ – ее вполне достаточно. В

обозначении этой сетки под фигурной скобкой стоит имя сетки (Gr^0), а также ее основной весовой коэффициент (10^0). Вес места сетки с номером i находится по формуле 10^{0+i} . На места сетки, изображенные черточками, ставятся цифры той системы счисления, в которой ведется изложение. В результате простановки на *все* места цифр системы счисления получается объект, называемый *числоидом*, который служит для представления чисел. Любое r -разрядное натуральное число n на этой сетке записывается в виде: $n = \dots 000n_{r-1} \dots n_2 n_1 n_0 = \bar{0}n_{r-1} \dots n_2 n_1 n_0$, где $n_i \in Z_{(10)} = \{0, 1, 2, \dots, 9\}$, – цифры десятичной системы счисления (в общем случае k -ичной, где $k \geq 2$, натуральное), $\bar{0} = \dots 000$.

При изучении ряда (2) будем пользоваться соотношениями (18). Из (18₁) мы узнаем, что частичная сумма s_n есть просто натуральное число n , а сумма ряда, в силу (18₃), есть предел последовательности натуральных чисел, который и надо найти:

$$s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} n. \quad (20)$$

В (20), присутствующая под знаком предела запись $n \rightarrow \infty$, должна читаться так: «при неограниченном возрастании n », а не «при n , стремящемся к бесконечности», чтобы не примешивать преждевременно бесконечность – объект, еще подлежащий осмыслению, имеющий сложную структуру, и как к нему «стремиться» еще нужно объяснить.

Судя по записи (20), надо найти «последнее натуральное число». Это делается в два этапа. Вначале находится последнее натуральное число среди натуральных чисел ограниченной разрядности. Рассмотрим числа разрядности r . Это числа приведенного выше вида:

$$n = \dots 000n_{r-1} \dots n_2 n_1 n_0 = \bar{0}n_{r-1} \dots n_2 n_1 n_0. \quad (21)$$

По мере роста они стремятся к своему последнему числу, которое имеет вид:

$$\underbrace{\dots 0009}_{r \text{ раз}} \dots \underbrace{99}_{r \text{ раз}} = \bar{0}9 \dots 99 \quad (22)$$

На втором этапе надо заставить неограниченно возрастать r :

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = \lim_{r \rightarrow \infty} \underbrace{\bar{0}9 \dots 99}_{r \text{ раз}} = \dots 999 = \bar{9}. \quad (23)$$

Числоид, который получается простановкой на все места разрядной сетки Gr^0 цифры 9, является тем объектом, к которому стремятся натуральные числа при неограниченном их росте. Этот числоид сам по себе натуральным числом не является, ибо нет никакого натурального числа, с которым он мог бы быть отождествлен. Но он является идеальным элементом по отношению ко всем натуральным числам.

Итак, на сетке Gr^0 есть объект, который представляет сумму ряда (2):

$$s = 1+1+1+\dots = \bar{9} \quad (24)$$

Запись (24) справедлива в десятичной системе счисления. В произвольной k -ичной системе счисления, ($k \geq 2$), запись имеет вид:

$$s = 1+1+1+\dots = \overline{k-1}. \quad (25)$$

На гиперсетке, модель которой такова:

$$Gr \equiv \dots \parallel \underbrace{\dots \frac{0}{3} \frac{0}{2} \frac{0}{1} \frac{0}{0}}_{Gr^2(10^{2^\infty})} \parallel \underbrace{\dots \frac{0}{3} \frac{0}{2} \frac{0}{1} \frac{0}{0}}_{Gr^1(10^{1^\infty})} \parallel \underbrace{\dots \frac{9}{3} \frac{9}{2} \frac{9}{1} \frac{9}{0}}_{Gr^0(10^0)} \parallel, \quad (26)$$

где сетка $Gr^1(10^{1^\infty})$ представляет мир бесконечно больших величин первого порядка, сетка $Gr^2(10^{2^\infty})$ – мир бесконечно больших величин второго порядка и т. д., полученный объект записывается в виде:

$$Gr \equiv \dots \parallel \bar{0}_{Gr^2(10^{2^\infty})} \parallel \bar{0}_{Gr^1(10^{1^\infty})} \parallel \bar{9}_{Gr^0(10^0)} \parallel \dots \parallel \bar{0} \parallel \bar{0} \parallel \bar{9} \parallel \quad (27)$$

(по историческим причинам в разрядных сетках разряды растут справа налево; так же растут веса всех сеток). Полная запись числоида, представляющего сумму на гиперсетке (27), такова:

$$s = 1 + 1 + 1 + \dots = \dots \parallel \bar{0} \parallel \bar{0} \parallel \bar{9} \parallel. \quad (28)$$

Но записи (24)–(28) носят представительский характер, они лишь представляют объект, которому равна сумма s , «количественной» характеристики они не дают, наподобие того, как 784 – это представительская характеристика вполне определенного количества, правда, легко понимаемая нами. Но она же, записанная в четверичной системе счисления – 30122, с точки зрения количественной воспринимается нами не так легко. Чтобы вскрыть количественное содержание представительских записей, надо провести дополнительное вычисление, проявив количественный смысл каждой содержащейся в записи цифры. Так,

$$784 = 7 \cdot 10^2 + 8 \cdot 10^1 + 4 \cdot 10^0 \text{ и } 30122 = 3 \cdot 4^4 + 0 \cdot 4^3 + 1 \cdot 4^2 + 2 \cdot 4^1 + 2 \cdot 4^0.$$

По аналогии находится количественный смысл записи

$$\bar{9} = \lim_{r \rightarrow \infty} \bar{0} \bar{9} \dots \bar{9} = \lim_{r \rightarrow \infty} (10^r - 1) = 10^{1^\infty} - 1$$

r раз

или кратко,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n = 10^{1^\infty} - 1, \quad (29)$$

а также

$$1 + 1 + 1 + \dots = 10^{1^\infty} - 1 \quad (30)$$

Равенство (30) дает количественную характеристику результата суммирования, а равенство (29) – количественную характеристику результата предельного перехода.

Для понимания правой части в (29) и (30) удобно ее переписать:

$$10^{1^\infty} - 1 = (-1) \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{1^\infty} \quad (31)$$

и трактовать так:

Первое слагаемое в (31) – это обыкновенное число (-1) , расположенное на нашей числовой оси $Ax^0(10^0)$, на которой числа идут с весовым коэффициентом 10^0 (рис. 1).

Второе слагаемое – это бесконечно большая величина первого порядка. О порядке бесконечно большой величины мы узнаем по множителю 1, стоящем перед символом бесконечности в показателе. Существует числовая ось, полностью аналогичная нашей оси, известной еще со школы, но числа на этой оси идут с общим весовым коэффициентом 10^{1^∞} и понимаются как бесконечно большие величины первого порядка. На этой числовой оси выбрано число 1 в качестве результата в (31).

Эти представления укладываются в рамки модели числовой гипероси, представленной далее, см. также [5]. Числовая гиперось является расширением известного понятия числовой оси и дает начальное представление о структуре бесконечности. Числовую ось, имеющую весовой коэффициент 10^{p^∞} , обозначаем символами: $Ax^p(10^{p^\infty})$ или Ax^p .

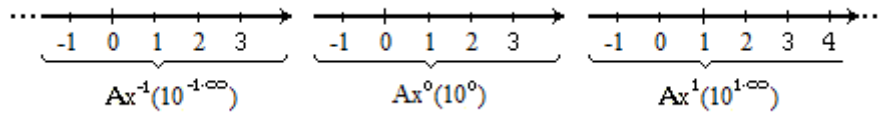


Рис. 1. Числовая гиперось

Числовые оси, входящие в гиперось, упорядочены по признаку порядка p . Поэтому гиперось Ax можно записать как упорядоченное объединение числовых осей:

$$Ax = \bigcup_{-\infty < p < +\infty} Ax^p \quad (32)$$

Наглядное представление о гипероси можно получить из рис. 1.

Отрицательным значениям p соответствуют бесконечно малые величины порядка p , положительным – бесконечно большие. Множество значений параметра p может быть как дискретным, так и континуальным.

Правая часть в (31) – это гиперчисло. Наподобие тому, как числа изображаются точками на числовой оси, гиперчисла также изображаются точками на гипероси, правда, для изображения гиперчисла требуется не одна точка, а набор точек, по точке на каждую ось. Гиперчисло (31) изображается так:

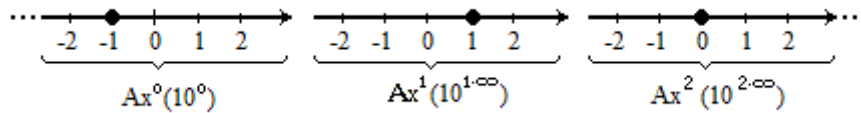


Рис. 2. Представление гиперчисла (31) на числовой гипероси

Гиперчисло (31) можно записать с явным выделением числовых осей:

$$10^{1-\infty} - 1 = (-1) \cdot 10^0 + 1 \cdot 10^{1-\infty} = (-1)|_{Ax^0} + 1|_{Ax^1} + 0|_{Ax^2} + \dots, \quad (33)$$

или более компактно:

$$10^{1-\infty} - 1 = [-1|1|0|\dots], \quad (34)$$

где справа от равенства после открывающей квадратной скобки на оси Ax^0 стоит число (-1) , на оси Ax^1 – число 1, на оси Ax^2 – число 0 и т. д. Вертикальные черточки служат для отделения числовых осей друг от друга. Угловая скобка показывает направление роста порядков числовых осей. Нам для записи гиперчисла понадобились числовые оси, начиная с оси Ax^0 , поэтому интересующую нас сумму можно записать в виде:

$$s = 1 + 1 + 1 + \dots = [-1|1|0|\dots], \quad (35)$$

не выделяя начальную ось Ax^0 . В иных случаях такое выделение можно явно оформить. Выражения (33)–(35) раскрывают структуру той бесконечности, которой равна сумма s .

Замечание 4. Не следует путать числовую гиперось (рис. 1) с обобщенной разрядной сеткой, с гиперсеткой (26).

Замечание 5. По историческим причинам числа на числовых осях растут слева направо.

На гиперсетках, наоборот, веса разрядов растут справа налево.

Итоговые равенства (24), (28), (35) соберем вместе:

$$\begin{array}{ll} 1+1+1+\dots = \bar{9} & \text{на сетке } Gr^0 \\ 1+1+1+\dots = \dots \parallel \bar{0} \parallel \bar{0} \parallel \bar{9} \parallel & \text{на гиперсетке } Gr \text{ (26)} \\ 1+1+1+\dots = [-1|1|0|\dots] & \text{на гипероси, рис.2} \end{array}$$

Справа от равенств стоят представления той бесконечности, которой равен ряд. Представление (24) дано на сетке Gr^0 ; представление (28) – на гиперсетке Gr (по другому,

на обобщенной разрядной сетке); представление (35) – на числовой гипероси. Тем самым получен ответ на вопрос о структуре бесконечности, поставленный в конце Введения.

Дополнение. Формула $\lim_{n \rightarrow \infty} n = 10^{1\infty} - 1$ (29) позволяет решить вопрос о пределах многих бесконечных сумм.

Пример 4. Найти предел суммы

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots \quad (36)$$

Решение. Имеем:

$$\begin{aligned} s &= 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} (1 + 2 + 3 + \dots + n) = \\ &= \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{2} \cdot n + \frac{1}{2} \cdot n^2 \right) = \frac{1}{2} \cdot \lim_{n \rightarrow \infty} n + \frac{1}{2} \cdot (\lim_{n \rightarrow \infty} n)^2 = \\ &= \frac{1}{2} \cdot (10^{1\infty} - 1) + \frac{1}{2} \cdot (10^{1\infty} - 1)^2 = -\frac{1}{2} \cdot 10^{1\infty} + \frac{1}{2} \cdot 10^{2\infty} = [0 | -\frac{1}{2} | \frac{1}{2} | 0 | \dots] \end{aligned}$$

Итак,

$$s = 1 + 2 + 3 + \dots + n + \dots = [0 | -\frac{1}{2} | \frac{1}{2} | 0 | \dots], \quad (37)$$

т. е. сумма (36) является бесконечно большой величиной второго порядка, наподобие того, как ее конечный аналог является многочленом второго порядка.

Аналогично (37) находим:

$$\begin{aligned} s &= 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 + \dots = [0 | \frac{1}{6} | -\frac{1}{2} | \frac{1}{3} | 0 | \dots], \\ s &= 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 + \dots = [0 | 0 | \frac{1}{4} | -\frac{1}{2} | \frac{1}{4} | 0 | \dots]. \end{aligned}$$

Понятно, как действовать в других случаях. По проблеме, рассмотренной в данной статье, см. также [6–8].

Считаем приятным долгом выразить благодарность доктору технических наук, профессору А. И. Перегуде за интерес к работе.

Литература

1. Эйлер Л. Дифференциальное исчисление. М. ; Л. : ГИТТЛ, 1949. 580 с.
2. Santonja J. M. Физика учит новый язык. Лейбниц. Анализ бесконечно малых / пер. с исп. М. : Де Агостини, 2015. 168 с.
3. Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления ; в 3 т. СПб. : Лань, 2016.
4. Pulchinski J. String theory. Vol 1. Cambridge university press, 2005. 402 p.
5. Деев Г. Е. Вычисления с бесконечностями // Вестн. кибернетики. 2017. № 1. С. 49–57.
6. Харди Г. Расходящиеся ряды. М. : Изд-во иностр. лит., 1951. 504 с.
7. Рамис Ж.-П. Расходящиеся ряды и асимптотические теории. М. ; Ижевск : Ин-т компьют. исслед., 2002. 80 с.
8. Выгодский М. Я. Вступительное слово к «Дифференциальному исчислению» Л. Эйлера // Эйлер Л. Дифференциальное исчисление. М. ; Л. : ГИТТЛ, 1949. С. 5–34.

УДК 531.875.7:514.7

МЕТОД ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ МЕХАНИКИ ТРЕЩИН

А. В. Звягин¹, Н. Н. Смирнов^{1,2}, Д. И. Панфилов¹, А. А. Шамина¹¹ *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова,
zvsasha@rambler.ru, mech.math.msu@inbox.ru*² *Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных
исследований Российской академии наук, mech.math.msu@inbox.ru*

В статье описан численный метод граничных элементов, реализующий метод разрывных смещений в трехмерном пространстве. Преимуществом данного метода является то, что на конечные элементы разбивается только поверхность трещин, моделирующая разрыв упругой среды. Это понижает размерность задачи на стадии ее решения. Данный метод может быть эффективно применен при моделировании трещин гидроразрыва и их взаимодействия с естественными разломами в несущей породе.

Ключевые слова: трехмерное пространство, упругая среда, трещина, коэффициент интенсивности напряжений, метод граничных элементов, метод разрывных смещений.

BOUNDARY ELEMENT METHOD FOR NUMERICAL SIMULATIONS OF 3-D FRACTURE MECHANICS PROBLEMS

A. V. Zvyagin¹, N. N. Smirnov^{1,2}, D. I. Panfilov¹, A. A. Shamina¹¹ *Lomonosov Moscow State University,
zvsasha@rambler.ru, mech.math.msu@inbox.ru*² *System Research institute, Russian Academy of Sciences, mech.math.msu@inbox.ru*

The paper suggests a modification of boundary elements numerical method, which uses displacement discontinuity method in 3D space. The advantage of this method is in essential decrease of computational elements number in 3D space because only the surface of a fracture is placed on final elements simulating the discontinuity of elastic medium. Thus the dimension of the problem is decreased. The method proved to be effective for hydraulic fractures modeling and their interaction with natural faults in host rock formations.

Keywords: 3D space, elastic medium, fracture, stress intensity factor, boundary element method, displacement discontinuity method.

Введение. Одной из актуальных задач современной механики разрушения является задача аналитических исследований концентрации напряжений в окрестности трещин в трехмерном пространстве. Увеличение проницаемости нефтенесущих пород в окрестности добывающих скважин достигается при применении технологии гидравлического разрыва. При этом жидкость гидроразрыва закачивается в скважину под большим давлением и с большим расходом, чтобы сформировать трещины [1–2]. Для повышения эффективности операции гидроразрыва необходимо проводить предсказательное моделирование формирования трещины и введения в эксплуатацию. Роль вычислительного моделирования в данной технологии трудно переоценить, поскольку трещина гидроразрыва – один из немногих технологических объектов, который не может быть подвергнут визуальному осмотру перед введением в эксплуатацию, так как находится на глубине порядка километров под землей. Существенное влияние на режим и направление распространения трещины гидроразрыва оказывает распределение напряжений в пласте, а также наличие неоднородностей материала: зон повышенной поврежденности, малых закрытых трещин, разломов [3–5]. К настоящему времени расчеты продвижения трещин гидроразрыва были основаны на моделях либо Христиановича [6], либо Перкинса (РКН) [7]. Обе модели существенно полагаются на упругую

(или пороупругую) модель для описания скелета. В рамках подобных подходов получено множество аналитических автомодельных решений [8–9]. Подробнее об используемых аналитических и полуаналитических решениях изложено в соответствующих главах работы М. J. Economides and K. G. Nolte [10].

Модели продвижения трещины гидроразрыва в упругой среде в двумерной постановке с учетом возможных неоднородностей оказались весьма эффективными благодаря простоте их вычислительной реализации. Работы [3–5, 11] положили начало серии исследований, которые привели как к получению фундаментальных результатов [2], так и к созданию коммерческих симуляторов гидроразрыва [12] в средах с естественной трещиноватостью.

В настоящее время существуют хорошо развитые эффективные методы решения двумерных задач о трещинах. Одним из таких методов является метод разрывных смещений [13]. Преимуществом данного метода является возможность точного выполнения уравнений теории упругости. При этом граничные условия выполняются на дискретном множестве точек границы, которое можно сделать сколь угодно плотным. Для трехмерных задач механики твердого деформируемого тела чаще всего используются методы конечных элементов. Но их использование в механике трещин в трехмерном пространстве сталкивается с большими трудностями, поскольку построение полей напряжений и перемещений в окрестности трещин требует построения достаточно мелкой, адаптированной к геометрии трещин, сетки из конечных элементов. При наличии системы трещин сложной геометрии задача становится фактически невыполнимой.

В данной работе предлагается численный метод граничных элементов, реализующий метод разрывных смещений в трехмерном пространстве. Преимуществом данного метода является то, что на конечные элементы разбивается только поверхность трещин, моделирующая разрыв упругой среды. Это понижает размерность задачи на стадии ее решения. С точки зрения математической теории, данный подход является одной из реализаций метода разложения решения по неортогональным функциям [14–17]. После численного определения коэффициентов разложения мы имеем фактически аналитическое представление решения в виде конечного ряда внутри области. С точки зрения памяти, нам надо хранить только найденные коэффициенты разложения, позволяющие найти любые требуемые характеристики в любой точке области решения. Это существенно с точки зрения простоты практического использования полученного решения. В отличие от предыдущих результатов [15–17], при получении которых разложение осуществлялось по функциям, являющимся потенциалами простого слоя, данная работа использует новые фундаментальные решения, являющиеся потенциалами двойного слоя.

2. Построение системы функций разложения

Основой метода разложения решения по неортогональным функциям является построение системы линейно независимых решений основной системы уравнений задачи. В статической теории упругости – это уравнения равновесия.

Введем следующие обозначения: (x_1, x_2, x_3) – декартовы координаты в некоторой системе координат с базисом e_1, e_2, e_3 ; $u_i(x_1, x_2, x_3)$, $(i = 1, 2, 3)$ – компоненты вектора перемещений; λ, μ – упругие модули Ляме; $\varepsilon_{ij}, \sigma_{ij}$ ($i, j = 1, 2, 3$) – матрицы компонент тензора деформаций и тензора напряжений; для упрощения записи воспользуемся следующим обозначением частной производной $\partial f / \partial x_k = f_{,k}$; повторяющийся индекс в любом выражении будет означать операцию свертки; ∇ – оператор градиента функции; ∇^2 – оператор Лапласа.

Ограничимся случаем отсутствия массовых сил. Равновесие упругой среды описывается уравнениями Ляме:

$$(\lambda + \mu)u_{k,ki} + \mu u_{i,jj} = 0, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1)$$

Напряжения определяются обобщенным законом Гука:

$$\sigma_{ji} = \lambda \delta_{ji} \varepsilon_{kk} + 2\mu \varepsilon_{ji}, \quad \varepsilon_{ji} = \frac{1}{2}(u_{j,i} + u_{i,j}). \quad (2)$$

В результате подстановки деформаций в закон Гука (2) получим представление напряжений с помощью перемещений

$$\sigma_{ji} = \lambda \delta_{ji} u_{k,k} + \mu(u_{j,i} + u_{i,j}). \quad (3)$$

Продифференцируем полученное уравнение (1) по переменной x_i с последующей сверткой по индексу i . В результате получим, что дилатация $e = u_{i,i}$ является гармонической функцией $\nabla^2 e = 0$. Применим к уравнениям равновесия (1) оператор Лапласа и примем во внимание то, что дилатация является гармонической функцией. В результате приходим к известному факту, что компоненты вектора перемещений являются бигармоническими функциями:

$$\nabla^2 \nabla^2 u_i = 0, \quad i = 1, 2, 3. \quad (4)$$

Воспользуемся теоремой Альманси [18] о представлении бигармонической функции в форме

$$\nabla^2 \nabla^2 u = 0, \quad u = \varphi + x_3 \psi, \quad \nabla^2 \varphi = 0, \quad \nabla^2 \psi = 0. \quad (5)$$

Рассмотрим частное решение уравнений теории упругости в форме

$$u_1 = x_3 \frac{\partial \psi}{\partial x_1}, \quad u_2 = x_3 \frac{\partial \psi}{\partial x_2}, \quad u_3 = \varphi_3 + x_3 \frac{\partial \psi}{\partial x_3} \quad \Delta \varphi_3 = 0, \quad \Delta \psi = 0. \quad (6)$$

Подставим (6) в уравнения Ламе (1)

$$\begin{aligned} i = 1, \quad & (\lambda + \mu) \left(x_3 \psi_{,11} + x_3 \psi_{,22} + \varphi_{3,3} + (x_3 \psi_{,3})_{,3} \right)_{,1} + \mu \nabla^2 (x_3 \psi_{,1}) = 0; \\ i = 2, \quad & (\lambda + \mu) \left(x_3 \psi_{,11} + x_3 \psi_{,22} + \varphi_{3,3} + (x_3 \psi_{,3})_{,3} \right)_{,2} + \mu \nabla^2 (x_3 \psi_{,2}) = 0; \\ i = 3, \quad & (\lambda + \mu) \left(x_3 \psi_{,11} + x_3 \psi_{,22} + \varphi_{3,3} + (x_3 \psi_{,3})_{,3} \right)_{,3} + \mu \nabla^2 (x_3 \psi_{,3}) = 0. \end{aligned}$$

С учетом гармоничности функций φ_3, ψ , получим следующие соотношения $[(\lambda + \mu)\varphi_{3,3} + (\lambda + 3\mu)\psi_{,3}]_{,k} = 0$, $(k = 1, 2, 3)$. Данные равенства будут выполняться тождественно, если искомые функции связаны соотношением

$$\psi = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} \varphi_3. \quad (7)$$

Таким образом, уравнениям равновесия теории упругости удовлетворяет следующее поле перемещений

$$u_1 = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1}, \quad u_2 = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_2}, \quad u_3 = \varphi_3 - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_3}, \quad (8)$$

если $\Delta \varphi_3 = 0$.

Возьмем в качестве гармонической функции φ_3 потенциал двойного слоя с плотностью $\mu(\xi_0)$

$$\begin{aligned} \varphi_3(\mathbf{x}) &= \iint_S \mu(\xi) \frac{\partial}{\partial n_\xi} \frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|} dS_\xi, \quad \Delta \varphi_3 = 0, \\ \varphi_3^+(\xi_0) - \varphi_3^-(\xi_0) &= 4\pi\mu(\xi_0), \text{ если } \xi_0 \in S, \\ S: \quad x_3 &= 0, \quad |x_1| \leq h_1, \quad |x_2| \leq h_2; \quad |\mathbf{x} - \xi| \rightarrow \infty, \quad \varphi_3 \sim \frac{1}{|\mathbf{x} - \xi|^2}. \end{aligned} \quad (9)$$

Полученное поле перемещений

$$u_1 = -\Lambda x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_1}, \quad u_2 = -\Lambda x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_2}, \quad u_3 = \varphi_3 - \Lambda x_3 \frac{\partial \varphi_3}{\partial x_3}, \quad (10)$$

где $\Lambda = (\lambda + \mu)/(\lambda + 3\mu)$ удовлетворяет уравнениям равновесия упругой среды (1). Для поля перемещений (10) можно определить деформации:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= -\Lambda x_3 \varphi_{3,11}; \quad \varepsilon_{22} = -\Lambda x_3 \varphi_{3,22}; \quad \varepsilon_{33} = (1 - \Lambda) \varphi_{3,3} - \Lambda x_3 \varphi_{3,33}; \\ \varepsilon_{12} &= -\Lambda x_3 \varphi_{3,12}; \quad 2\varepsilon_{13} = (1 - \Lambda) \varphi_{3,1} - 2\Lambda x_3 \varphi_{3,13}; \\ 2\varepsilon_{23} &= (1 - \Lambda) \varphi_{3,2} - 2\Lambda x_3 \varphi_{3,23}; \quad e = \varepsilon_{kk} = (1 - \Lambda) \varphi_{3,3}. \end{aligned} \quad (11)$$

Подстановка (11) в закон Гука (2) определяет напряжения:

$$\begin{aligned} \frac{\sigma_{11}}{2\mu} &= \Lambda_1 (1 - \Lambda) \varphi_{3,3} - \Lambda x_3 \varphi_{3,11}; \quad \frac{\sigma_{22}}{2\mu} = \Lambda_1 (1 - \Lambda) \varphi_{3,3} - \Lambda x_3 \varphi_{3,22}; \\ \frac{\sigma_{33}}{2\mu} &= (1 + \Lambda_1) (1 - \Lambda) \varphi_{3,3} - \Lambda x_3 \varphi_{3,33}; \quad \frac{\sigma_{12}}{2\mu} = -\Lambda x_3 \varphi_{3,12}; \\ \frac{\sigma_{13}}{2\mu} &= \frac{(1 - \Lambda)}{2} \varphi_{3,1} - \Lambda x_3 \varphi_{3,13}; \quad \frac{\sigma_{23}}{2\mu} = \frac{(1 - \Lambda)}{2} \varphi_{3,2} - \Lambda x_3 \varphi_{3,23}. \end{aligned} \quad (12)$$

В формулах (12) использовано обозначение $\Lambda_1 = \lambda/(2\mu)$.

Отметим, что аналогичным образом можно построить еще два частных решения уравнений упругости с полями перемещений:

$$\begin{aligned} u_1 &= \varphi_1 - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_1}, \quad u_2 = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_2}, \quad u_3 = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_1}{\partial x_3}; \\ u_1 &= -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_1}, \quad u_2 = \varphi_2 - \frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_2}, \quad u_3 = -\frac{\lambda + \mu}{\lambda + 3\mu} x_3 \frac{\partial \varphi_2}{\partial x_3}. \end{aligned}$$

Функции $\varphi_k(x_1, x_2, x_3)$, $(k=1, 2)$, как в рассмотренном случае, являются потенциалами двойного слоя (9). Для них можно определить соответствующие поля деформаций и напряжений. В результате для площадки S_0 с нормалью, направленной вдоль оси x_3 , мы имеем три линейно независимых решения уравнений упругости. Отметим, что в случае выбора плотности потенциала двойного слоя $\mu(\xi_1, \xi_2)$ в виде многочлена, функции (9) вычисляются аналитически, поскольку сводятся к вычислению интегралов вида

$$\iint_{S_0} \frac{\xi_1^m \xi_2^n}{|\mathbf{x} - \boldsymbol{\xi}|^3} d\xi_1 d\xi_2. \quad (13)$$

Например, в случае постоянной плотности и прямоугольной площадки $S_0: |\xi_1| < h_1, |\xi_2| < h_2$, аналитическое выражение интеграла (13) будет иметь следующий вид

$$\frac{x_3}{2|x_3|} [\text{sign}(-x_1 + h_1)(\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_5 + \Phi_6) + \text{sign}(x_1 + h_1)(\Phi_3 - \Phi_4 - \Phi_7 + \Phi_8)],$$

где

$$\begin{aligned} \Phi_1 &= \arg \left(-\frac{\text{sign}(-x_1 + h_1)(x_1 - h_1)\sqrt{(x_1 - h_1)^2 + (x_2 - h_2)^2 + x_3^2} - x_3^2 - (x_1 - h_1)^2 + i(h_2 - x_2)|x_3|}{h_2 - x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_2 &= \arg \left(-\frac{-\text{sign}(-x_1 + h_1)(x_1 - h_1)\sqrt{(x_1 - h_1)^2 + (x_2 - h_2)^2 + x_3^2} + x_3^2 + (x_1 - h_1)^2 + i(h_2 - x_2)|x_3|}{-h_2 + x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_3 &= \arg \left(-\frac{-\text{sign}(x_1 + h_1)(x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 + h_1)^2 + (x_2 - h_2)^2 + x_3^2} - x_3^2 - (x_1 + h_1)^2 + i(h_2 - x_2)|x_3|}{h_2 - x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_4 &= \arg \left(-\frac{\text{sign}(x_1 + h_1)(x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 + h_1)^2 + (x_2 - h_2)^2 + x_3^2} + x_3^2 + (x_1 + h_1)^2 + i(h_2 - x_2)|x_3|}{-h_2 + x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_5 &= \arg \left(\frac{\text{sign}(-x_1 + h_1)(-x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 - h_1)^2 + (x_2 + h_2)^2 + x_3^2} + x_3^2 + (x_1 - h_1)^2 + i(h_2 + x_2)|x_3|}{-h_2 - x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_6 &= \arg \left(\frac{-\text{sign}(-x_1 + h_1)(-x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 - h_1)^2 + (x_2 + h_2)^2 + x_3^2} - x_3^2 - (x_1 - h_1)^2 + i(h_2 + x_2)|x_3|}{h_2 + x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_7 &= \arg \left(\frac{\text{sign}(x_1 + h_1)(x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 + h_1)^2 + (x_2 + h_2)^2 + x_3^2} + x_3^2 + (x_1 + h_1)^2 + i(h_2 + x_2)|x_3|}{-h_2 - x_2 + i|x_3|} \right), \\ \Phi_8 &= \arg \left(\frac{-\text{sign}(x_1 + h_1)(x_1 + h_1)\sqrt{(x_1 + h_1)^2 + (x_2 + h_2)^2 + x_3^2} - x_3^2 - (x_1 + h_1)^2 + i(h_2 + x_2)|x_3|}{h_2 + x_2 + i|x_3|} \right). \end{aligned}$$

Для построения численной схемы обозначим поля перемещений и напряжений, соответствующие каждому из построенных решений, следующим образом:

$$U_i^{m(k)}, \sigma_{ij}^{m(k)}, \quad (i, j = 1, 2, 3), (m = 1, 2, \dots, N) \quad (14)$$

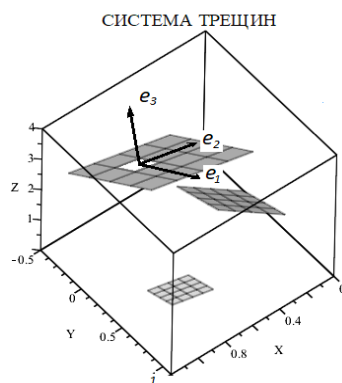
В выражениях (14) верхний индекс $k = 1, 2, 3$ означает номер решения. Например, номер $k = 3$ соответствует решению (8), (12). Индекс m – это номер граничного элемента.

Численный метод решения краевой задачи. Рассмотрим типичную задачу механики трещин. В пространстве глобальной системы координат (X, Y, Z) с базисом $(\mathfrak{e}_1, \mathfrak{e}_2, \mathfrak{e}_3)$ расположены несколько трещин, которые моделируются поверхностями разрыва перемещений (рис. 1). Для определенности будем ставить задачу в напряжениях. Это означает, что на берегу трещины задан вектор напряжений как функция точек поверхности. Пусть (X_m, Y_m, Z_m) – координаты центра граничного элемента с номером m , (e_1^m, e_2^m, e_3^m) – локальный базис данного элемента. Введем в рассмотрение ортогональную матрицу a_{ij}^m , позволяющую выразить локальные векторы в глобальном базисе

$$e_i^m = a_{ij}^m \mathfrak{e}_j. \quad (15)$$

Для каждого граничного элемента с номером n в его локальном базисе e_i^n можно считать заданными три компоненты вектора напряжений на площадке с нормалью e_3^n :

$$\sigma_{31} = b_1^n, \sigma_{32} = b_2^n, \sigma_{33} = b_3^n. \quad (16)$$



**Рис. 1. Система трещин в глобальной системе координат (X, Y, Z) .
На поверхности одной из трещин выделен граничный элемент со своей локальной системой координат (x_1, x_2, x_3) в базисе e_1, e_2, e_3**

Рассмотрим следующее поле перемещений и напряжений

$$\begin{aligned} U_i^m &= D_1^m U_i^{m(1)} + D_2^m U_i^{m(2)} + D_3^m U_i^{m(3)}; \\ \Sigma_{ij}^m &= D_1^m \sigma_{ij}^{m(1)} + D_2^m \sigma_{ij}^{m(2)} + D_3^m \sigma_{ij}^{m(3)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Эти поля являются решениями уравнений теории упругости в локальном базисе e_1^m, e_2^m, e_3^m . Найдем координаты центра элемента с номером n в данном базисе с использованием матрицы перехода (15)

$$\begin{aligned} x_1^{mn} &= (X_n - X_m) a_{11}^m + (Y_n - Y_m) a_{12}^m + (Z_n - Z_m) a_{13}^m, \\ x_2^{mn} &= (X_n - X_m) a_{21}^m + (Y_n - Y_m) a_{22}^m + (Z_n - Z_m) a_{23}^m, \\ x_3^{mn} &= (X_n - X_m) a_{31}^m + (Y_n - Y_m) a_{32}^m + (Z_n - Z_m) a_{33}^m. \end{aligned} \quad (18)$$

Подстановка координат (18) в формулы (17) позволяет найти компоненты тензора напряжений от поля (17) в точке, соответствующей центру элемента с номером n

$$\begin{aligned} \Sigma_{ij}^m(x_1^{mn}, x_2^{mn}, x_3^{mn}) &= D_1^m \sigma_{ij}^{m(1)}(x_1^{mn}, x_2^{mn}, x_3^{mn}) + \\ &+ D_2^m \sigma_{ij}^{m(2)}(x_1^{mn}, x_2^{mn}, x_3^{mn}) + D_3^m \sigma_{ij}^{m(3)}(x_1^{mn}, x_2^{mn}, x_3^{mn}). \end{aligned} \quad (19)$$

Полученные компоненты тензора (19) в базисе e_1^m, e_2^m, e_3^m позволяют найти их значения в базисе e_1^n, e_2^n, e_3^n

$$\sigma_{ij}^{mn} = D_1^m \sigma_{ij}^{mn(1)} + D_2^m \sigma_{ij}^{mn(2)} + D_3^m \sigma_{ij}^{mn(3)},$$

где

$$\begin{aligned}\sigma_{ij}^{mn(1)} &= \sigma_{pq}^{m(1)} (a_{ps}^m a_{is}^n) (a_{qr}^m a_{jr}^n), \\ \sigma_{ij}^{mn(2)} &= \sigma_{pq}^{m(2)} (a_{ps}^m a_{is}^n) (a_{qr}^m a_{jr}^n), \\ \sigma_{ij}^{mn(3)} &= \sigma_{pq}^{m(3)} (a_{ps}^m a_{is}^n) (a_{qr}^m a_{jr}^n).\end{aligned}\tag{20}$$

Выражения (20) принято называть коэффициентами влияния напряжений, которые вызывают соответствующее единичное решение для элемента с номером m в центре элемента с номером n . Причем напряжения (20) соответствуют базису e_1^n, e_2^n, e_3^n . Это позволяет найти вклад в граничные условия в напряжениях в форме девяти матриц размерности $(N \times N)$, где N — общее количество граничных элементов

$$\left. \begin{aligned}A_{mn}^{(k)} &= \sigma_{3k}^{mn(1)} = \sigma_{pq}^{m(1)} (a_{ps}^m a_{3s}^n) (a_{qr}^m a_{kr}^n), \\ B_{mn}^{(k)} &= \sigma_{3k}^{mn(2)} = \sigma_{pq}^{m(2)} (a_{ps}^m a_{3s}^n) (a_{qr}^m a_{kr}^n), \\ C_{mn}^{(k)} &= \sigma_{3k}^{mn(3)} = \sigma_{pq}^{m(3)} (a_{ps}^m a_{3s}^n) (a_{qr}^m a_{kr}^n),\end{aligned}\right\} k = 1, 2, 3.\tag{21}$$

Коэффициенты D_1^m, D_2^m, D_3^m (их количество $3N$) определяются из граничных условий. Суммируя с неопределенными коэффициентами вклады (21), которые вносит каждый элемент в центр элемента с номером n , и используя граничные условия, получим

$$\left. \begin{aligned}\sum_{m=1}^N A_{mn}^{(1)} D_1^m + \sum_{m=1}^N B_{mn}^{(1)} D_2^m + \sum_{m=1}^N C_{mn}^{(1)} D_3^m &= b_1^n, \\ \sum_{m=1}^N A_{mn}^{(2)} D_1^m + \sum_{m=1}^N B_{mn}^{(2)} D_2^m + \sum_{m=1}^N C_{mn}^{(2)} D_3^m &= b_2^n, \\ \sum_{m=1}^N A_{mn}^{(3)} D_1^m + \sum_{m=1}^N B_{mn}^{(3)} D_2^m + \sum_{m=1}^N C_{mn}^{(3)} D_3^m &= b_3^n,\end{aligned}\right\} n = 1, 2, \dots, N.\tag{22}$$

Введем общий вектор из коэффициентов и вектор правой части (22) в следующей форме

$$\begin{aligned}\mathbf{D} &= (D_1^1, D_1^2, \dots, D_1^N, D_2^1, D_2^2, \dots, D_2^N, D_3^1, D_3^2, \dots, D_3^N), \\ \mathbf{b} &= (b_1^1, b_1^2, \dots, b_1^N, b_2^1, b_2^2, \dots, b_2^N, b_3^1, b_3^2, \dots, b_3^N).\end{aligned}\tag{23}$$

Если сформировать глобальную матрицу коэффициентов влияния в виде

$$\hat{\mathbf{M}} = \begin{bmatrix} A_{mn}^{(1)} & B_{mn}^{(1)} & C_{mn}^{(1)} \\ A_{mn}^{(2)} & B_{mn}^{(2)} & C_{mn}^{(2)} \\ A_{mn}^{(3)} & B_{mn}^{(3)} & C_{mn}^{(3)} \end{bmatrix},\tag{24}$$

то система уравнений (22) переписется в векторной форме

$$\widehat{\mathbf{M}}\mathbf{D}^t = \mathbf{b}^t, \quad (25)$$

где $\mathbf{D}^t, \mathbf{b}^t$ – транспонированные векторы (23).

Таким образом, задача сводится к решению линейной системы уравнений (25). Если эта задача решена, то определение перемещений и напряжений в любой точке (X, Y, Z) глобальной системы координат сводится к следующей последовательности действий:

В цикле по переменной $m = 1 \dots N$ определяем перемещения $u_i(X, Y, Z)$ и напряжения $\sigma_{ij}(X, Y, Z)$.

1. Находим координаты данной точки в локальной системе координат с базисом e_1^m, e_2^m, e_3^m с использованием матрицы перехода (5)

$$\begin{pmatrix} x_1^m \\ x_2^m \\ x_3^m \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X - X_m \\ Y - Y_m \\ Z - Z_m \end{pmatrix}. \quad (26)$$

2. Вычислим величину перемещений и напряжений

$$U_i^m, \Sigma_{ij}^m, (i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3)$$

с помощью формул (17), (26).

3. После перехода в глобальную систему координат получим вклад элемента с номером m в перемещения и напряжения в глобальной системе координат:

$$u_j^m = U_i^m a_{ij}^m, \quad \Sigma_{ij}^m a_{iq}^m a_{jp}^m = \sigma_{pq}^m.$$

4. Суммируем в цикле полученные вклады

$$u_i(X, Y, Z) = \sum_{m=1}^N U_i^m, \quad \sigma_{ij}(X, Y, Z) = \sum_{m=1}^N \Sigma_{ij}^m. \quad (27)$$

Таким образом, формулы (27) завершают определение перемещений и напряжений в произвольной точке области решения.

3. Результаты расчетов и тестирования

Изложенный метод был реализован в виде программы. Ниже приводятся численные результаты. В первую очередь, программа была протестирована путем сравнения с известными аналитическими решениями. В качестве задач тестирования были выбраны следующие аналитические результаты.

Моделирование дискообразной трещины. Рассмотрим осесимметричную трещину в виде диска [19–21], которая находится под действием внутреннего давления.

В цилиндрической системе координат r, φ, z (трещине соответствует диск $z = 0, 0 \leq r \leq R$) данной задаче соответствуют граничные условия: $z = 0, 0 \leq r \leq R, \sigma_{zz} = -p, \sigma_{rz} = 0$.

Основной характеристикой линейной механики разрушения является коэффициент интенсивности напряжений $K_I = \lim_{r \rightarrow R} \sigma_{zz} \sqrt{2\pi(r - R)}$. В аналитическом решении для круглой трещины его величина равна

$$K_I = \frac{2}{\sqrt{\pi R}} \int_0^R \frac{r \sigma_{zz}(r) dr}{\sqrt{R^2 - r^2}}.$$

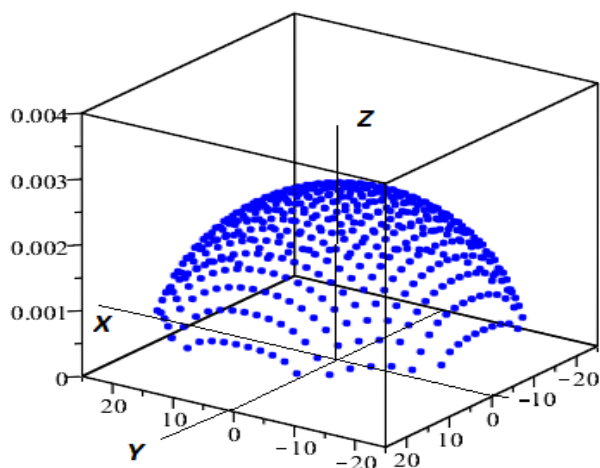
Эта задача решалась численно в трехмерной постановке для разных радиусов. Результаты сравнения приведены в табл. 1.

Таблица 1

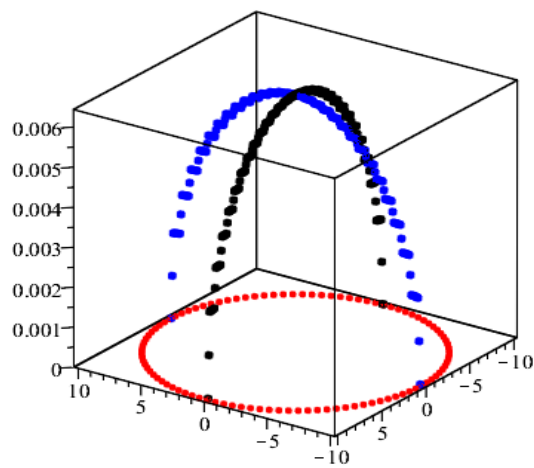
Радиус трещины R (м)	20	25
Численное значение $K_I/\mu \left(m^{1/2} \right)$	0,0063	0,0074
Теоретическое значение $K_I/\mu \left(m^{1/2} \right)$	0,0051	0,0056

Проверялась степень выполнения симметрии задачи. На рис. 2 показано положение верхней поверхности трещины (точки соответствуют граничным элементам).

Поверхность берега трещины после раскрытия



Поверхность берега трещины после раскрытия



(a)

(6)

Рис. 2. Форма цилиндрической трещины:

a) соответствует раскрытию трещины радиуса $R = 20$ с прямоугольными граничными элементами

$$h_x \times h_y, h_x = 1, h_y = 1,$$

б) два сечения $x=0$ и $y=0$ верхней поверхности трещины радиуса $R=5$, $h_x=0,35$, $h_y=0,35$

Плоская трещина под действием неравномерного внутреннего нагружения. В качестве еще одного сравнения была выбрана плоская трещина, которая находится под действием линейно возрастающего внутреннего давления $P = P(x)$ (рис. 3).

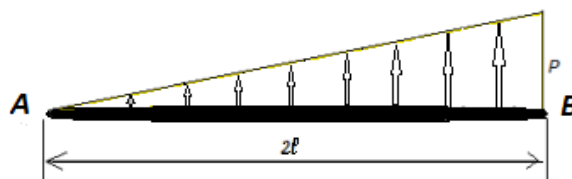


Рис. 3. Плоская трещина длины $2l$ под действием линейно распределенного давления

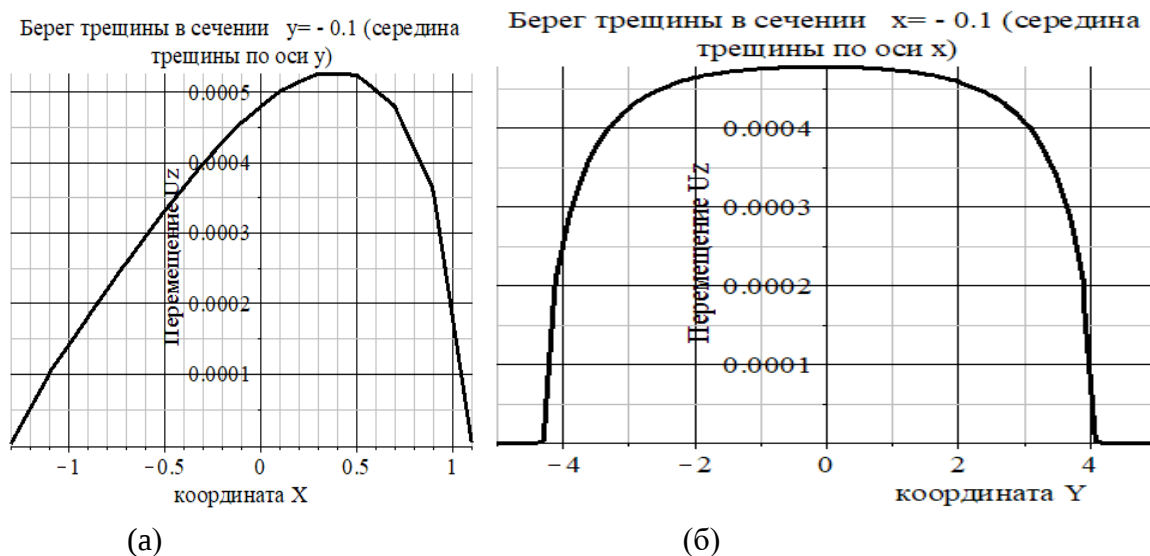
$$P(x), \quad P(A)=0, P(B)=p$$

Теоретические значения коэффициентов интенсивности напряжений в данном случае соответственно равны: в точке B $K_I = 3p\sqrt{\pi l}/4$; в точке A $K_I = p\sqrt{\pi l}/4$ (рис. 3). Для сравнения были проведены расчеты трехмерной трещины в виде плоского прямоугольника размерами $L_x \times L_y = 8,4 \times 2,4$. Граничные элементы определялись параметрами $h_x = 0,1$, $h_y = 0,1$. Коэффициенты интенсивности определялись для сечения $y = 0$, соответствующего середине трещины. Результаты сравнения полученного численного решения с точным аналитическим решением данной задачи приведены в табл. 2.

Таблица 2

	$K_I/\mu \left(M^{1/2} \right)$ в точке A	$K_I/\mu \left(M^{1/2} \right)$ в точке B
Расчет	0,00053	0,00149
Теория	0,00048	0,00139

Сечения верхнего берега ($z = 0^+$) трещины приведены на рис. 4.



(а)

(б)

Рис. 4. Сечения верхнего берега ($z = 0^+$) плоской трещины, находящейся под действием нарастающего по оси x внутреннего давления:
а) сечение $y = 0$; б) сечение $x = 0$

Представление трехмерной поверхности трещины кривыми ее пересечения с плоскостями $y = const$ приведено на рис. 5.

Рис.4б показывает выполнение симметрии задачи в сечении $x = const$. Линейно распределенное давление внутри трещины приводит к асимметричному раскрытию трещины (рис. 4а, рис. 5). Расчетные значения коэффициента интенсивности (табл. 2) достаточно хорошо соответствуют их теоретическим значениям.

Поверхность берега трещины после раскрытия

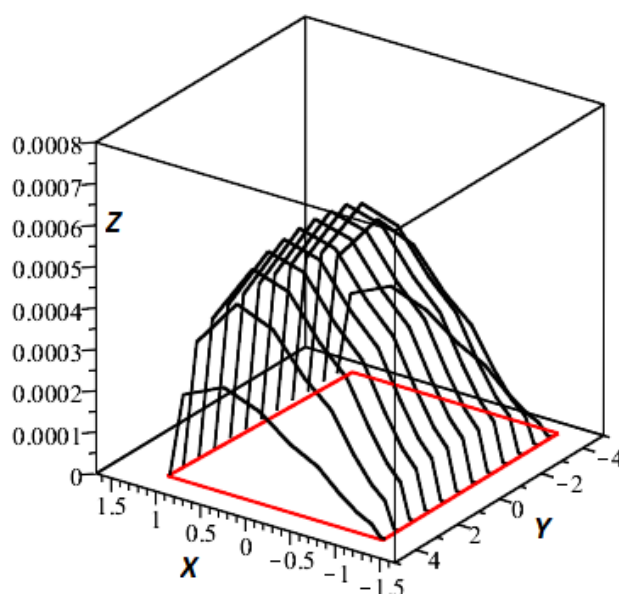


Рис. 5. Поверхность верхнего берега трещины представлена кривыми пересечения верхнего ($z = 0^+$) берега трещины с плоскостями $Y = const$

4. Решение трехмерных задач взаимодействия трещин

Для демонстрации пространственных возможностей программы приведены иллюстрации расчетов двух задач (рис. 6, 7).

Взаимодействие двух плоских круговых трещин, расположенных в непараллельных плоскостях.

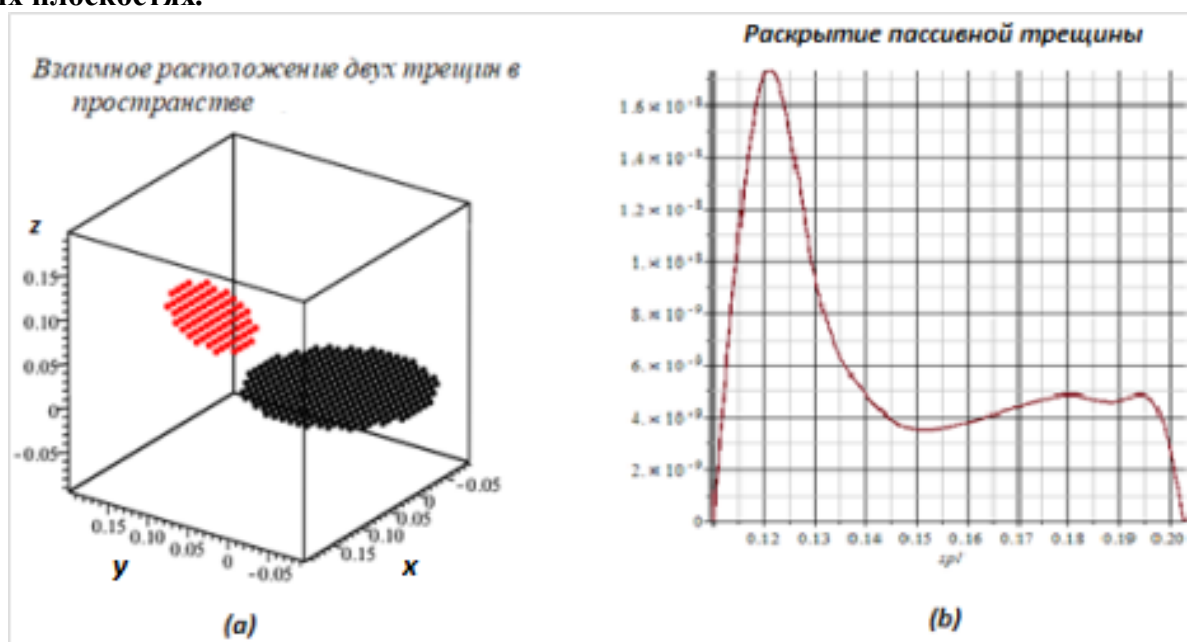


Рис. 6. Две круговых плоских трещины $R_1 = 0,1$, $R_2 = 0,05$ расположены под углом 30° на расстоянии 0,01:

(а) относительное расположение; (б) раскрытие пассивной трещины

В первой задаче активная трещина радиуса $R_1 = 0,1$ находится под действием внутреннего давления $p/\mu = 0,005$ (рис. 6). Под действием возникающих напряжений пассивная (разрез) трещина радиуса $R_2 = 0,051$ раскрывается. На рис. 6б показан график разности нормальных перемещений верхнего и нижнего берега вспомогательной трещины в сечении $x = 0$.

Круговая двумерная трещина на искривленной поверхности в трехмерном пространстве. На рис. 7 приведены результаты расчетов для трещины, которая не является плоской.

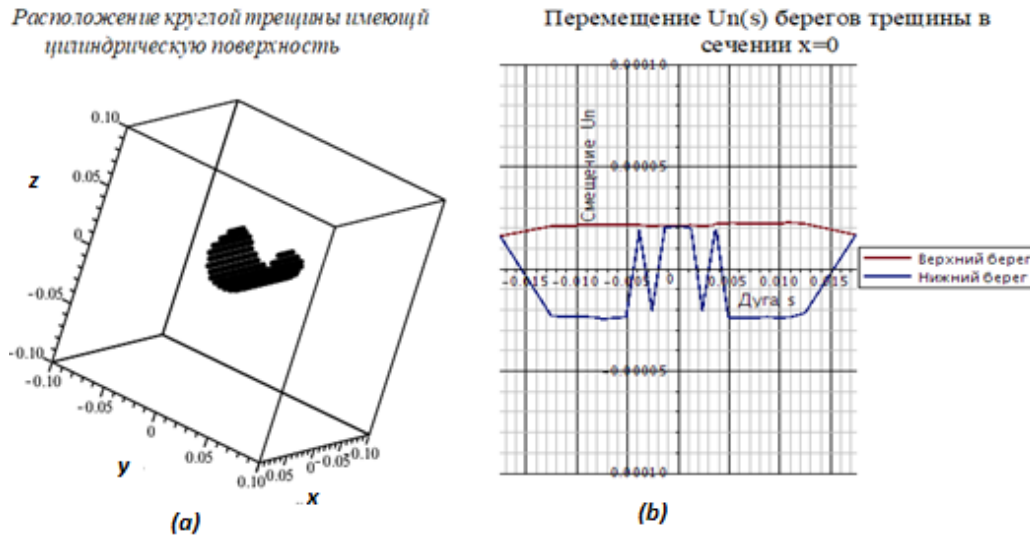


Рис. 7. Круглая в плане трещина радиуса $R_1 = 0.05$ изогнута в виде цилиндрической поверхности радиуса $R_2 = 0.025$:

а) общий вид;

б) перемещение берегов трещины по нормали к срединной поверхности в сечении $x = 0$

Внутри трещины действует давление $P_0/2\mu = 0,001$. Рис. 7б – график зависимости нормальных перемещений нижнего и верхнего берега трещины от дуговой координаты в сечении $x = 0$. Следует отметить наличие морщин на внешней поверхности трещины.

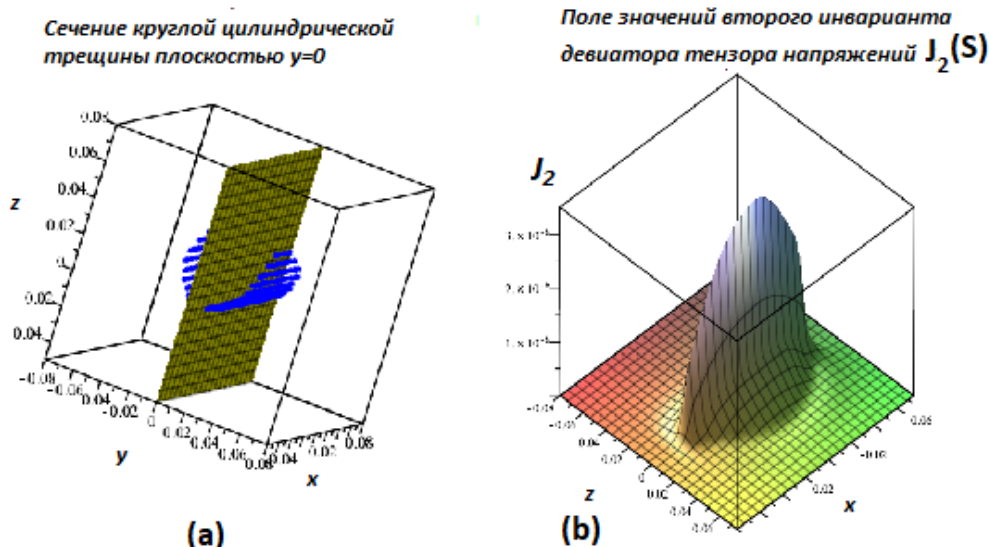


Рис. 8. (а) плоскость сечения трещины;

(б) график изменения второго инварианта девиатора тензора напряжений в данном сечении

Для иллюстрации распределения напряжений в окрестности трещины было определено значение второго инварианта девиатора тензора напряжений (рис. 8b) в зависимости от координат (x, z) в сечении $y = 0$ (рис. 8a) и аналогичный график от координат (y, z) (рис. 9b) в сечении $x = 0$ (рис. 9a).

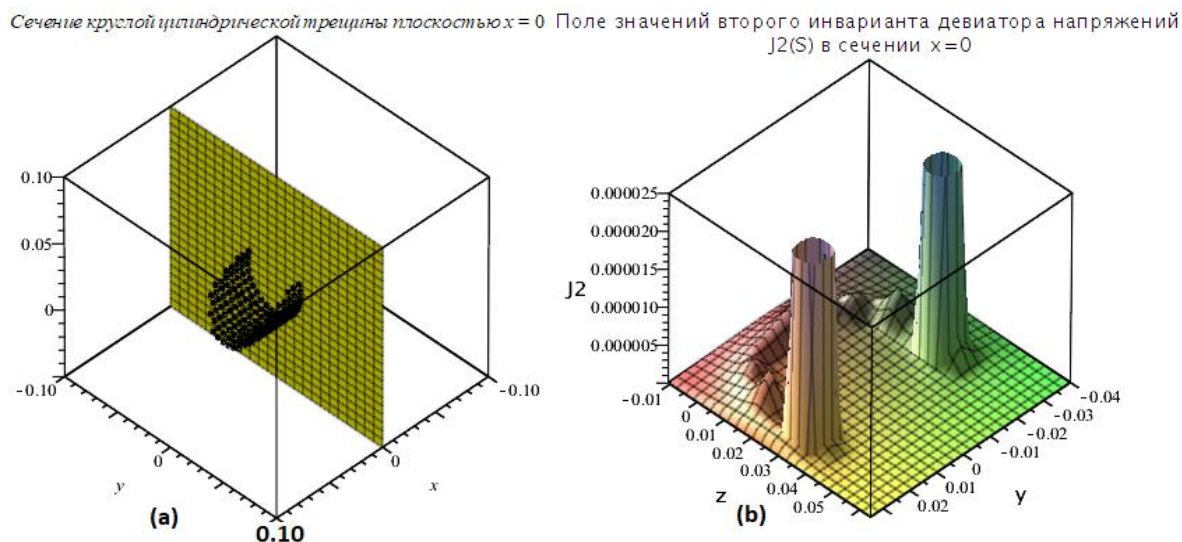


Рис. 9. (a) плоскость сечения трещины;
(b) график зависимости второго инварианта девиатора тензора напряжений в данном сечении

Приведенные расчеты фиксируют, что образование морщин приводит к существенному снижению уровня напряжений (рис. 8b), поскольку в данном сечении $y = 0$ трещина фактически закрыта (это сечение соответствует значению дуги $S = 0$ (рис. 7b). В сечении $x = 0$ (рис. 9a) края трещины раскрыты, что приводит к бесконечным напряжениям (рис. 9b). Наличие морщин отчетливо проявляется в немонотонном поведении напряжений на круглом контуре трещины в данном сечении (рис. 9b).

Заключение. Подводя итоги, можно считать, что предлагаемый метод расчетов напряженно-деформированного состояния упругой среды для системы трехмерных трещин дает возможность достаточно удовлетворительно определять поле перемещений и напряжений. Сравнение коэффициентов интенсивности с известными аналитическими результатами показало, что и количественные характеристики вполне приемлемы.

Было изучено пространственное взаимодействие двух плоских трещин, расположенных в непараллельных плоскостях. Показано, что в случае роста одной из трещин под действием внутренней нагрузки, вторая трещина, расположенная под углом к первой, также раскрывается. Раскрытие второй трещины несимметричное: оно возрастает при приближении к зоне близкого расположения трещин.

Исследование раскрытия трехмерных трещин под действием внутреннего нагружения показало возможность формирования морщин на ее поверхности, что приводит к существенному уменьшению напряжений. Наличие морщин проявляется в немонотонном характере распределения напряжений на круговом контуре сечения симметричной трещины.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16-29-15076.

Литература

1. Киселев А. Б., Захаров П. П. К численному моделированию динамики необратимого деформирования и разрушения нефтеносного пласта // Матем. моделирование. 2013. Т. 25. № 3. С. 62–74.

2. Smirnov N. N., Kiselev A. B., Nikitin V. F., Smirnova M. N., Tyurenkova V. V. Underground Hydraulic Fracturing Technology Computer Simulations // Proc. The IACGE International Symposium on Geotechnical and Earthquake Engineering (IACGE-2016). Beijing, China. October 11–13, 2016. Beijing, 2016. P. 194–202.
3. Акулич А. В., Звягин А. В. Взаимодействие трещины гидроразрыва с естественной трещиной // Изв. Рос. Академии наук. Механика жидкости и газа. 2008. № 3. С. 104–112.
4. Акулич А. В., Звягин А. В. Численное моделирование распространения трещины гидроразрыва // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2008. № 1. С. 43–49.
5. Богданов А. И., Звягин А. В., Тьерсилен М. Взаимное влияние системы трещин на коэффициент интенсивности напряжений // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 1. Математика. Механика. 2004. № 6. С. 44–49.
6. Khristianovich S. A., Zheltov Y. P. Formation of vertical fractures by means of highly viscous liquid // Proc. 4th World Petrol. Congr. Rome, 1955. V. 2. P. 579–586.
7. Perkins T. K., Kern L. R. Widths of hydraulic fractures // J Petrol Technol. 1961. V. 13. № 9. P. 937–949.
8. Smirnov N. N., Tagirova V. P. Self-Similar Solutions of the Problem of Formation of a Hydraulic Fracture // Porous Medium. Fluid Dynamics. 2007. Vol. 42. № 1. P. 60–70.
9. Smirnov N. N., Tagirova V. P. Problem of Propagation of a Gas Fracture // Porous Medium. Fluid Dynamics. 2008. Vol. 43. № 3. P. 402–417.
10. Economides M. J., Nolte K. G. Reservoir Stimulation. Third Edition. Chichester : Weinheim : NY : Brisbane : Singapore : Toronto : John Wiley & Sons Ltd, 2000. 750 p.
11. Chuprakov D. S., Akulich A. V., Siebrits E., Thiercelin M. Hydraulic Fracture Propagation in a Naturally Fractured Reservoir // SPE128715 Presented at the SPE Oil and Gas India Conference and Exhibition held in Mumbai, India. January 20–22, 2010. Mumbai, 2010.
12. Weng X., Kresse O., Chuprakov D., Cohen C.-E., Prioul R., Ganguly U. Applying complex fracture model and integrated work flow in unconventional reservoirs // Journal of Petroleum Science and Engineering. 2014. 124. P. 468–483.
13. Крауч С., Старфилд А. Методы граничных элементов в механике твердого тела. М. : Мир, 1987. 328 с.
14. Алексидзе М. А. Решение граничных задач методом разложения по неортогональным функциям. М. : Наука, 1978. 352 с.
15. Shou K. J. A high order three-dimensional displacement discontinuity method with application to bonded half-space problems : dis. ... Ph.D. Minneapolis : University of Minnesota, 1993.
16. Shou K. J., Siebrits E., Crouch S. L. A high order displacement discontinuity method for three-dimensional elastostatic problems // Int J Rock Mech Min Sci. 1997. № 34 (2). P. 317–322.
17. Wu K. Numerical Modeling of Complex Hydraulic Fracture Development in Unconventional Reservoirs : dis. ... Ph.D. Austin : University of Texas at Austin, 2014.
18. Almansi E. Sull'integrazione dell'equazione differenziale $\nabla^{2m}u = 0$ // Ann Mat. 1899. V. III. № 2.
19. Уфлянд Я. С. Интегральные преобразования в задачах теории упругости. Л. : Наука, 1967. 402 с.
20. Гольдштейн Р. В. Плоская трещина произвольного разрыва в упругой среде // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. 1979. № 3. С. 111–126.
21. Kassir M. K., Sih G. G. External elliptical crack in elastic solid // The international Journal of Fracture Mechanics : Wolters-Noordhoff Publishing Groningen. 1968. Vol. 4. № 4. P. 347–356.

УДК 622.276.1/.4:519.87

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА НЬЮТОНА – РАФСОНА ПРИ МНОГОКОМПОНЕНТНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ РАЗРАБОТКИ МЕСТОРОЖДЕНИЙ ЖИДКИХ И ГАЗООБРАЗНЫХ УГЛЕВОДОРОДОВ

И. В. Афанаскин, С. Г. Вольпин, А. В. Королев, П. В. Ялов

Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук, Ivan@Afanaskin.ru

Рассмотрена система дифференциальных уравнений для определения давления, насыщенности и концентрации компонентов при моделировании трехфазной многокомпонентной фильтрации нефти, газа и воды. Описан метод определения концентраций компонентов в фазах путем решения исходной системы уравнений материального баланса смеси с помощью метода Ньютона – Рафсона. Приведен пример с использованием указанного метода для моделирования водогазового воздействия.

Ключевые слова: композиционная модель, многокомпонентная фильтрация, фазовые переходы.

USE OF NEWTON – RAPHSOON METHOD IN MULTICOMPONENT MATHEMATICAL MODELING OF LIQUID AND GAS HYDROCARBONS DEPOSITS DEVELOPMENT

I. V. Afanaskin, S. G. Volpin, A. V. Korolev, P. V. Yalov

System Research Institute, Russian Academy of Sciences, Ivan@Afanaskin.ru

A system of differential equations for determining the pressure, saturation, and concentration of components in the simulation of three-phase multicomponent flow of oil, gas, and water is considered. A method for determining the concentration of components in phases is described by solving the initial system of equations for the material balance of a mixture using the Newton – Raphsoon method. An example of the use of this method for modeling the water-alternating-gas injection is given.

Keywords: compositional model, multicomponent flow, phase transitions.

Введение. Многокомпонентное (композиционное) моделирование позволяет проводить расчеты внутрипластовых процессов при разработке месторождений жидких и газообразных углеводородов (нефть, газ, конденсат) с выделением большого числа компонентов (или псевдокомпонентов) с различными физико-химическими свойствами. Это необходимо для точного учета добычи отдельных компонентов, содержащихся в продукции скважин, а также для моделирования некоторых процессов повышения нефтеотдачи и интенсификации нефтедобычи, связанных со сложными фазовыми превращениями в продуктивных пластах.

Часто для расчета равновесных составов обходятся использованием аппарата коэффициентов распределения, заданных функциями от давления и температуры. Более точные методы включают использование уравнений состояния как для расчета фазовых равновесий, так и для определения плотностей пластовых флюидов, что позволяет получать внутренне согласованные характеристики пластовой системы вплоть до критических состояний.

В этой работе концентрации компонентов в фазах и фазовые плотности определяются из уравнений, определяющих условия равновесия пластовой системы с использованием

кубических уравнений состояния, а также уравнений материального баланса компонентов смеси с помощью метода Ньютона – Рафсона.

1. Система дифференциальных уравнений. Рассмотрим математическую модель трехфазной многокомпонентной (композиционной) изотермической фильтрации газа, нефти и воды [1–5, 7, 11]. Будем считать, что водный компонент присутствует только в водной фазе, а углеводородные компоненты могут находиться как в нефтяной, так и в газовой фазах. Концентрация компонента в фазах определяется с помощью уравнения состояния.

Складывая уравнения материального баланса фаз [5, 11], запишем уравнение для давления в следующем виде:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi (\xi_o S_o + \xi_g S_g + \xi_w S_w)] + \nabla \cdot (\xi_o \vec{W}_o + \xi_g \vec{W}_g + \xi_w \vec{W}_w) = -\bar{q}_o - \bar{q}_g - \bar{q}_w, \quad (1)$$

где ϕ – пористость пласта; ξ_α – мольная фазовая плотность, $\alpha = o, g, w$; S_α – фазовая насыщенность, $\alpha = o, g, w$; $\vec{W}_\alpha$ – фазовая скорость фильтрации, $\alpha = o, g, w$; $\bar{q}_\alpha$ – плотность источника фазы, $\alpha = o, g, w$; ∇ – оператор Гамильтона.

Скорости фильтрации фаз будем определять с помощью обобщенного закона Дарси:

$$\vec{W}_\alpha = -\frac{k k_{r\alpha}}{\mu_\alpha} (\nabla P_\alpha + \rho_\alpha g \nabla D), \quad \alpha = o, g, w, \quad (2)$$

где k – абсолютная проницаемость пласта; μ_α – динамическая вязкость фазы α , ρ_α – массовая плотность фазы α , $k_{r\alpha}$ – относительная фазовая проницаемость фазы α , $D(X)$ – превышение точки пласта над некоторой горизонтальной плоскостью, g – ускорение силы тяжести.

Уравнение (1) можно переписать в виде [5, 11]:

$$\phi_0 \frac{\partial \xi_s}{\partial t} + \xi_s \phi_0 C_r \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi_o \vec{W}_o + \xi_g \vec{W}_g + \xi_w \vec{W}_w) = -\bar{q}_o - \bar{q}_g - \bar{q}_w, \quad (3)$$

где

$$\xi_s = \xi_o S_o + \xi_g S_g + \xi_w S_w, \quad (4)$$

ϕ_0 – пористость при начальном пластовом давлении; C_r – сжимаемость пласта; $P \equiv P_o$ – давление в нефтяной фазе.

Линеаризуя в уравнении (3) средневзвешенную мольную плотность ξ_s по давлению методом Ньютона, получаем уравнение для давления.

Запишем уравнение сохранения компонента i в смеси [5, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial t} [\phi z_i (\xi_o S_o + \xi_g S_g)] + \nabla \cdot (\xi_o \vec{W}_o + \xi_g \vec{W}_g) = -\bar{q}_i, \quad i = 1, 2, \dots, N_c, \quad (5)$$

где z_i – мольная концентрация компонента i в нефтяной и газовой фазах; N_c – количество компонентов.

Обозначив

$$N_i = z_i (\xi_o S_o + \xi_g S_g), \quad (6)$$

перепишем уравнение (5) в виде:

$$\phi_0 \frac{\partial N_i}{\partial t} + \phi_0 C_r N_i \frac{\partial P}{\partial t} + \nabla \cdot (\xi_o \vec{W}_o + \xi_g \vec{W}_g) = -\bar{q}_i. \quad (7)$$

Уравнение (7) является уравнением для числа молей компонента i в единице порового объема N_i .

Тогда мольная концентрация компонента i в нефтяной и газовой фазах определяется как:

$$z_i = \frac{N_i}{\sum_{i=1}^{N_c} (N_i)}. \quad (8)$$

Содержание компонентов в нефтяной и газовой фазах (x_i и y_i), мольные доли (L и V) и мольные плотности фаз (ξ_o и ξ_g) определяются с использованием уравнения состояния.

Тогда с учетом водонасыщенности S_w (способ определения которой описан ниже) можно определить S_o , S_g – насыщенности нефтью и газом соответственно:

$$S_o = \frac{L\xi_g(1-S_w)}{V\xi_o + L\xi_g}, S_g = \frac{V\xi_o(1-S_w)}{V\xi_o + L\xi_g}. \quad (9)$$

В качестве уравнения состояния воспользуемся кубическим уравнением Мартина в обобщенной форме [5–6, 9–11]:

$$Z^3 + E_2 Z^2 + E_1 Z + E_0 = 0. \quad (10)$$

Коэффициенты этого уравнения E_2 , E_1 и E_0 определяются в зависимости от принятого вида уравнения состояния:

- уравнение Пенга – Робинсона;
- уравнение Редлиха – Квонга;
- уравнение Соаве – Редлиха – Квонга.

Максимальный положительный корень уравнения (10) Z_g равен коэффициенту сверхсжимаемости газа, а минимальный положительный корень Z_o – коэффициенту сверхсжимаемости нефти.

Уравнение для водонасыщенности запишем как [5, 11]:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\phi \xi_w S_w) + \nabla \left(\xi_w \vec{W}_w \right) = -\bar{q}_w. \quad (11)$$

Учитывая, что

$$\xi_w = \frac{\xi_{w0}}{B_w}, \quad (12)$$

где ξ_{w0} – молярная фазовая плотность воды при давлении P_0 ; B_w – объемный коэффициент воды, а также

$$B_w = B_{w0} [1 - C_w (P - P_0)], \quad (13)$$

где B_{w0} – объемный коэффициент воды при давлении P_0 ; C_w – сжимаемость воды, уравнение (11) можно переписать в виде [5, 11]:

$$\phi_0 \xi_w S_w (C_r + C_w) \frac{\partial P}{\partial t} + \phi_0 \xi_w \frac{\partial S_w}{\partial t} + \nabla \left(\xi_w \vec{W}_w \right) = -\bar{q}_w. \quad (14)$$

2. Определение концентраций компонентов в фазах путем решения исходной системы уравнений с помощью метода Ньютона – Рафсона. Система уравнений, описывающая фазовое равновесие и материальный баланс многокомпонентной системы, имеет вид:

$$f_i^o = f_i^g, z_i = x_i L + y_i V, i=1, \dots, N_c, L + V = 1, \sum_{i=1}^{N_c} z_i = 1, \sum_{i=1}^{N_c} x_i = 1, \sum_{i=1}^{N_c} y_i = 1, \quad (15)$$

где L и V – мольные доли нефтяной и газовой фаз соответственно; f_i^o и f_i^g – летучести компонентов в нефтяной и газовой фазах; x_i и y_i – концентрация компонентов в нефтяной и газовой фазах.

Летучести f_i^o и f_i^g рассчитываются исходя из параметров уравнения состояния и коэффициентов сверхсжимаемости [5–6, 8–12].

При заданных z_i система (15) имеет $2N_c + 2$ неизвестных и $2N_c + 3$ уравнений (без учета соотношения $\sum_{i=1}^{N_c} z_i = 1$). В данной задаче избыточное количество уравнений, следовательно, какое-то одно из них можно отбросить.

Для решения системы (15) можно использовать итерационный метод Ньютона – Рафсона с минимумом переменных. Метод имеет квадратичную сходимость в окрестности решения, но для его сходимости нужна гарантия попадания в достаточно малую окрестность. В этом методе используется тот факт, что часть соотношений системы имеет линейный вид. Все переменные делятся на итерационные (независимые), которые корректируются в ходе итерационного процесса, и зависимые переменные, вычисляемые с помощью линейных соотношений.

Для решения задачи разложения смеси заданного состава на равновесные жидкую и паровую фазы в качестве независимых переменных выбираются V и y_i , $i = 2, \dots, N_c$ (так называемый метод VY -итераций) для двухфазных систем с преобладанием жидкой фазы ($L > V$). Для двухфазных систем с преобладанием паровой фазы ($V > L$) рекомендуют в качестве независимых переменных выбирать L и x_i , $i = 2, \dots, N_c$ (так называемый метод LX -итераций). Аналогичный подход к определению давлений насыщения и конденсации приводит к итерационным процедурам относительно переменных P , y_i (PY -итерации) и P , x_i (PX -итерации) соответственно. В этих методах на каждой итерации необходимо решать систему линейных алгебраических уравнений порядка N_c . Следует подчеркнуть, что этот метод хорошо сходится и вблизи критической точки.

Опишем подробнее данный метод в его применении к решению задачи разложения смеси заданного состава на равновесные жидкую и паровую фазы при фиксированных давлении и температуре. Пусть в качестве независимых (итерационных) выбраны переменные V и y_i , $i = 2, \dots, N_c$. Остальные переменные можно выразить через итерационные:

$$y_1 = 1 - \sum_{i=2}^{N_c} y_i; L = 1 - V; x_i = (z_i - y_i V) / L, i = 1..N_c. \quad (16)$$

Тогда относительно итерационных переменных получится система нелинейных уравнений:

$$\Phi_i = (y_2, \dots, y_{N_c}, V) = \ln[f_i^o(x_1, \dots, x_{N_c})] - \ln[f_i^g(y_1, \dots, y_{N_c})] = 0, i = 1..N_c. \quad (17)$$

Линеаризация данной системы порождает матрицу Якоби, элементы которой с учетом ограничений (16) имеют вид:

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial y_i} = \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\partial \ln(f_i^o)}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial y_i} - \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\partial \ln(f_i^g)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial y_i} = \frac{V}{L} \frac{\partial \ln(f_i^o)}{\partial x_1} - \frac{V}{L} \frac{\partial \ln(f_i^o)}{\partial x_j} + \frac{\partial \ln(f_i^g)}{\partial y_1} - \frac{\partial \ln(f_i^g)}{\partial y_j},$$

$$i = 1, \dots, N_c; j = 2, \dots, N_c; \quad (18)$$

$$\frac{\partial \Phi_i}{\partial V} = \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\partial \ln(f_i^o)}{\partial x_k} \frac{\partial x_k}{\partial V} - \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\partial \ln(f_i^g)}{\partial y_k} \frac{\partial y_k}{\partial V} = -\frac{1}{L} \sum_{k=1}^{N_c} \frac{\partial \ln(f_i^o)}{\partial x_k} (y_k - x_k), i = 1, \dots, N_c. \quad (19)$$

Реализация метода Ньютона – Рафсона с минимумом переменных сводится к итерационной схеме:

$$\sum_{j=2}^{N_c} \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial y_j} \right)^k (y_j^{k+1} - y_j^k) + \left(\frac{\partial \Phi_i}{\partial V} \right)^k (V^{k+1} - V^k) = -\Phi_i, \quad i = 1, \dots, N_c. \quad (20)$$

Окончание итерационного процесса выполняется по степени близости к нулю невязки, рассчитанной по значениям переменных на очередной итерации:

$$|\Phi_i^k| \leq \varepsilon, \quad i = 1, \dots, N_c, \quad (21)$$

где ε – малое число.

Начальное приближение для итерационного процесса получается из решения следующих уравнений с использованием оценки для констант равновесия:

$$K_i = \frac{1}{P_{ri}} \exp \left[5,37(1 - \omega_i) \left(1 - \frac{1}{T_{ri}} \right) \right], \quad y_i = \frac{K_i z_i}{1 + (K_i - 1)V}, \quad \sum_{i=1}^{N_c} \frac{z_i (K_i - 1)}{1 + V(K_i - 1)} = 0, \quad (22)$$

где $K_i = y_i/x_i$ – константа равновесия компонента i ; ω_i – ацентрический фактор компонента i ; P_{ri} и T_{ri} – приведенное давление и температура для компонента i .

3. Пример использования рассмотренной модели. В качестве примера использования рассмотренной математической модели приведем моделирование попеременной закачки газа и воды для элемента девятиточечной системы заводнения (рис. 1), одного из месторождений Западной Сибири. Пласт представлен отложениями ачимовской свиты.

Сетка модели прямоугольная, блочноцентрированная. Количество ячеек по осям X-Y-Z равно 21-21-12 штук соответственно, размеры ячеек равны 50-50-1,7 м соответственно. Расстояние между добывающими скважинами 500 м. Эффективная толщина пласта 20 м. Эффективная нефтенасыщенная толщина 10 м. По толщине пласт неоднороден по проницаемости и пористости. Поле проницаемости пласта характеризуется параметрами:

- математическое ожидание 71,1 мД;
- стандартное отклонение 75,6 мД;
- минимум 7,7 мД;
- максимум 230,3 мД.



Рис. 1. Элемент девятиточечной системы расстановки скважин

Поле пористости характеризуется параметрами:

- математическое ожидание 0,149 д. ед.;
- стандартное отклонение 0,013 д. ед.;
- минимум 0,129 д. ед.;
- максимум 0,168 д. ед.

Коэффициент анизотропии проницаемости по вертикали 0,1 д. ед. Перфорирована верхняя, нефтенасыщенная часть пласта.

Начальная пластовая температура 92,2 °С, начальное пластовое давление 255 ат. Вязкость нефти 0,62 сПз, объемный коэффициент нефти 1,16 ед., плотность нефти 847 кг/м³. Объемный коэффициент воды 1,02 ед. Плотность газа 1,17 кг/м³. Давление насыщения нефти газом 98 ат., растворимость газа в нефти 65 м³/м³. Для моделирования PVT-свойств и фазовых равновесий использовано уравнение Пенга – Робинсона. При расчете используются следующие компоненты:

- 1) N₂ – молекулярная масса 28,013
- 2) CO₂ – молекулярная масса 44,01
- 3) C₃ – молекулярная масса 44,097
- 4) C₄ – молекулярная масса 58,124
- 5) H₂O

и псевдокомпоненты:

- 1) C₁ + C₂ – молекулярная масса 17,693
- 2) C₅ + C₆ + C₇ – молекулярная масса 81,739
- 3) C₈₊ – молекулярная масса 209,512

Относительные фазовые проницаемости и капиллярное давление в системе вода-нефть приведены на рис. 2, а в системе нефть-газ – на рис. 3. Капиллярным давлением в системе нефть-газ пренебрегаем.

Внешние границы модели считаются непроницаемыми (элемент симметрии).

Добывающие скважины управляются дебитом жидкости. Скважины работают с различным дебитом жидкости. Нагнетательные скважины управляются закачкой. Дебиты и закачка соответствуют фактическим данным. Скважины в углу модели имеют дебит жидкости 1/4 от фактического, а скважины на гранях – 1/2 от фактического. Вода и газ закачиваются по очереди циклами. Длительность периода закачки одной фазы равна одному месяцу. Расход газа 28 тыс. м³/сут. Расход воды 140 м³/сут. Закачивается растворенный в нефти газ после сепарации или сухой газ (табл. 1). Начальные мольные концентрации компонентов в углеводородной системе приведены в табл. 2.

Таблица 1

Состав закачиваемого газа (мольные концентрации)

	N ₂	CO ₂	C ₁ +C ₂	C ₃	C ₄	C ₅ + C ₆ + C ₇	C ₈₊
Попутный газ	0,0191	0,0	0,9412	0,0122	0,0169	0,0106	0,0
Сухой газ	0,0	0,0	1,0	0,0	0,0	0,0	0,0

Таблица 2

Начальные мольные концентрации компонентов в углеводородной системе

	N ₂	CO ₂	C ₁ +C ₂	C ₃	C ₄	C ₅ + C ₆ + C ₇	C ₈₊
Углеводородная система	0,0039	0,0053	0,2615	0,0603	0,0679	0,1476	0,4535

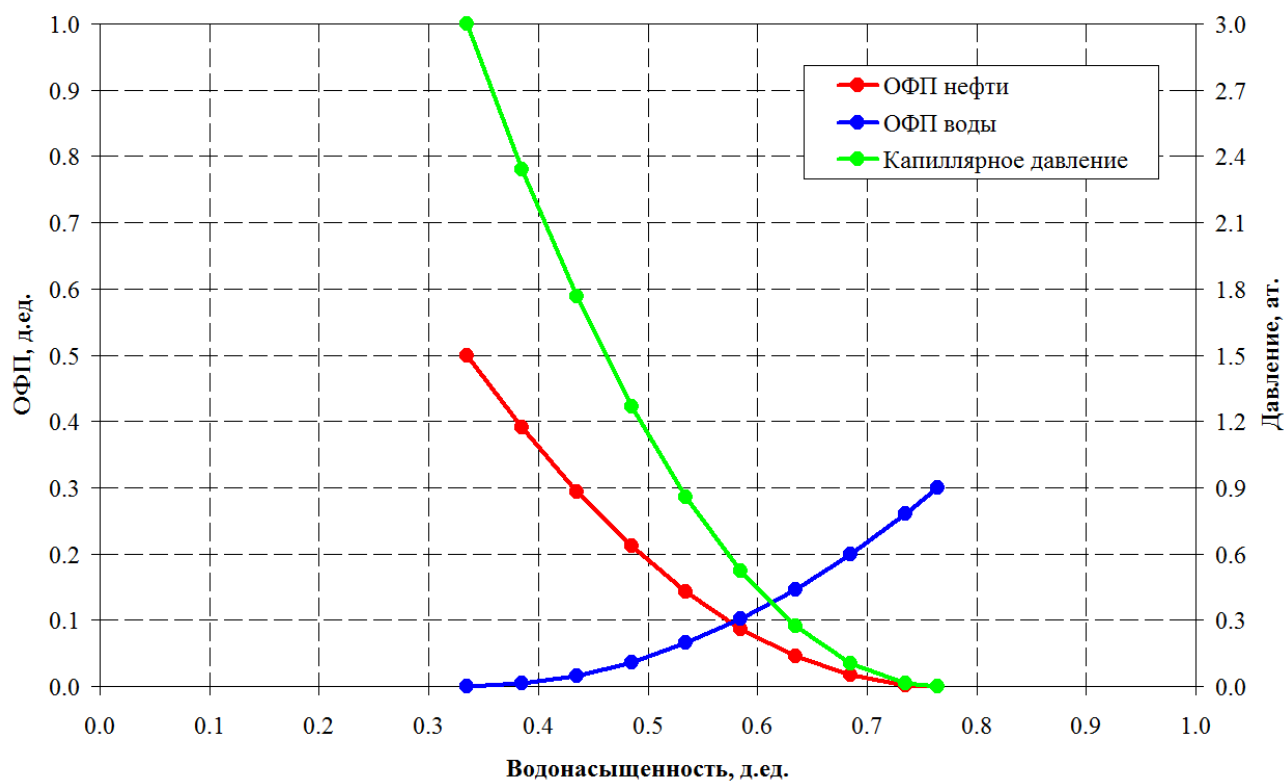


Рис. 2. Относительные фазовые проницаемости (ОФП) и капиллярное давление в системе вода-нефть

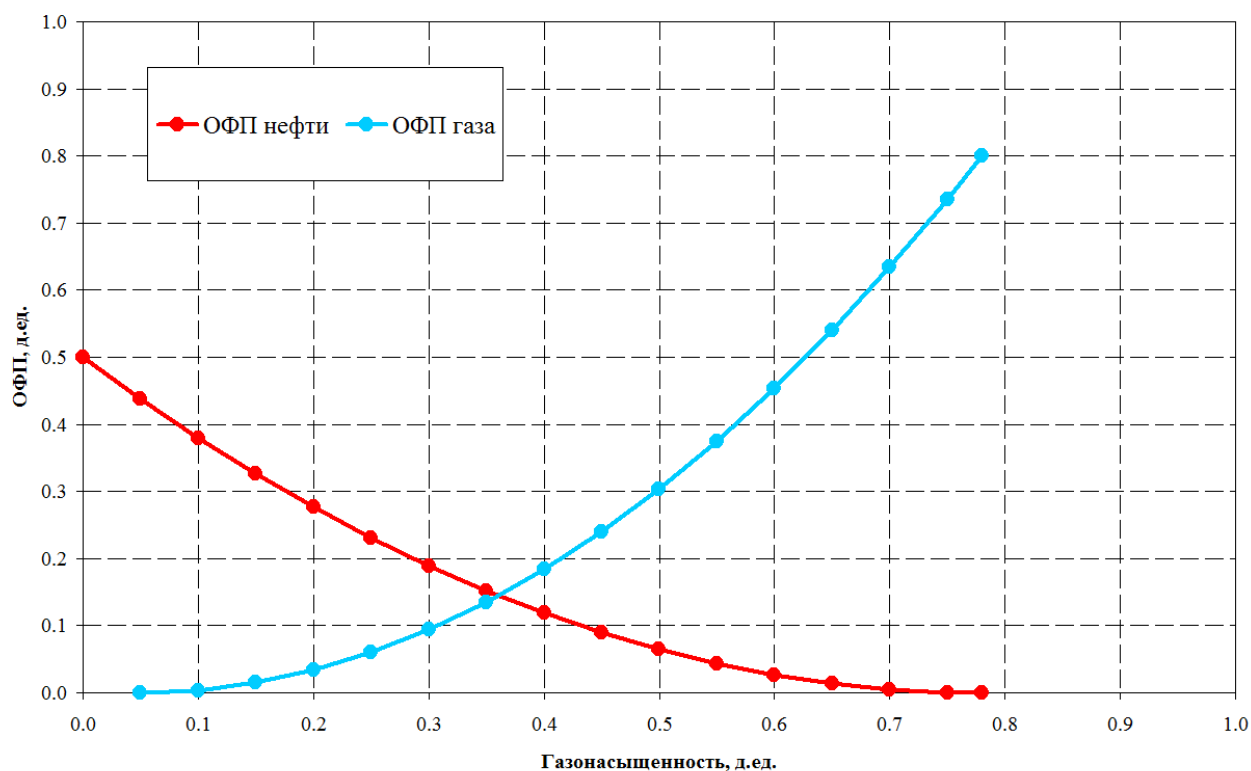


Рис. 3. Относительные фазовые проницаемости (ОФП) в системе нефть-газ

Ограничения на работу добывающих скважин следующие:

1. Минимальный дебит нефти $1 \text{ м}^3/\text{сут.}$
2. Максимальная обводненность 98 %
3. Максимальный газовый фактор $1\,000 \text{ нм}^3/\text{м}^3$

Срок разработки – не более 30 лет.

Всего было рассмотрено 2 варианта в зависимости от рабочего агента.

Вариант 1. Рабочий агент – попутный газ и вода.

Вариант 2. Рабочий агент – сухой газ и вода.

На рис. 4–8 приведены показатели разработки по группе добывающих скважин: рис. 4 – суммарная добыча нефти; рис. 5 – накопленная добыча нефти; рис. 6 – газовый фактор; рис. 7 – обводненность продукции; рис. 8 – мольная концентрация компонентов $C_5 + C_6 + C_7$ и C_{8+} в добываемой нефти.

Резкие изменения параметров на рис. 4–8 объясняются послойным прорывом закачиваемого газа и воды в скважины, а также отключением некоторых добывающих скважин из-за достижения экономических ограничений.

К концу 30-летнего периода в эксплуатации остается еще 2 добывающие скважины для обоих вариантов. При близких дебитах нефти и почти одинаковой накопленной добыче нефти вариант с закачкой сухого газа характеризуется большим значением обводненности и газового фактора. Значит вариант с закачкой попутного газа и воды дает лучшие показатели разработки, что косвенно говорит о корректности модели.

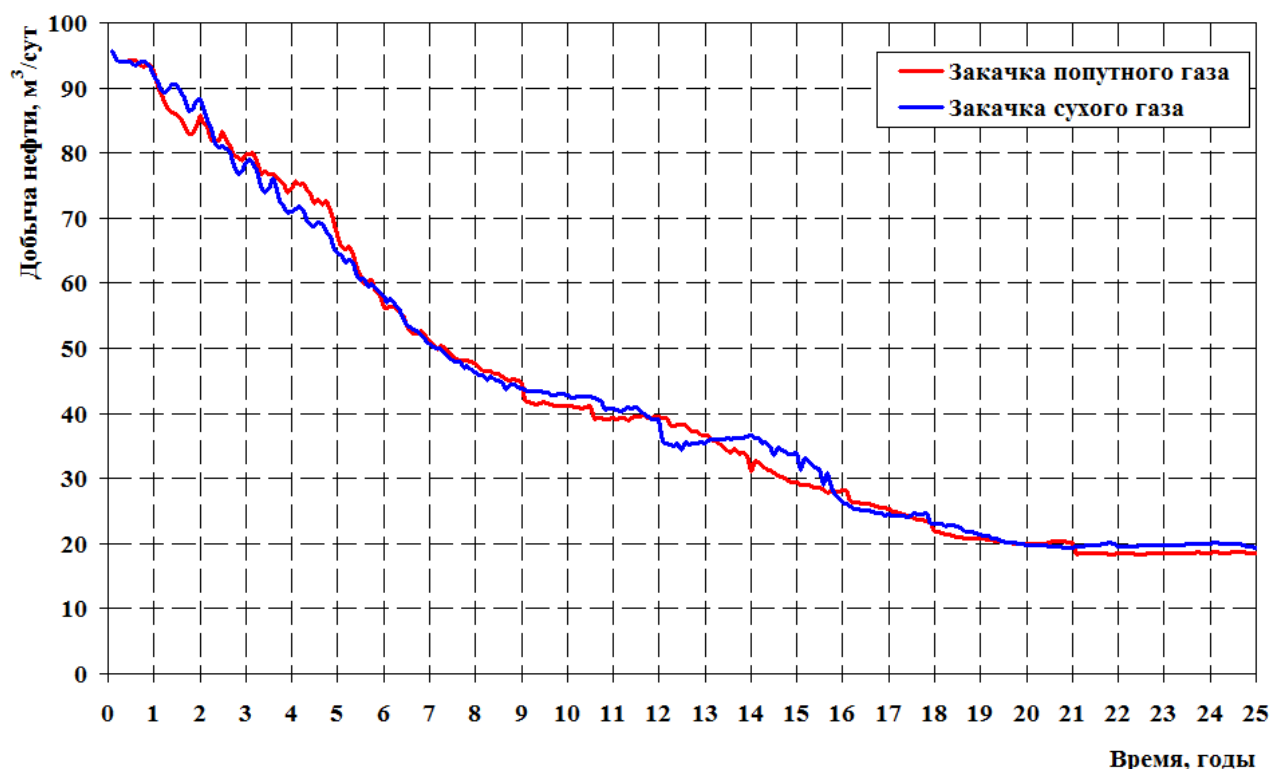


Рис. 4. Суммарная добыча нефти по группе скважин

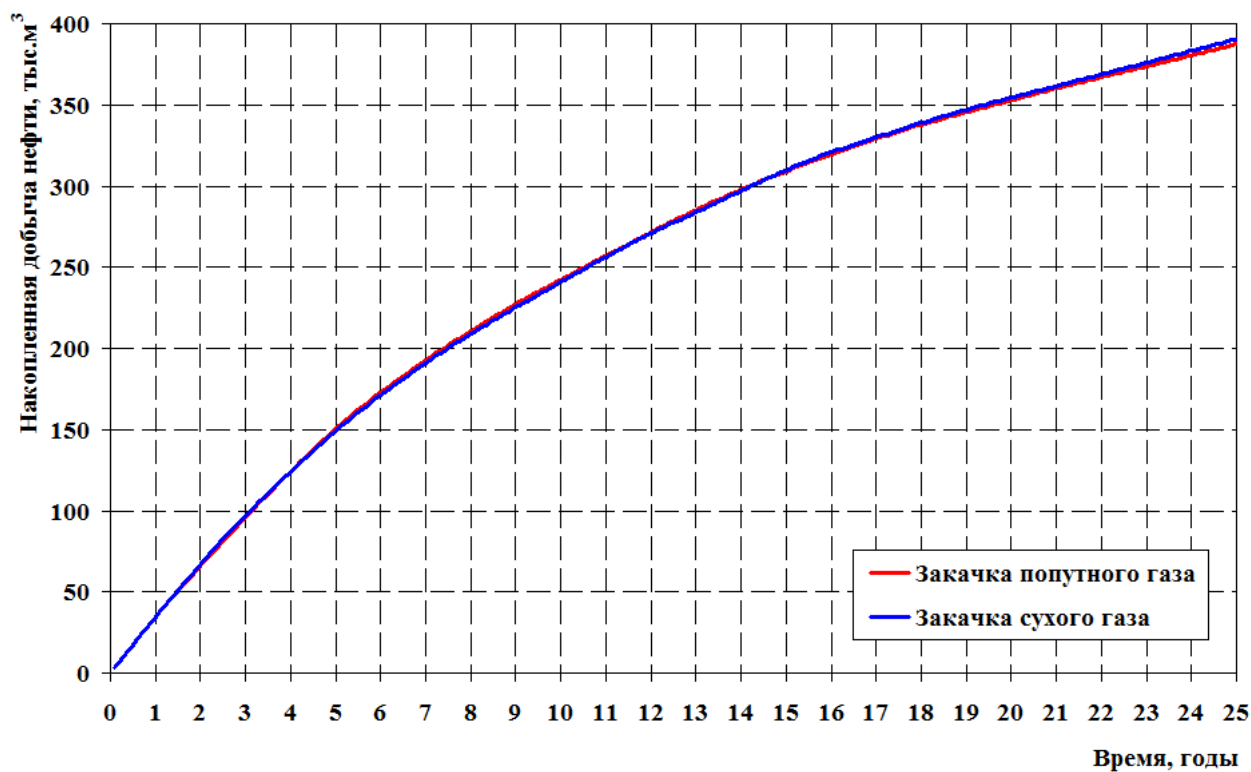


Рис. 5. Накопленная добыча нефти по группе скважин

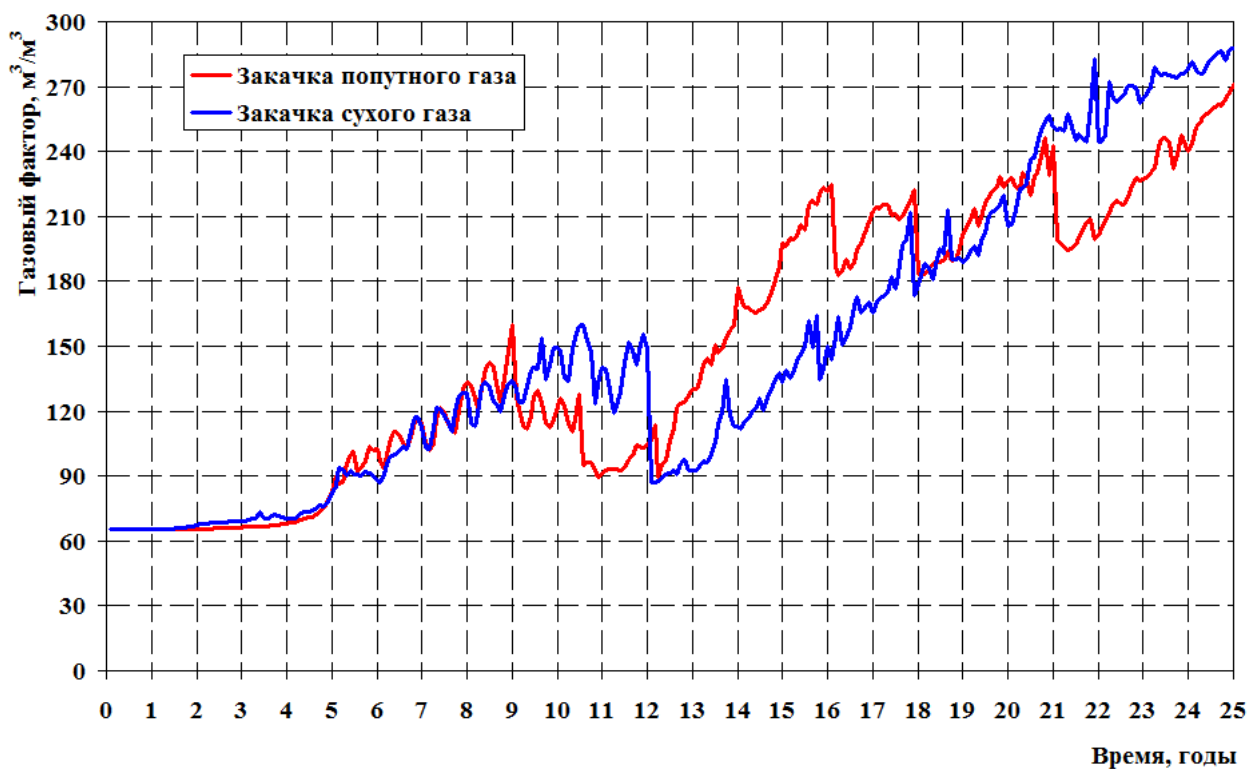


Рис. 6. Газовый фактор по группе скважин

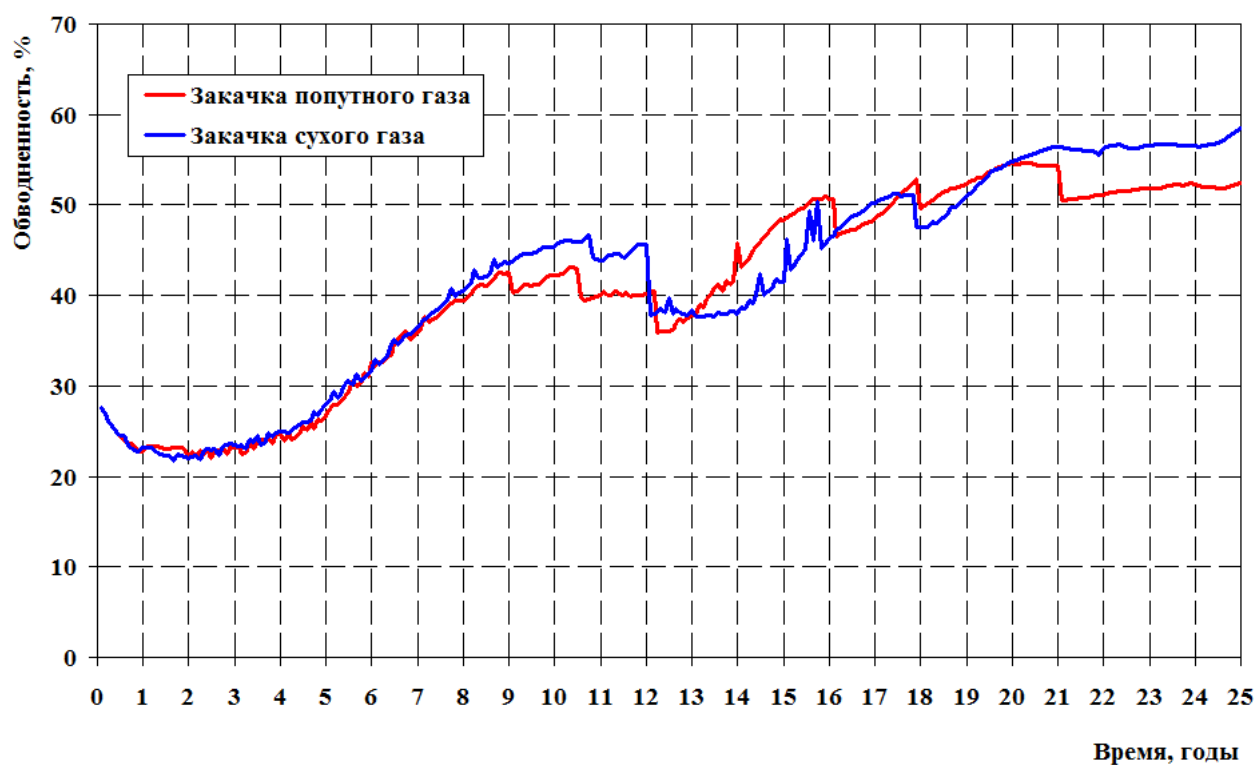


Рис. 7. Обводненность по группе скважин

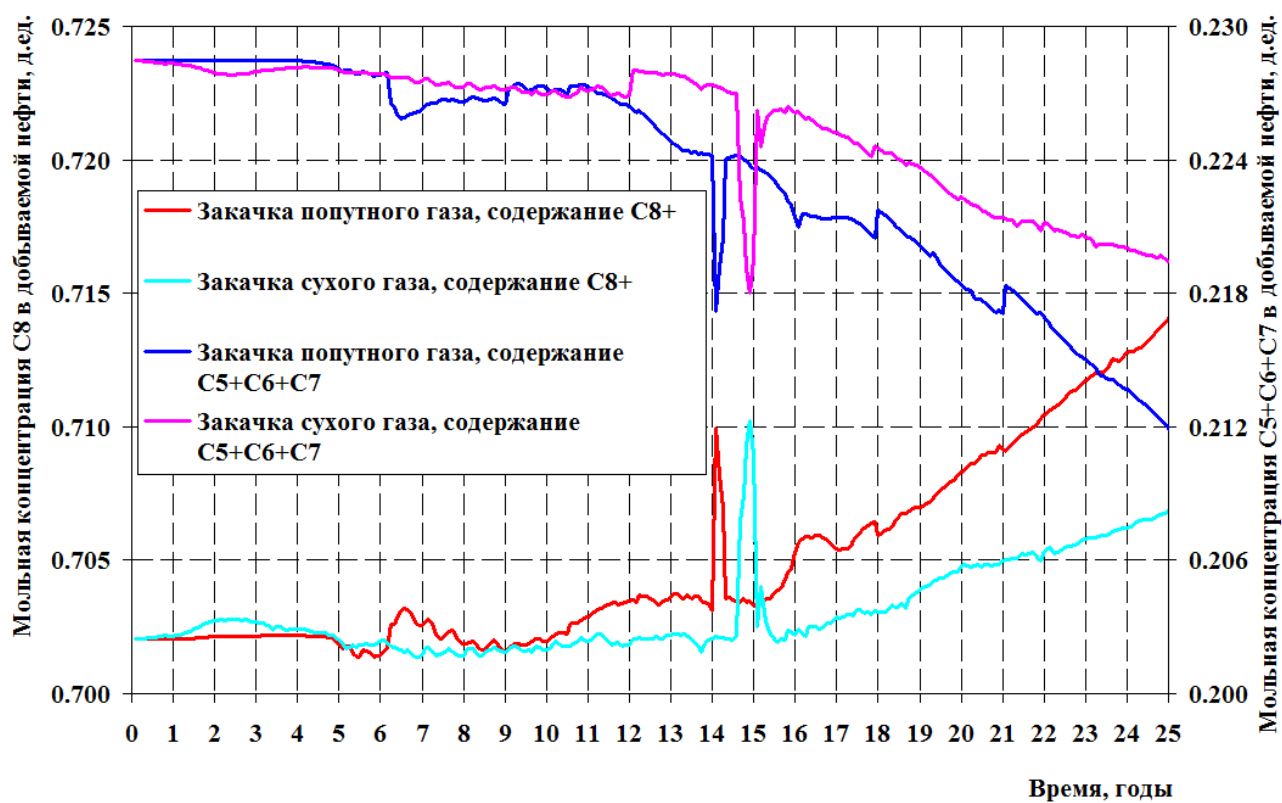


Рис. 8. Мольная концентрация некоторых компонентов в добываемой нефти по группе скважин

Заключение. Реализована бета-версия симулятора для математического моделирования многокомпонентной фильтрации при разработке месторождений жидких и газообразных углеводородов. Приведен метод определения концентраций компонентов в фазах путем решения исходной системы уравнений фазовых равновесий и материального баланса смеси с помощью метода Ньютона – Рафсона. Следует подчеркнуть, что этот метод хорошо сходится даже вблизи критической точки. Рассмотренный пример использования указанного метода для моделирования водогазового воздействия на реальном месторождении Западной Сибири косвенно говорит о корректности модели.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 16–29–15105 офи_м.

Литература

1. Coats K. H. An Equation of State Compositional Model // Soc Pet Eng J. 1980. Oct. P. 363–376.
2. Ngiem L. X., Fong D. K., Aziz K. Compositional Modeling with an Equation of State // Soc Pet Eng J. 1981. Dec. P. 687–698.
3. Coats K. H., Thomas L. K., Pierson R. G. Compositional and Black Oil Reservoir Simulation // SPE Reservoir Evaluation & Engineering. August. 1998. P. 372–379.
4. Kazemi H., Vestal C. R., Shank G. D. An Efficient Multicomponent Numerical Simulator // Soc Pet Eng J. 1978. Oct. P. 355–368.
5. Афанаскин И. В., Королев А. В., Вольпин С. Г. и др. Модель многофазной многокомпонентной фильтрации для проектирования разработки месторождений углеводородов // Нефтепромысловое дело. 2017. № 2. С. 5–12.
6. Гуревич Г. Р., Брусиловский А. И. Справочное пособие по расчету фазового состояния и свойств газоконденсатных смесей. М. : Недра, 1984. 264 с.
7. Закиров С. Н., Сомов Б. Е., Гордон В. Я. и др. Многомерная и многокомпонентная фильтрация. М. : Недра, 1988. 335 с.
8. Муркес М. Н. Расчет фазовых равновесий при численном решении задач фильтрации многокомпонентных смесей в процессе разработки углеводородных залежей // Сб. тр. ВНИИ. 1985. № 91. С. 32–37.
9. РД 39-1-579-81. Руководство по расчету фазовых превращений газоконденсатных и водонефтегазоконденсатных систем и свойств фаз на ЭВМ.
10. Программа для моделирования процессов разработки нефтегазовых месторождений tNavigator версия 3.0 : технич. рук. М. : Rock Flow Dynamics, 2009. 782 с.
11. Афанаскин И. В., Вольпин С. Г., Королев А. В. Использование метода последовательных приближений при композиционном моделировании разработки месторождений углеводородов для определения концентраций компонентов // Тр. НИИСИ РАН. 2018. Т. 8. № 2.
12. Королев А. В. Моделирование фазовых равновесий многокомпонентных систем с использованием уравнений состояния // Сб. тр. ВНИИ. 1984. № 87. С. 78–87.

УДК 678:536.425

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ ПЕРЕХОДА СТЕКЛОВАНИЯ И ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СВОЙСТВ В ПВХ ПЛАСТИКАТАХ

Е. В. Быков¹, А. И. Дёмко^{2,3}, А. А. Крючков⁴,
В. В. Рыжаков², О. Ю. Семенов², Т. А. Степанова⁴

¹ ООО «Электроннефтемаши», e.v.bykov@yandex.ru

² Сургутский государственный университет,
dai321@mail.ru, v.ryzhakov@gmail.com, ous.tutor.phinma@mail.ru,

³ ООО «МИП БИТ», dai321@mail.ru,

⁴ ОАО «ВНИИКИП», a.kryuchkov@vniikp.ru

Рассмотрена линейная кинетическая модель перехода стеклования ПВХ пластикаторов. Получены зависимости некоторых физико-механических и диэлектрических свойств ПВХ пластикаторов от содержания пластиката и температуры. Приведены экспериментальные и расчетные данные для образцов ПВХ пластикаторов с различным содержанием пластификатора, полученных как в результате теплового старения, так и путем дозированного насыщения ПВХ смолы пластификатором.

Ключевые слова: стеклование, пластикат, ПВХ, полимер, изоляция, диэлектрик, модуль упругости, температура, перколяционный переход, десорбция.

USE OF LINEAR MODELS FOR DESCRIBING GLASS TRANSITION AND DIELECTRIC PROPERTIES IN PVC COMPOUNDS

E. V. Bykov¹, A. I. Demko^{2,3}, A. A. Kryuchkov⁴,
V. V. Ryzhakov², O. Yu. Semenov², T. A. Stepanova⁴

¹ LLC "Electroneftemash", e.v.bykov@yandex.ru

² Surgut State University,
dai321@mail.ru, v.ryzhakov@gmail.com, ous.tutor.phinma@mail.ru,

³ LLC "MIP BIT", dai321@mail.ru,

⁴ PLC "VNIIPK", a.kryuchkov@vniikp.ru

The article describes the linear kinetic model of the glass transition of PVC plastic compounds. Dependences of some physico-mechanical and dielectric properties of PVC plastic compounds on the plastic content and temperature are obtained. Experimental and calculation data for PVC samples with different contents of plasticizer are presented; those were obtained during thermal aging and dosed saturation of PVC resin with a plasticizer.

Keywords: vitrification, plasticate, PVC, polymer, insulation, dielectric, modulus of elasticity, temperature, percolation transition, desorption.

Стеклование как кинетическое явление, характерное для высокомолекулярных соединений, хорошо изучено и описано во множестве работ [1–7]. Это явление интересно не только с точки зрения физики полимера, но имеет также практическое значение. В частности, температура стеклования T_g для ПВХ пластикаторов является естественной нижней границей рабочего диапазона температур (а для эмалированной изоляции – верхней границей), так как переход стеклования резко меняет все свойства полимера. Наличие перехода стеклования необходимо учитывать также и при температурной экстраполяции скоростей химических реакций в ходе решения задач прогнозирования, поскольку переход стеклования многократно изменяет скорости химических процессов за счет изменения подвижности полимерной матрицы [6–7]. Более того, поскольку температура стеклования напрямую зависит от состава и структуры полимера, то возникает интересная задача установления количественной связи между

температурой стеклования и некоторым показателем состава и структуры полимера. С этой точки зрения, ПВХ пластикаты являются очень привлекательными объектами исследования. Во-первых, для них очевидна связь между переходом стеклования и содержанием пластификатора [3–4]. Во-вторых, ПВХ пластикаты позволяют легко изменять состав, что делает их удобными экспериментальными объектами. В-третьих, ПВХ пластикаты широко используются в промышленности.

Целью проведенных исследований является установление количественной связи между характеристиками перехода стеклования ПВХ пластика и содержанием в нем пластификатора.

Поскольку стеклование – это кинетический процесс, то логично для его описания использовать кинетические модели. В качестве отправной точки исследования выбрана классическая модель, которая описывает динамическое равновесие в системе, состоящей из N кинетических единиц, совершающих реверсивные переходы между двумя соседними энергетическими состояниями W_1 и W_2 , разделенными потенциальным барьером (рис. 1).

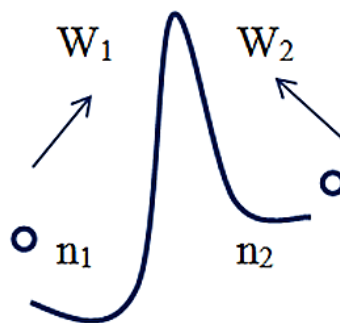


Рис. 1. Энергетические состояния модели пластика

Выбор двухпозиционной модели продиктован тем, что переход стеклования можно представить как переход сегментов полимерной цепи, рассматриваемых в качестве кинетических единиц, из высокоподвижного (высокоэластичного) состояния № 2 в стеклоподобное состояние № 1 с меньшей потенциальной энергией, в котором сегментальное движение подавлено (заморожено). Образно говоря, полимерную матрицу можно представить в виде двух «параллельно сосуществующих» каркасов (сеток) с разной степенью «жесткости», имеющих случайные пространственные формы, и в зависимости от соотношения объемов этих каркасов будут меняться физико-механические свойства полимера.

Вычислим соотношение кинетических единиц, принадлежащих этим каркасам. Пусть в произвольный момент времени t при постоянной температуре и составе материала в состоянии № 1 находится $n_1(t)$ кинетических единиц, а в состоянии № 2 – $n_2(t)$. В силу постоянства состава полимера имеет место равенство

$$n_1(t) + n_2(t) = N = \text{const} \quad (1)$$

Состояния № 1 и № 2 разделены потенциальными барьерами: со стороны состояния № 1 высота барьера W_1 , а со стороны состояния № 2 – $W_2 \leq W_1$ (рис. 1). В случае динамического равновесия

$\left(\frac{dn_1(t)}{dt} = \frac{dn_2(t)}{dt} = 0 \right)$, которое устанавливается очень быстро по сравнению

со скоростью сканирования температуры (при скорости сканирования 5–10 град/мин, частота колебаний сегментов более 10^7 Гц) [8–9], стационарные плотности соответствующих компонентов будут равны:

$$\begin{aligned} p_1 &= \frac{n_1}{N} = \frac{q_2}{q_1 + q_2}; \\ p_2 &= \frac{n_2}{N} = \frac{q_1}{q_1 + q_2} \end{aligned} \quad (2)$$

где q_1 и q_2 – скорости переходов между состояниями, зависящие от температуры известным образом:

$$\begin{aligned} q_1 &= a_1 \cdot \exp\left(-\frac{W_1}{T}\right) \\ q_2 &= a_2 \cdot \exp\left(-\frac{W_2}{T}\right) \end{aligned} \quad (3)$$

(здесь для удобства рассмотрения энергии W_1 и W_2 выражены в градусах Кельвина).

Полученные соотношения использованы для описания поведения механических характеристик пластика в температурном интервале стеклования. Для этого обратимся к модели с двумя параллельно нагруженными каркасами, размеры которых будем характеризовать эффективными сечениями S_1 и S_2 (где сечение образца $S = S_1 + S_2$). Согласно изложенному выше, мы полагаем, что каждая из сеток представлена соответствующим множеством случайно расположенных кинетических единиц n_1 и n_2 . В этом случае модуль упругости E и разрывное усилие σ представимы в виде линейных комбинаций:

$$E = E_1 \cdot \frac{S_1}{S} + E_2 \cdot \frac{S_2}{S}, \quad \sigma = \sigma_1 \cdot \frac{S_1}{S} + \sigma_2 \cdot \frac{S_2}{S}$$

Оставаясь в рамках линейной модели, предположим наличие пропорциональности $\frac{S_i}{S} \approx \frac{n_i}{N}$. Тогда с учетом соотношений (3) запишем:

$$E \sim E_1 \cdot p_1 + E_2 \cdot p_2 \approx E_2 \cdot \frac{\left[\frac{E_1}{E_2} + \omega \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]}{\left[1 + \omega \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]} \quad (4)$$

$$\sigma \sim \sigma_1 \cdot p_1 + \sigma_2 \cdot p_2 \approx \sigma_2 \cdot \frac{\left[\frac{\sigma_1}{\sigma_2} + \omega \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]}{\left[1 + \omega \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]}, \quad (5)$$

$$\text{где приняты обозначения} \quad Q = W_1 - W_2 \quad \omega = \frac{a_1}{a_2} \quad (6)$$

Удлинение при разрыве ε в первом приближении определим как отношение

$$\varepsilon \sim \frac{\sigma}{E} = \frac{n_1 \cdot \sigma_1 + n_2 \cdot \sigma_2}{n_1 \cdot E_1 + n_2 \cdot E_2} = \frac{\sigma_1}{E_1} \cdot \frac{\left[1 + \omega \cdot \frac{\sigma_2}{\sigma_1} \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]}{\left[1 + \omega \cdot \frac{E_2}{E_1} \cdot \exp\left(-\frac{Q}{T}\right) \right]}, \quad (7)$$

где E_1 , E_2 , ε_1 , ε_2 , σ_1 , σ_2 – некоторые эффективные параметры соответствующих каркасов.

Очевидно, что с учетом принятых положений, температура стеклования T_g как точка максимума производной от любой из функций (4, 5, 7), приближенно определяется через введенные (с учетом неравенства $Q \gg 2T$) параметры следующим образом:

$$T_g \approx \frac{Q}{\ln(\omega)} \quad (8)$$

В дальнейшем, для определения адекватности соотношения (8) и установления связи между температурой стеклования T_g и содержанием пластификатора приведем дополнительные экспериментальные данные. Поскольку природа измеряемой физической величины принципиального значения для указанной цели не имеет, обратимся к имеющимся данным по температурной зависимости модуля упругости ПВХ-пластиката, полученного методом динамического механического анализа (ДМА) [10–13] для образцов с разным содержанием пластификатора. Пример такой зависимости приведен на рис. 2.

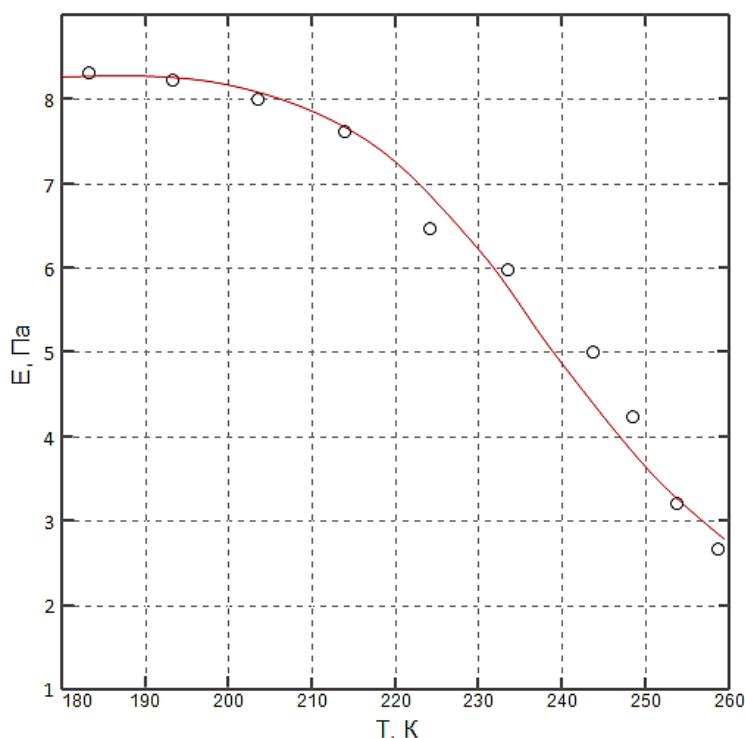


Рис. 2. Зависимость модуля упругости ПВХ И-40-13 Рец. 8/2 с содержанием пластификатора ДОФ 29,8 % от температуры

Приведенный рисунок иллюстрирует:

1. Зависимость (4) вполне адекватно описывает температурный ход модуля упругости ПВХ-пластиката, полученный по данным ДМА.
2. Расчетные значения температуры стеклования для пластиката И-40-13 (рец. 8/2) соответствуют наблюдаемым сдвигам кривых ДМА (на рис. 2 не показаны) в зависимости от содержания пластификатора.
3. Имеется явно выраженная зависимость энергии Q и предэкспоненты $\ln(\omega)$ от содержания пластификатора.
4. Как и предполагает модель, $E_1 \gg E_2$, т. е. «застеклованный» каркас намного жестче каркаса «эластичного».

Полученные результаты анализа могут быть развиты путем рассмотрения влияния содержания пластификатора на процесс стеклования при постоянной температуре. При этом можно воспользоваться так называемым «компенсационным эффектом», который отражает

экспериментальный факт пропорциональности между предэкспонентой и энергией активации [14–15]:

(9)

$$\ln(\omega) = b + Q/T_0$$

где b и T_0 – параметры прямой рис. 3 ($b = 6,8$ и $T_0 = 385^\circ\text{K}$).

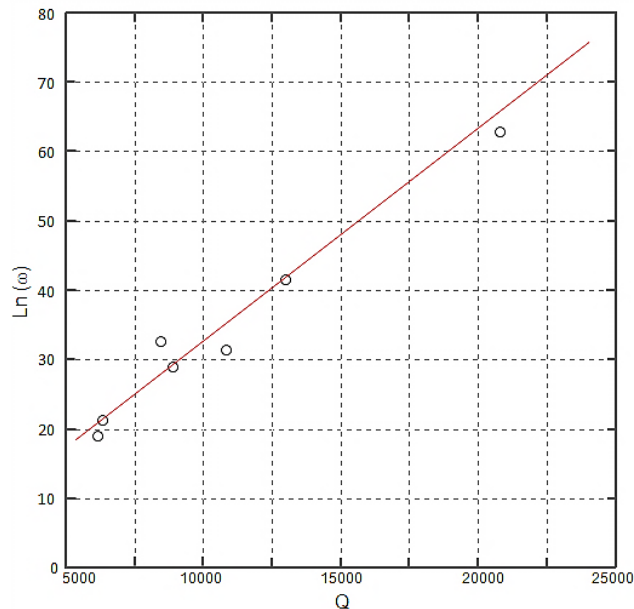


Рис. 3. Зависимость предэкспоненты $\ln(\omega)$ от энергии Q пластификатора

Соотношение (9) позволяет ограничиться зависимостью энергии Q только от содержания пластификатора «с» и не рассматривать аналогичную зависимость для $\ln(\omega)$.

Для определения зависимости $Q(c)$ примем следующую гипотезу. Представим себе полимерную цепь, прикрепленную межмолекулярными связями «полимер-полимер» к «жесткому» каркасу № 1. Если какие-то из таких связей соседствуют с молекулами пластификатора, то за счет взаимодействия «полимер-пластификатор» может произойти их ослабление (экранирование). Можно предположить, что степень ослабления исходных связей пропорциональна концентрации пластификатора, т. е. пластификатор играет роль масштабного фактора, что позволяет записать отношение:

$$Q = \frac{m}{c}, \quad (10)$$

где m – параметр масштаба.

Подстановка (9) и (10) в (8) дает искомую зависимость температуры стеклования от содержания пластификатора:

$$\frac{1}{T_g} = \frac{1}{T_0} + c \cdot \frac{b}{m}, \quad (11)$$

Экспериментальные данные, подтверждающие зависимость (11), приведены на рис. 4. Согласно рис. 4 параметры из (11) имеют следующие значения: $T_0 = 357^\circ\text{K}$ (что совпадает с температурой стеклования чистой ПВХ смолы), $\frac{b}{m} = 4 \cdot 10^{-7} \text{ K}^{-1}$. Следует отметить, что различие оценок параметра T_0 , полученных на основании зависимостей (9) и (11) не превышает 8 %, что демонстрирует удовлетворительное соответствие.

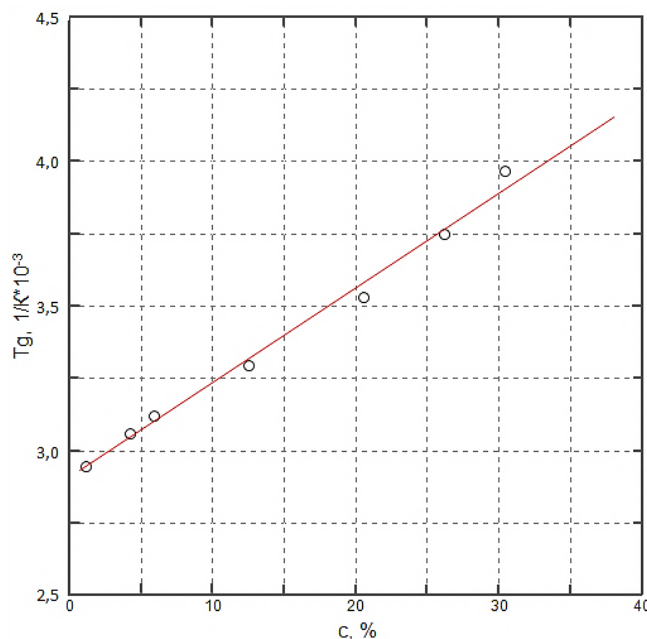


Рис. 4. Зависимость обратной температуры стеклования от содержания пластификатора в пластике И-40-13 рец. 8/2

Если соотношение (11) отражает реальность, то его подстановка в любую из формул (4, 5, 7) должна давать адекватное описание зависимости механических свойств от содержания пластификатора. В частности, такая проверка была осуществлена для относительного удлинения при разрыве ε . На рис. 5 приведены экспериментальные данные зависимости ε (с) пластика И-40-13 рец. 8/2, прошедшего тепловое старение при температуре 90 °С в течение разного времени, и аппроксимирующая кривая (получена на основе соотношений (7) и (10)):

$$\varepsilon \approx \frac{\sigma}{E} = \frac{\sigma_1}{E_1} \cdot \frac{1 + \exp \left[\ln \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1} \right) + b - \frac{u}{c} \right]}{1 + \exp \left[\ln \left(\frac{E_2}{E_1} \right) + b - \frac{u}{c} \right]} \quad (12)$$

где введено обозначение:

$$u = m \cdot \frac{T_0 - T}{T_0 \cdot T} \quad (13)$$

Испытания проводились на образцах толщиной 0,5 и 1,0 мм. Значения параметров из (12) и (13) приведены в табл. 1. Там же приведены данные для модельных образцов, полученных с помощью контролируемой сорбции ПВХ смолой пластификатора ДОФ.

Наряду с тем, что принятая к рассмотрению модель вполне адекватно описывает экспериментальные данные, обращает на себя внимание большое различие оценок параметров для образцов разной толщины. Можно предположить, что это различие связано с разницей в распределении пластификатора по объему образца и обусловлено диффузионными ограничениями, вызванными потерей подвижности частей полимерной матрицы, «обедненных» содержанием пластификатора, которые «блокируют» перемещение пластификатора по объему полимера.

Таблица 1

Параметры	Для образцов, состаренных при 90 °С		Модельные образцы
	толщина 1,0 мм	толщина 0,5 мм	толщина 0,5 мм
σ_1/E_1	3,7	10,7	12,0
u	1,72	3,42	12,94
$\ln\left(\sigma_2/\sigma_1\right)+b$	18,2	31,6	78,2
$\ln\left(E_2/E_1\right)+b$	13,3	27,8	74,4
$m \cdot 10^{-5}$, %·K, расчет согласно (13)	2,9	5,8	22
b , расчет согласно (10)	11,6	23,2	88

Это предположение подтверждается результатами опытов по повторному вальцеванию состаренных образцов. По мере десорбции пластификатора происходит «фазовое расслоение», т. е. пластификатор собирается в отдельные кластеры и при достижении концентрации, близкой к некоторому предельному значению 12–14 % (рис. 5), эти кластеры становятся изолированными (блокированными в локальных местах).

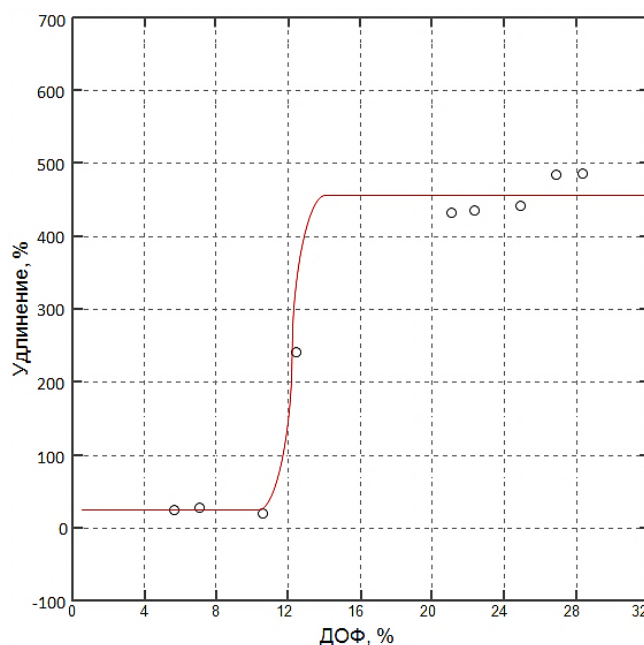


Рис. 5. Зависимость удлинения при разрыве И-40-13 (8/2) от содержания пластификатора ДОФ

В литературе это явление называется перколяционным переходом (протеканием) [10–12], когда при плавном изменении концентрации одной из компонентов последняя перестает образовывать бесконечную связную область, распадаясь на отдельные изолированные кластеры. При этой критической концентрации «скачком» (реально в узкой области) меняются свойства системы, в данном случае — эластичность ПВХ пластиката. Повторное вальцевание гомогенизирует образец и частично восстанавливает эластичность материала.

Появление неоднородности в процессе теплового старения ПВХ пластиката (рец. 8/2, пластина толщиной 0,3 мм) демонстрируется рис. 6, на котором приведены две кривые зависимости модуля упругости от температуры: одна для исходного образца с содержанием пластификатора 29,8 %, а вторая – после старения при 105 °С в течение 68 суток, когда содержание пластификатора снизилось до 1,3 %. При этом неоднородность образца проявляется в виде образования «ступеньки» на кривой, которая отсутствует в исходном образце.

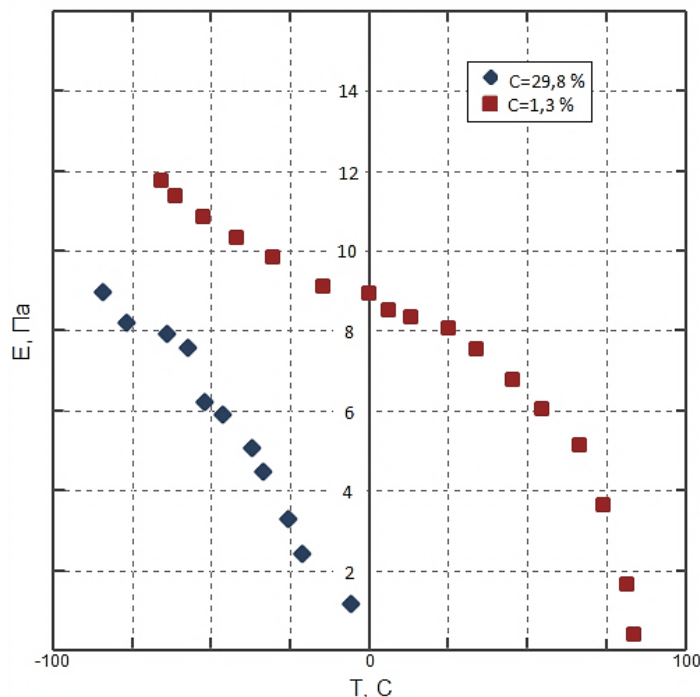


Рис. 6. Зависимости механического модуля ПВХ пластиката от температуры (данные ДМА в исходном состоянии, поле старения в течение 68 суток при 105 °С)

Аналогичным образом можно рассмотреть влияние перехода стеклования и на другие физико-механические характеристики материала [12–15]. Например, были проанализированы термомеханические (ТМ) кривые для пластиката И-40-14 с разным содержанием пластификатора ДОФ. В ТМ анализе измеряется деформация сжатия образца под действием груза P в процессе сканирования температуры T . Оставаясь в рамках линейного приближения, определим деформацию образца как отношение:

$$\Delta L = L_0 \cdot \frac{P}{E} = L_0 \cdot \frac{P}{E_1} \cdot \frac{1 + \omega \cdot \exp(-Q/T)}{1 + (E_2 / E_1) \cdot \omega \cdot \exp(-Q/T)}, \quad (14)$$

где L_0 – исходный размер образца под нагрузкой P при начальной температуре $T < T_g$.

На рис. 7 приведен пример аппроксимации ТМ кривой для ПВХ пластиката марки И-40-14 с содержанием пластификатора ДОФ в количестве 45 м. ч. Аналогичные расчеты были проведены для этой марки пластиката, но с другим содержанием ДОФ. Результаты расчетов приведены в табл. 2. Как видно из рисунка, описание экспериментальных данных вполне адекватное (как и должно быть при $\frac{E_2}{E_1} \ll 1$).

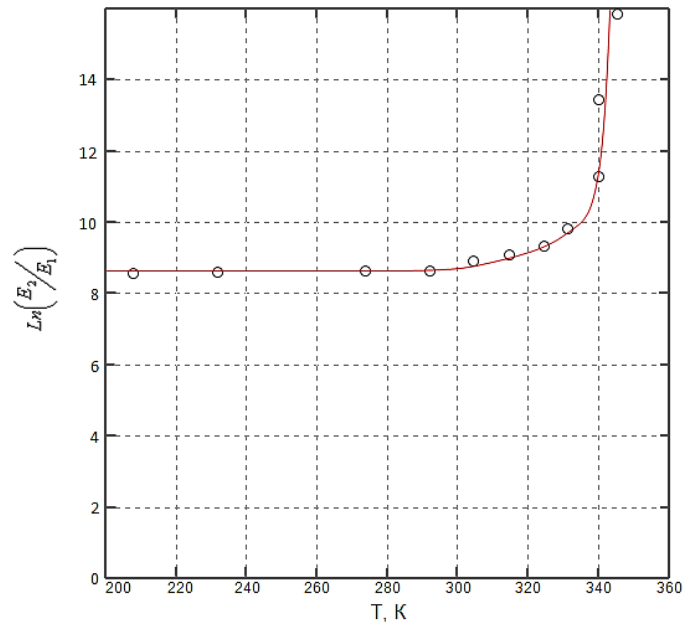


Рис. 7. Зависимость условной величины деформации от температуры (ТМА ПВХ пластика И-40-14 с ДОФ 45 м. ч.)

Таблица 2

Численные значения параметров величины деформации образца для ПВХ пластика марки И-40-14

Параметр	Содержание пластификатора, м. ч.			
	45	36	27	18
$L_0 \cdot \frac{P}{E_1}$	9,8	4,2	4,0	8,8
$\ln(\omega)$	28,8	21,6	25,4	38,1
Q	9 899	7 219	8 546	13 057
$\ln\left(\frac{E_2}{E_1}\right)$	-1,26	-2,24	-1,95	$-5,7 \cdot 10^4$
T_g , расчет по (8)	344	334	336	343

Выводы:

1. Авторы работы отчетливо сознают ограниченные возможности линейных приближений, которые были использованы при исследовании ПВХ пластикаторов с различным содержанием пластификатора. Реальные соотношения значительно сложнее.

2. Даже в линейном приближении удастся вполне адекватно описать температурную и концентрационную зависимость различных механических показателей ПВХ пластика, что подтверждается экспериментальными данными.

3. Сформулирована и экспериментально подтверждена связь содержания пластификатора с температурой стеклования. При произвольной фиксации температуры стеклования можно получить оценку предельной концентрации пластификатора, при которой будет наблюдаться переход стеклования в заданной температурной области, что может найти непосредственное практическое значение.

4. Решена задача описания перехода стеклования ПВХ пластика в зависимости от температуры и содержания пластификатора (в той мере, в какой это позволяют линейные модели применительно к столь сложным системам).

Работа выполнена в рамках проекта в области фундаментальных и прикладных исследований «Комплект приборов для экологического мониторинга и нефтегазового комплекса» при поддержке Департамента образования и молодежной политики (приказ от 25.08.2017 № 1281) Ханты-Мансийского автономного округа – Югры и Сургутского государственного университета.

Литература

1. Быков Е. В., Кранихфельд Л. И., Румянцев Д. Д. Метод прогнозирования долговечности ПВХ-пластиката и изделий на его основе // *Электротех. пром-сть. Сер. Кабельная техника*. 1980. № 4 (182). С. 19–22.
2. Брагинский Р. П. Диффузионная десорбция пластификаторов – основной фактор старения поливинилхлоридных пластикатов // *Докл. АН СССР*. Т. 272. 1983. № 4. С. 889–891.
3. Čvorkov L., Popović I., Veličković S., Brankov K., Vukovljak V., Čvorkov L. Uticaj orekšivača na osobine PVCa // *Polimerii*. 1986. V. 7. № 1–2. P. 11–13.
4. Boo H.-K., Shaw M. T. Interaction of Plasticizers with PVC: Phase Behavior and Thermomechanical Properties of Plasticized PVC // *Journal of Vinyl Technology*. 1987. V. 19. № 4. P. 168–172.
5. Штаркман Б. П. Пластификация поливинилхлорида. М. : Химия, 1975. 248 с.
6. Бартенев Г. М., Френкель С. Я. Физика полимеров. Л. : Химия, 1990. 430 с.
7. Ферри Дж. Вязкоупругие свойства полимеров. М. : ИЛ, 1963. 535 с.
8. Эмануэль Н. М., Кнорре Д. Г. Курс химической кинетики. М. : Высш. шк., 1984. 463 с.
9. Волькенштейн М. В. Конфигурационная статистика полимерных цепей. М. : Изд-во АН СССР, 1959. 466 с.
10. Шкловский Б. И., Эфрос А. Л. Электронные свойства легированных полупроводников. М. : Наука, 1979. 416 с.
11. Эфрос А. Л. Физика и геометрия беспорядка. М. : Наука, 1982. 176 с.
12. Займан Дж. Модели беспорядка. Теоретическая физика однородно неупорядоченных систем. М. : Мир, 1982. 592 с.
13. Малкин А. Я., Аскадский А. А., Коврига В. В. Методы измерения механических свойств полимеров. М. : Химия, 1978. 336 с.
14. Эмануэль Н. М., Бучаченко А. Л. Химическая физика старения и стабилизации полимеров. М. : Наука, 1982. 368 с.
15. Лебедев Я. С., Цветков Ю. Д., Воеводский В. В. О происхождении компенсационного эффекта в случае реакции рекомбинации радикалов в облученных полимерах // *Кинетика и катализ*. 1960. Т. 1 С. 496–502.

УДК 531.746.22:519.87

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕЧЕНИЯ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ В КАНАЛЕ С ПОДВИЖНЫМИ ГРАНИЦАМИ

И. В. Бычин², Т. В. Гавриленко^{1,2}, В. А. Галкин^{1,2}, А. В. Гореликов^{1,2}, А. В. Ряховский²

¹ Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук,

² Сургутский государственный университет,

igor-bychin@yandex.ru, taras.gavrilenko@gmail.com, val-gal@yandex.ru, gorelikov_a@list.ru, echo47@rambler.ru

В статье рассматривается математическое моделирование течений вязкой несжимаемой жидкости в каналах с периодически изменяющимися во времени поперечными размерами: построение математической модели; алгоритм численного решения; проведение вычислительных экспериментов по исследованию зависимости характеристик течения от режима колебаний границ канала.

Ключевые слова: численное моделирование, течение в канале.

NUMERICAL SIMULATION OF VISCOUS INCOMPRESSIBLE FLUID FLOW IN CHANNEL WITH MOVING BOUNDARIES

I. V. Bychin², T. V. Gavrilenko^{1,2}, V. A. Galkin^{1,2}, A. V. Gorelikov^{1,2}, A. V. Ryakhovsky²

¹ System Research Institute, Russian Academy of Sciences,

² Surgut State University,

igor-bychin@yandex.ru, taras.gavrilenko@gmail.com, val-gal@yandex.ru, gorelikov_a@list.ru, echo47@rambler.ru

The article considers a mathematical modeling of viscous incompressible fluid flows in channels with transverse dimensions alternating with time. The modeling consists of: construction of a mathematical model; numerical algorithm; carrying out computational experiments to study the dependence of flow characteristics on the vibration mode of edges of a channel.

Keywords: numerical simulation, channel flow.

Введение. Построение и обоснование математического описания динамики сложных систем, к которым относятся многофазные смеси в слабо сжимаемых жидкостях, представляют интерес с точки зрения моделирования технологических процессов. При этом одним из важных вопросов является управление разделением фракций за счет изменения параметров входящего и выходящего потока и деформацией области течения. В практически важных задачах, как правило, присутствует ряд усложняющих факторов: периодическое изменение внешнего силового поля, химические реакции, наличие поверхности раздела и т. д. В связи с этим представляется целесообразным исследование различных режимов течения жидкости в условиях сложной, изменяющейся во времени геометрии в упрощенной постановке для однофазных жидкостей.

Постановка задачи и математическая модель. Рассматривается ламинарное течение изотермической вязкой несжимаемой жидкости в прямоугольном канале $D = \{(x, y) : x \in (0, L), y \in (0, 0.25L)\}$. Верхняя и нижняя стенки канала на интервале $x \in (0.25L, 0.5L)$ синхронно совершают периодическое движение навстречу друг другу в направлении оси Оу с частотой ω_1 , тем самым изменяя поперечные размеры канала на данном участке. На левой границе ($x = 0$) задается скорость входящего потока жидкости, которая также периодически изменяется с частотой ω_0 .

Обезразмеривание производилось по следующим формулам:

$$\mathbf{r}^* = L\mathbf{r}, \quad \mathbf{u}^* = \frac{\nu}{L}\mathbf{u}, \quad t^* = \frac{L^2}{\nu}t, \quad p^* = \frac{\rho\nu^2}{L^2}p, \quad \omega_{0,1} = \frac{\nu}{L^2}f_{0,1}.$$

Звездочкой отмечены размерные величины: $\mathbf{r}^*$ – радиус-вектор точки; t^* – время; $\mathbf{u}^*$ – скорость жидкости; p^* – давление; ρ – плотность; ν – кинематическая вязкость; L – размер канала вдоль оси x . В безразмерных переменных система уравнений гидродинамики вязкой несжимаемой изотермической жидкости имеет вид:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} = -\nabla p + \Delta \mathbf{u}, \quad (1)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0. \quad (2)$$

На верхней и нижней границах канала заданы условия прилипания. Скорости движения нижней (u_y^b) и верхней (u_y^t) границ канала на участке $x \in (0.25, 0.5)$ определяются по формулам:

$$u_y^b = \frac{f_1}{8} \operatorname{sgn}(\sin 2\pi f_1 t), \quad u_y^t = -\frac{f_1}{8} \operatorname{sgn}(\sin 2\pi f_1 t). \quad (3)$$

Из формулы (3) следует, что максимальное безразмерное расстояние, на которое вставки перемещаются внутрь канала, не зависит от частоты f_1 и составляет $1/16$, т. е. $1/4$ от высоты канала.

На входной границе задается следующее периодическое по времени распределение скорости:

$$u_x|_{x=0} = -12 \operatorname{Re} y(4y-1) \frac{3 + \operatorname{sgn}(\sin(2\pi f_0 t))}{2}, \quad (4)$$

где $\operatorname{Re} = \frac{\bar{u}L}{\nu}$ – число Рейнольдса; $\bar{u}$ – средняя по толщине жидкости скорость; f_0 – частота изменения скорости входного потока жидкости. Коэффициент 12 в (4) получается из формулы среднего значения скорости в задаче о течении Пуазейля между двумя плоскостями [1].

Предполагается, что скорость выходящего потока (при $x = 1$) направлена вдоль оси Ox и рассчитывается таким образом, чтобы выполнялось уравнение неразрывности, т. е. чтобы расход на входе был равен расходу на выходе.

В начальный момент времени скорость жидкости во всем канале направлена вдоль оси Ox и определяется по формуле:

$$u_x(x, y)|_{t=0} = -12 \operatorname{Re} y(4y-1), \quad (x, y) \in \bar{D}. \quad (5)$$

Численные методы. Дискретные аналоги дифференциальных уравнений составлены при помощи метода контрольного объема [2] в прямоугольных декартовых координатах. Поперечное движение вставок в канале моделируется с помощью блокировки контрольных объемов [2], при этом используется аналог VOF (volume of fluid) метода [3]. Дискретные аналоги уравнений (1–2) получены с использованием неявной схемы и схемы со степенным законом для аппроксимации конвективных и диффузионных потоков на гранях контрольных объемов [2]. При получении дискретного аналога уравнения Навье – Стокса использовались разнесенные расчетные сетки, т. е. компоненты скорости рассчитывались на гранях основных контрольных объемов. Для решения уравнений гидродинамики используется алгоритм PISO (Pressure-Implicit with Splitting of Operators) [4–5]. Алгоритм PISO выбран как наиболее эффективный для решения нестационарных задач гидродинамики вязкой жидкости в рамках метода контрольного объема. Получающиеся в результате дискретизации СЛАУ решаются параллельной модификацией метода переменных направлений.

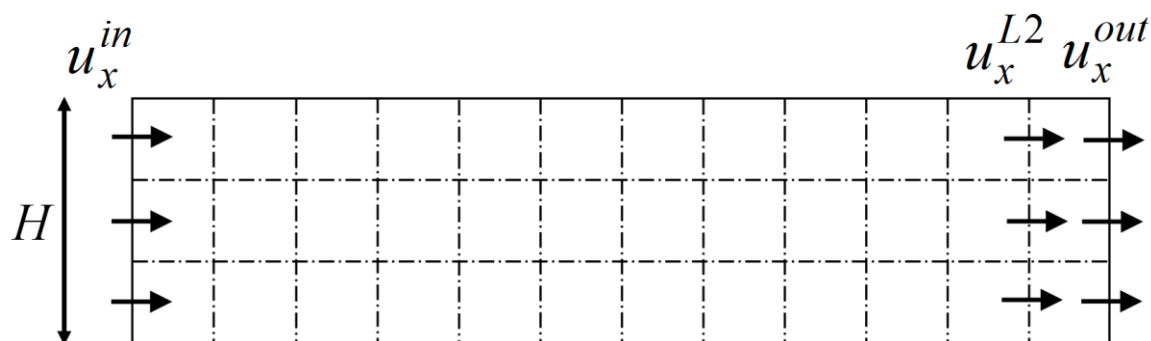


Рис. 1. Иллюстрация к алгоритму расчета скорости на выходе канала

Сеточное значение скорости на выходной границе u_x^{out} рассчитывается по формуле:

$$u_x^{out}(j) = u_x^{L2}(j) + \lambda, \quad j = 2, M2,$$

где u_x^{L2} – значение скорости на левой границе контрольного объема, прилегающего к выходной границе (рис. 1); $L2, M2$ – количество контрольных объемов вдоль осей Ox и Oy соответственно; u_x^{in} – скорость жидкости на левой границе области D ; H – размер области D вдоль оси Oy ; Δy_j – размер вдоль оси Oy j -го контрольного объема. Константа λ определяется из условия равенства объемного расхода жидкости на входной и выходной границах:

$$\sum_{j=2}^{M2} u_x^{in}(j) \Delta y_j = \sum_{j=2}^{M2} u_x^{out}(j) \Delta y_j = \sum_{j=2}^{M2} (u_x^{L2}(j) + \lambda) \Delta y_j = \sum_{j=2}^{M2} u_x^{L2}(j) \Delta y_j + \lambda H,$$

$$\lambda = \frac{\sum_{j=2}^{M2} (u_x^{in}(j) - u_x^{L2}(j)) \Delta y_j}{H}.$$

Вычислительные эксперименты по исследованию зависимости характеристик течения от режима колебаний боковых границ канала проводились на системе кластерного типа АПК-5 СурГУ. Для организации вычислительного процесса на кластере использована программная реализация в рамках разработанного ранее авторами программного комплекса для моделирования процессов динамики вязкой жидкости и магнитной гидродинамики на высокопроизводительных системах. Программный код комплекса написан на языках Фортран и Си. Комплекс спроектирован в рамках многоуровневого подхода, предполагающего сочетание различных технологий параллельного программирования для гибридных и традиционных вычислительных систем. Данный комплекс позволяет на базе технологий MPI [6–7], OpenMP [7–8], OpenCL [9–10] организовать отображение многоуровневого параллелизма вычислительного кода на многоуровневый параллелизм вычислительной системы. Распределение вычислений между узлами кластера выполнено методом геометрической декомпозиции расчетной области с использованием стандарта MPI, по схеме один узел – один процесс. В рамках одного узла, распараллеливание вычислительного процесса на многопоточное исполнение ядрами CPU проведено по технологии OpenMP. Рассматриваемый подход позволяет дополнительно на узле организовать гетерогенные вычисления на ускорителях с использованием стандарта OpenCL.

Таким образом, программный комплекс обеспечивает эффективный счет на всех доступных вычислительных ресурсах кластера. Программный комплекс прошел всестороннее тестирование на следующих тестах: нестационарные трехмерные задачи Коши для уравнений Навье – Стокса и уравнений магнитной гидродинамики с точными решениями [11–12]; сравнение с результатами натурных экспериментов [13]; сравнение с результатами вычислительных экспериментов, представленных в литературе [14]. Результаты тестов на численную сходимость на последовательности вложенных расчетных сеток и с разными шагами по времени демонстрируют второй порядок аппроксимации по координатам и первый порядок по времени [15]. Результаты тестирования позволяют сделать вывод о возможности использования данного программного комплекса для вычислительных экспериментов в рассматриваемой предметной области.

Результаты вычислительных экспериментов. Проведена серия вычислительных экспериментов для следующих значений частоты поперечных колебаний вставок: $f_1 = 50; 75; 100; 125; 150$, при этом частота колебаний скорости входного потока и число Рейнольдса фиксировались: $f_0 = 25$, $Re = 50$. В каждом случае расчеты проводились до того момента времени, на котором течение гарантировано переходило в установившийся режим, т. е. колебания всех величин становились периодическими (рис. 2).

Исследовалось влияние частоты поперечных колебаний вставок f_1 на поля скорости и давления в установившемся режиме течения. На рис. 3 представлена эволюция структуры течения и распределение поперечной составляющей скорости u_y для частоты $f_1 = 75$ за один период.

На рис. 4 показано типичное для всех проведенных расчетов распределение давления p и продольной составляющей скорости u_x при движении вставок навстречу друг другу и при движении вставок в противоположные стороны.

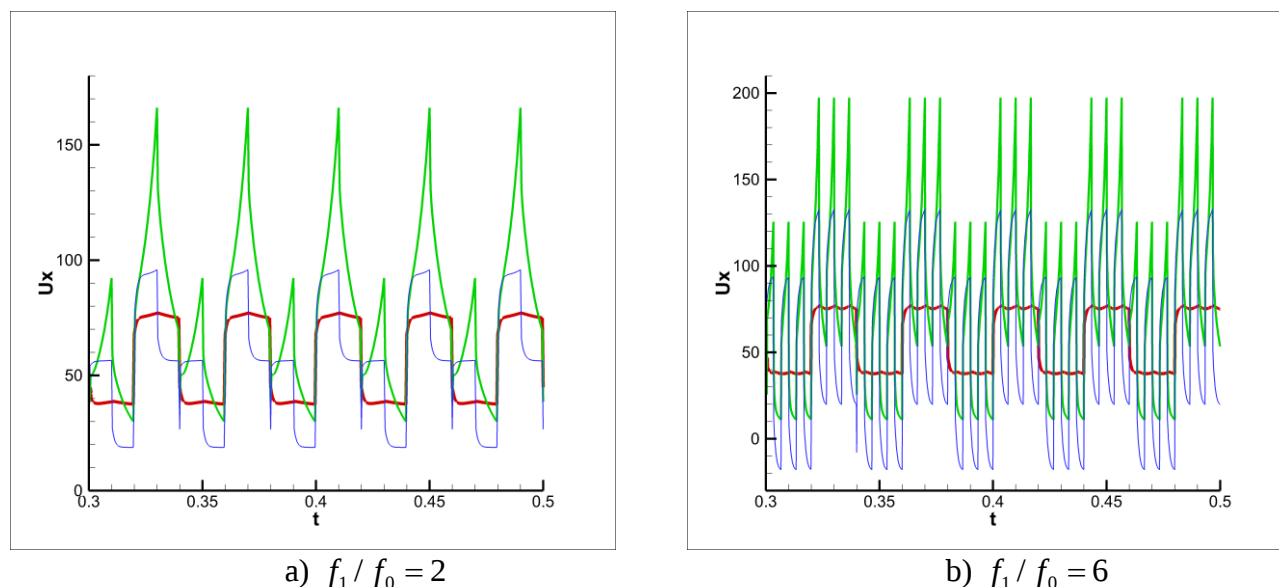
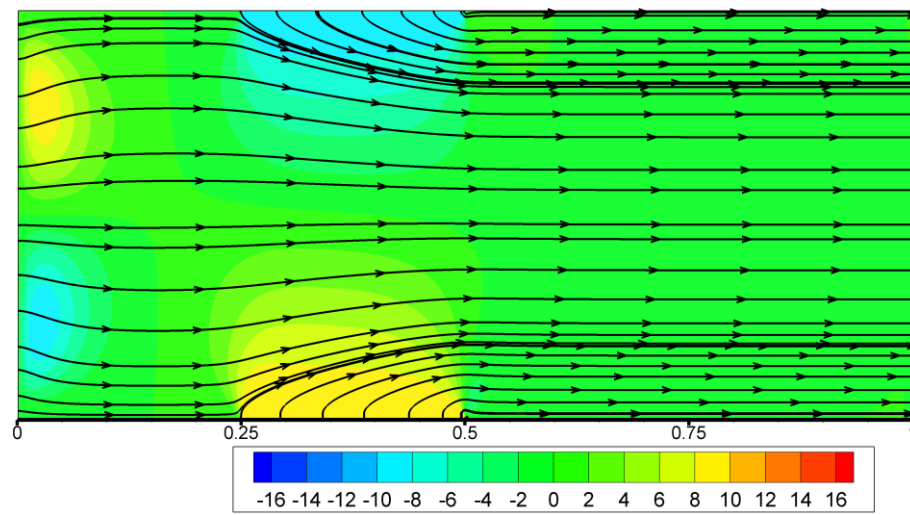
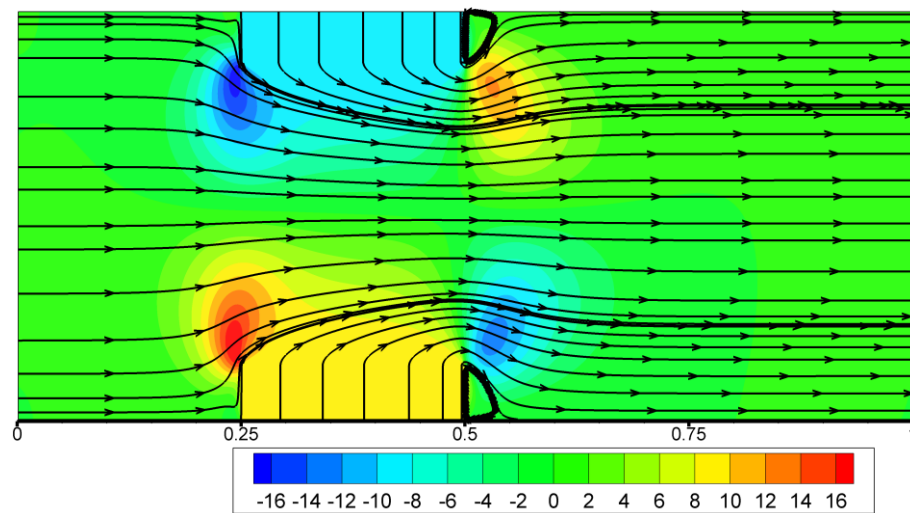
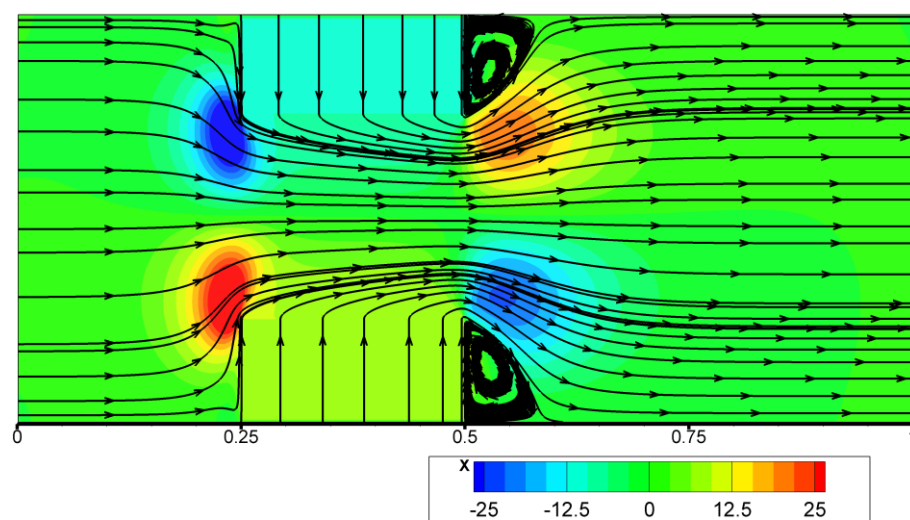
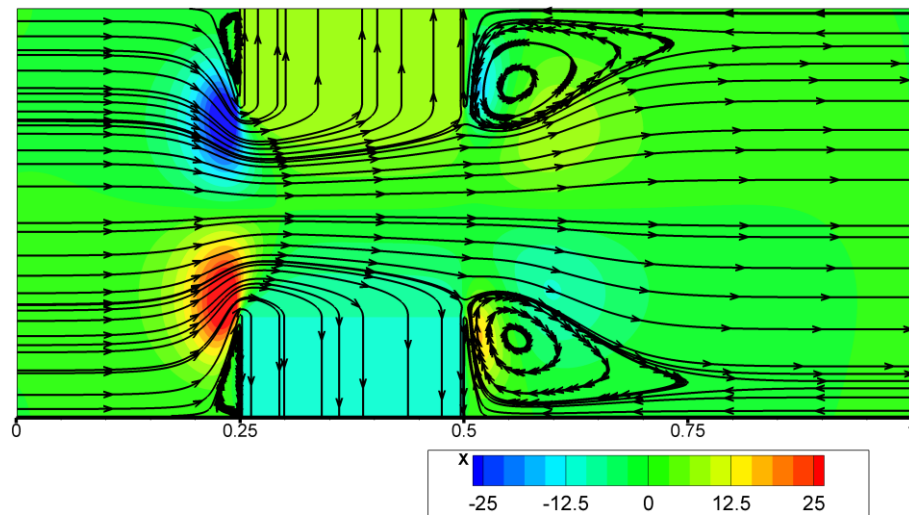
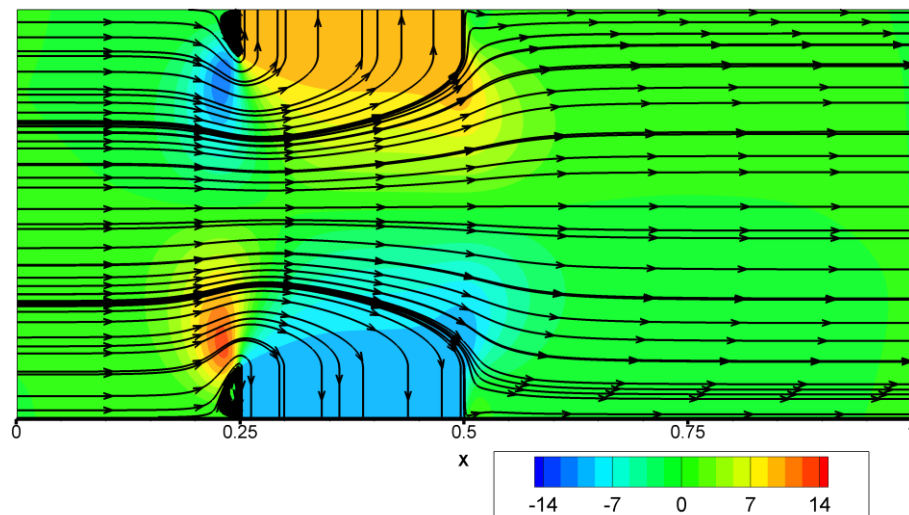


Рис. 2. Колебания продольной составляющей скорости в точках на оси канала:
 $A(0.125, 0.125)$ (красная линия); $B(0.375, 0.125)$ (зеленая линия); $C(0.75, 0.125)$ (синяя линия)
в установившемся режиме течения.

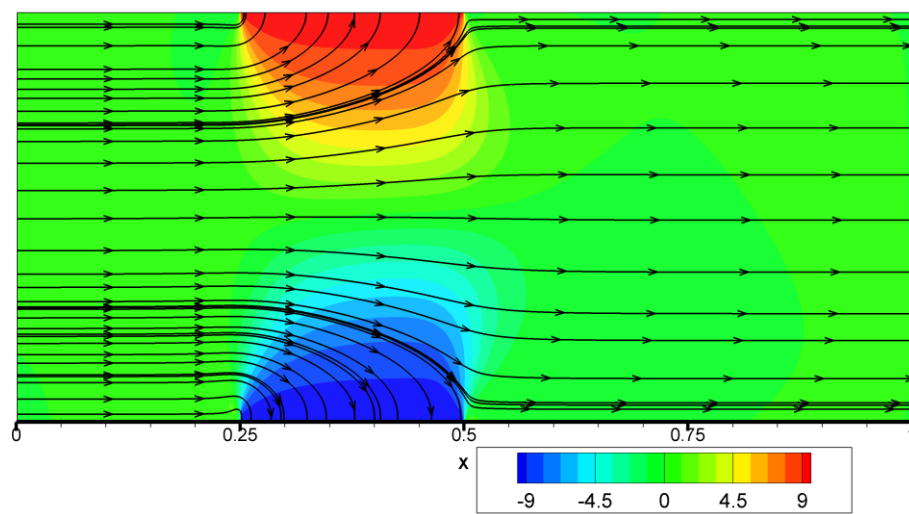
a) $t = 0.02T_1$ b) $t = 0.26T_1$ c) $t = 0.5T_1$



d) $t = 0.52T_1$



e) $t = 0.76T_1$



f) $t = 0.98T_1$

Рис. 3. Эволюция структуры течения за период движения поперечных вставок $T_1 = 1/f_1$, т. е. показаны линии тока нестационарного поля скоростей в фиксированный момент времени t , цветом показано распределение поперечной составляющей скорости u_y ($f_1 = 75$)

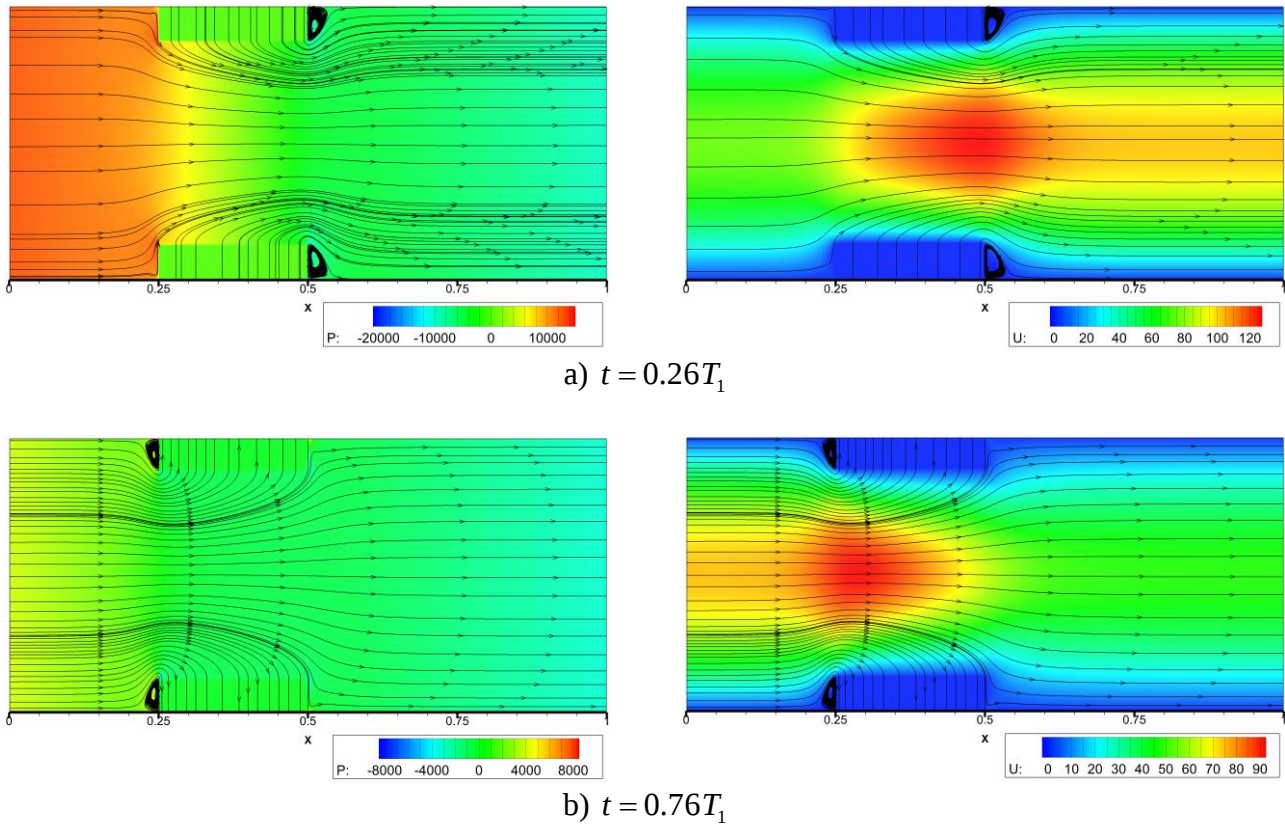


Рис. 4. Распределение давления p (слева) и продольной составляющей скорости u_x (справа):

а) при движении вставок навстречу друг другу $t = 0.26T_1$

б) при движении вставок в противоположные стороны $t = 0.76T_1$ ($f_1 = 75$)

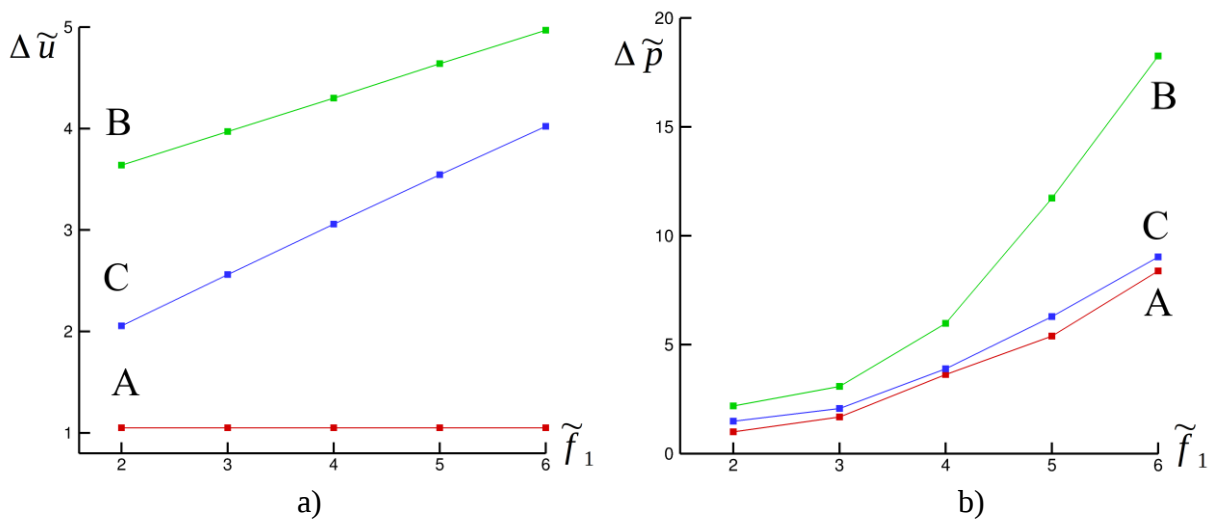


Рис. 5. Зависимость приведенных амплитуд колебаний продольной составляющей скорости и давления (б) от отношения частоты колебаний границ к частоте пульсаций входящего потока $\tilde{f}_1 = f_1 / f_0$ в точках $A(0.125, 0.125)$, $B(0.375, 0.125)$, $C(0.75, 0.125)$ в установившемся режиме течения

На рис. 5 представлены зависимости приведенных амплитуд колебаний продольной составляющей скорости $\Delta \tilde{u}$ и давления $\Delta \tilde{p}$ от отношения частоты колебаний границ к

частоте пульсаций входящего потока ($\tilde{f}_1 = f_1 / f_0$) в точках $A(0.125, 0.125)$, $B(0.375, 0.125)$, $C(0.75, 0.125)$ в установившемся режиме течения. Величины $\Delta\tilde{u}$ и $\Delta\tilde{p}$ определялись по формулам:

$$\Delta\tilde{u} = \frac{(\max u_x - \min u_x)|_{f_1}}{(\max u_x - \min u_x)|_{f_1=0}}, \quad \Delta\tilde{p} = \frac{(\max p - \min p)|_{f_1}}{(\max p - \min p)|_{f_1=0}}, \quad (6)$$

где $\max u_x$, $\min u_x$, $\max p$, $\min p$ - максимальное и минимальное значения продольной составляющей скорости и давления за период колебаний в точках (A, B, C) ; амплитуды u_x и p нормируются на соответствующие амплитуды для течения в канале с неподвижными боковыми стенками $f_1 = 0$.

Заключение. Построена математическая модель течения вязкой несжимаемой жидкости в канале с периодически изменяющимися поперечными размерами. На основе метода контрольного объема разработан алгоритм численного решения задач течения в каналах с подвижными вставками. В рамках ранее созданного авторами программного комплекса для моделирования процессов динамики вязкой жидкости на высокопроизводительных вычислительных системах разработано программное обеспечение для решения рассматриваемого класса задач. Проведены вычислительные эксперименты по исследованию зависимости характеристик течения от режима колебаний боковых границ канала.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты: 16-29-15105 офи_м, 18-07-00504 А.

Литература

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика : учеб. пособие ; в 10 т. Т. VI. Гидродинамика. 5-е изд., стереот. М. : Физматлит, 2001. 736 с.
2. Патанкар С. Численные методы решения задач теплообмена и динамики жидкости. М. : Энергоатомиздат, 1984. 152 с.
3. Hirt C. W., Nicholls B. D. Volume of Fluid (VOF) method for dynamical free boundaries // Comput Phys. 1981. № 39. P. 201–225.
4. Issa R. I. Solution on the implicitly discretised fluid flow equations by operator-splitting // Journal of Computational Physics. 1985. № 61. P. 40–65.
5. Issa R. I., Gosman A. D., Watkins A. P. The Computation of compressible and incompressible recirculating flows by a non-iterative implicit scheme // Journal of Computational Physics. 1986. № 62. P. 66–82.
6. Gropp W. Using MPI: portable parallel programming with the message-passing interface. Cambridge : MIT Press, 2014. 336 p.
7. Антонов А. С. Технологии параллельного программирования MPI и OpenMP. М. : Изд-во Моск. ун-та, 2012. 344 с.
8. Chapman B. Using OpenMP: Portable Shared Memory Parallel Programming. Cambridge : MIT Press, 2008. 378 p.
9. Scarpino M. OpenCL in Action: How to Accelerate Graphics and Computations. Cambridge : Manning Publications, 2011. 456 p.
10. Kaeli D. R. Heterogeneous Computing with OpenCL 2.0. Cambridge : Morgan Kaufmann, 2015. 330 p.
11. Бетелин В. Б., Галкин В. А., Гореликов А. В. Алгоритм типа предиктор-корректор для численного решения уравнения индукции в задачах магнитной гидродинамики вязкой несжимаемой жидкости // ДАН. 2015. Т. 464. № 5. С. 525–528.

-
12. Галкин В. А. и др. Моделирование и управление разделением фаз в слабо сжимаемых вязких теплопроводящих жидкостях типа нефти в случае газообразных и твёрдых включений // Вестн. кибернетики. 2015. № 3. С. 27–45.
 13. Ряховский А. В. Математическое моделирование естественной конвекции во вращающихся сферических слоях : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Сургут. 2013. 143 с.
 14. Бычин И. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Исследование установившихся режимов естественной конвекции во вращающемся сферическом слое // ВАНТ. 2016. № 1. С. 48–58. Сер. Матем. моделирование физич. процессов.
 15. Бычин И. В., Галкин В. А., Гавриленко Т. В., Гореликов А. В., Ряховский А. В. Программный комплекс численного моделирования конвекции в сферических слоях на гибридных вычислительных системах (CPU/GPU) // Матем. моделирование. 2014. Т. 26 (10). С. 95–108.

УДК 531.3:517.958

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБРАЗОВАНИЯ СТРУКТУР В ЗАДАЧАХ ФИЗИЧЕСКОЙ КИНЕТИКИ С КОМПЛЕКСИРОВАНИЕМ МЕТОДОВ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ГИДРОДИНАМИКИ

В. А. Галкин^{1, 2}¹ *Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук,*² *Сургутский государственный университет,
val-gal@yandex.ru*

В статье рассматривается математическое моделирование течений, описываемых уравнениями Лиувилля, Больцмана, Смолуховского и обобщенными системами законов сохранения. Эти уравнения баланса (неразрывности) являются основополагающими соотношениями, которые определяют статистические решения динамических систем, моделирующих взаимодействие частиц посредством дальнедействующих потенциалов и локальных соударений. Нелинейная динамика течений, описываемых данными уравнениями, приводит к возникновению особенностей гидродинамических характеристик, интерпретируемых как возникновение структуры типа фронта, устойчивого в макроскопических масштабах. Рассмотрены механизмы возникновения структур и вычислительные аспекты их локализации.

Ключевые слова: модели физической кинетики, особенности гидродинамических характеристик, численные методы.

MATHEMATICAL MODELING OF STRUCTURES FORMATION IN PROBLEMS OF PHYSICAL KINETICS WITH METHODS INTEGRATION OF COMPUTATIONAL FLUID DYNAMICS

V. A. Galkin^{1, 2}¹ *System Research Institute, Russian Academy of Sciences,*² *Surgut State University,
val-gal@yandex.ru*

The mathematical modeling of flows described by Liouville, Boltzmann, Smoluchowski equations and generalized systems of conservation laws are described in the paper. These balance equations (continuity) are the fundamental relationships that determine the statistical solutions of dynamical systems modeling the interaction of particles by long-range potentials and local collisions. The nonlinear dynamics of the flows described by these equations leads to the appearance of singularities for hydrodynamic parameters interpreted as the appearance of a front-type structure stable at macroscopic scales. The mechanisms of the appearance of the structures and computational aspects of their localization are considered.

Keywords: models of physical kinetics, singularities of hydrodynamic characteristics, numerical methods.

Введение. Наличие пространственной неоднородности значительно усложняет исследование математических моделей в задачах физической кинетики. В частности, это обусловлено новым эффектом (по сравнению с пространственно однородными задачами), а именно, возникновением недифференцируемых особенностей решения по пространственно-временным переменным. Эти особенности, в свою очередь, порождают пространственно-временные зоны, в которых соотношение сохранения для оператора, описывающего

локальные столкновения частиц, переходит в соотношение диссипации (эти области можно интерпретировать как зоны интенсивного образования осадков, не взаимодействующих с дисперсной фазой). Эти явления типичны для моделей коагуляции, основанных на уравнении Смолуховского, и они также имеют место для специальных моделей газов.

Важно подчеркнуть, что уравнения Власова, описывающие динамику плазмы в приближении самосогласованного поля, представляют собой ни что иное, как разновидность уравнения Лиувилля. Весьма интересные явления для решений уравнения Лиувилля имеют место при наличии скачков поля скоростей течения. В газовой динамике это приводит к ударным волнам, но возможны также решения типа «черной дыры», когда частицы среды аккумулируются в одной точке. В этом случае уравнение Лиувилля – Власова описывает статистическое решение системы дифференциальных уравнений с разрывной правой частью. Для системы обыкновенных дифференциальных уравнений в этом случае реализуется «скользящий режим» в теории А. Ф. Филиппова [1], а соответствующих классических и обобщенных решений не существует.

Упомянутые свойства решений (сингулярности) образуют пространственно-временные структуры сопутствующих гидродинамических (средних) характеристик течений [2–6].

1. Метод сглаживания В. А. Стеклова для разрывного поля одномерных скоростей в уравнении Лиувилля. Рассмотрим динамическую систему на числовой прямой

$$\frac{dx}{dt} = f(x),$$

где $f(x)$ назовем полем скоростей частиц в фазовом пространстве $\mathbb{R} = \{x\}$. Статистическое решение $p(x, t)$ (плотность вероятности распределения частиц в фазовом пространстве $\mathbb{R}$ в момент времени t) для этой динамической системы определяется задачей Коши для уравнения Лиувилля

$$\begin{cases} \frac{\partial p(x, t)}{\partial t} + \frac{\partial [p(x, t) f(x)]}{\partial x} = 0, \\ p(x, t)|_{t=0} = p^0(x). \end{cases} \quad (1.1)$$

где p^0 — начальная плотность вероятности распределения частиц в фазовом пространстве $\mathbb{R}$. Рассмотрим простейший случай разрывного поля скоростей

$$f(x) = -\operatorname{sgn}(x), \quad (1.2)$$

Вид функции $f(x)$ в (1.2) соответствует ситуации, когда частицы со скоростями, равными по абсолютной величине единице, движутся навстречу друг другу.

Для построения приближенного метода решения задачи (1.1), (1.2) воспользуемся регуляризацией, основанной на сглаживании разрывной функции поля скоростей $f(x)$ на интервале $[-\Delta; \Delta]$ методом В. А. Стеклова:

$$\bar{f}_{\Delta}(x) = \frac{1}{2\Delta} \int_{x-\Delta}^{x+\Delta} f(\xi) d\xi = \frac{1}{2\Delta} \int_{x-\Delta}^{x+\Delta} (-\operatorname{sgn}(\xi)) d\xi = -\frac{x}{\Delta}, \quad x \in [-\Delta; \Delta].$$

Таким образом сглаженная задача принимает вид

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p_{\Delta}(x,t)}{\partial t} + \frac{\partial p_{\Delta}(x,t) f_{\Delta}(x)}{\partial x} = 0 \\ p_{\Delta}(x,t)|_{t=0} = p^0(x), \end{array} \right. \quad (1.3)$$

где

$$f_{\Delta}(x) = \begin{cases} f(x), & |x| > \Delta, \\ \bar{f}_{\Delta}(x), & |x| \leq \Delta, \end{cases} = \begin{cases} -\operatorname{sgn}(x), & |x| > \Delta, \\ -\frac{x}{\Delta}, & |x| \leq \Delta. \end{cases}$$

Построим решение задачи (1.3) методом характеристик, описываемых динамической системой

$$\frac{dx}{dt} = f_{\Delta}(x). \quad (1.4)$$

Запишем решение уравнения (1.4) в областях $|x| > \Delta$ и $|x| \leq \Delta$. Если начальные данные на характеристике $|x(0)| > \Delta$, то справедлива формула

$$x(t) = x(0) - t \operatorname{sgn}(x(0)), \quad |x(t)| \geq \Delta. \quad (1.5_1)$$

Продолжение этой характеристики в область $|x| \leq \Delta$ определяется соотношением

$$x(t) = \pm \Delta \exp\left(-\frac{1}{\Delta}(t - t_{\pm\Delta})\right), \quad t \geq t_{\pm\Delta}, \quad (1.5_2)$$

где величины $t_{\pm\Delta}$ определяются из условий $x(t_{\pm\Delta}) = \pm\Delta$. Если же $|x(0)| < \Delta$, то

$$x(t) = x(0) \exp\left(-\frac{1}{\Delta}t\right), \quad t \geq 0. \quad (1.5_3)$$

Из уравнения Лиувилля (1.1) на характеристиках (1.5₁)–(1.5₃) получаем следующее тождество:

$$\frac{dp_{\Delta}(x(t),t)}{dt} = p_{\Delta}(x(t),t) \left[\frac{1}{2\Delta} (\operatorname{sgn}(x(t) + \Delta) - \operatorname{sgn}(x(t) - \Delta)) \right].$$

В области $|x(t)| > \Delta$ выражение

$$\operatorname{sgn}(x(t) + \Delta) - \operatorname{sgn}(x(t) - \Delta) = 0,$$

соответственно, в этой области на характеристиках имеем

$$p_{\Delta}(x(t),t) = p_{\Delta}(x(0),0). \quad (1.6)$$

В области $|x(t)| < \Delta$ выражение

$$\operatorname{sgn}(x(t) + \Delta) - \operatorname{sgn}(x(t) - \Delta) = 2,$$

тогда решение на характеристиках принимает следующий вид:

$$p_{\Delta}(x(t),t) = p_{\Delta}(x(t_0),t_0) \exp\left(\frac{1}{\Delta}(t - t_0)\right), \quad t \geq t_0 \geq 0. \quad (1.7)$$

С учетом того, что при значениях времени до значения $t = t_{\pm\Delta}$ величина решения уравнения Лиувилля вдоль характеристики равно $p_{\Delta}(x(0),0)$, то из выражения (1.7) получаем в области $|x(t)| \leq \Delta$

$$p_{\Delta}(x(t), t) = p_{\Delta}(x(0), 0) \exp\left(\frac{1}{\Delta}(t - t_{\pm\Delta})\right), \quad t \geq t_{\pm\Delta}. \quad (1.8)$$

Чтобы получить решение в произвольной точке, надо в (1.6) и (1.8) исключить величины $t_{\pm\Delta}$ и начальные данные.

Итак, выберем произвольную точку (x, t) в фазовой плоскости и выпустим характеристику «назад по времени» с учетом (1.5₁)–(1.5₃). Отметим, что форма характеристики меняется при пересечении характеристик прямых $x = \pm\Delta$ в момент времени $t_{\pm\Delta}$.

Исследуем предельное поведение построенного решения при $\Delta \rightarrow 0$. Для этого умножим $p_{\Delta}(x, t)$ на финитную функцию $\varphi(x, t)$ и проинтегрируем по x от $-\infty$ до ∞ и по t от 0 до $+\infty$.

Переходя к пределу $\Delta \rightarrow 0$ в полученном таким образом интегральном выражении, устанавливаем, что обобщенным решением (в интегральной форме С. Л. Соболева) задачи Коши (1.1), (1.2) является обобщенная функция

$$p(x, t) = p^0(x + t \operatorname{sgn}(x)) + \delta_0(x) \int_0^t (p^0(t - z) + p^0(z - t)) dz, \quad (1.9)$$

где δ_0 – обобщенная дельта-функция Дирака, сосредоточенная в точке $x = 0$. Таким образом, рассмотренное решение приобретает устойчивую сингулярность в начале координат, которая интерпретируется как образование «структуры» в гидродинамике рассматриваемого одномерного течения.

Построенное решение (1.9) является частным случаем функциональных решений законов сохранения, рассмотренных в [7]. Главной причиной возникновения функционального решения в рассмотренном примере служит наличие разрыва поля скоростей.

2. Образование структур в течениях с пространственно-неоднородной коагуляцией. Коагуляция (слияние) частиц является одной из основных причин эволюции пространственно-неоднородных дисперсных систем, под которыми понимают механическую смесь среды (газообразной или жидкой) с частицами диспергированной фазы (твердой или жидкой), причем свойства фаз существенно зависят от переноса вещества между различными точками координатного пространства. Следует подчеркнуть, что наличие пространственной неоднородности значительно усложняет исследование математических моделей коагуляции. В частности, это связано с возникновением недифференцируемых особенностей решения по пространственно-временным переменным. Эти особенности, в свою очередь, порождают пространственно-временные зоны, в которых соотношение сохранения для оператора столкновений Смолуховского переходит в соотношение диссипации (эти области можно интерпретировать как зоны интенсивного образования осадков, не взаимодействующих с дисперсной фазой). Далее демонстрируется, что эти области соответствуют зонам структурообразования в течении.

Рассмотрим математическую модель процесса коагуляции в дисперсной системе, состоящей из вязкой среды, в которой вдоль оси $Ox = \{x \in \mathbb{R}\}$ под действием внешней силы с постоянной скоростью движутся частицы, которые состоят из объединений мономеров, имеющих массу $\mu_1 > 0$. Частицу, порожденную объединением i мономеров (т. е. ее масса равна $i\mu_1$, $i \in \mathbb{N}$), будем для краткости именовать i -мер, слово *полимер* примем для обозначения бесконечного объединения мономеров. Пусть скорость движения i -мера равна v_i , а при столкновении пары частиц происходит их слияние в единый конгломерат, состоящий из суммарного количества мономеров обеих частиц (*коагуляция*). Для описания эволюции

концентрации i -меров $f_i \stackrel{\text{def}}{=} f(i, x, t)$ в такой системе используется кинетическое уравнение Смолуховского

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial f_i}{\partial x} = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i-1} \Phi_{i-j,j} f_{i-j} f_j - f_i \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{i,j} f_j, \quad i \in \mathbb{N}, \quad (2.1)$$

где $\Phi_{i,j} = \sigma_{i,j} |v_i - v_j|$ – интенсивность слияния i и j -меров; $\sigma_{i,j}$ – сечение захвата, являющееся симметричной, неотрицательной функцией на $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Оператор столкновений, определяемый правой частью уравнения (2.1), обозначим $S_i(f)$, $f = \{f_i\}_{i \in \mathbb{N}}$. Первое слагаемое в $S_i(f)$ считаем по определению равным нулю. Выражение для $S_i(f)$ задает локальный баланс между рождением i -меров из-за слияния $i-j$ и j -меров и уничтожением i -меров. Оператор столкновений определяет локальный закон сохранения количества вещества, заключенного в частицах, состоящих из конечного числа мономеров, ибо для финитных наборов концентраций f справедливо равенство

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} i S_i(f) = 0.$$

Для уравнения (2.1) рассматривается задача Коши с начальными данными

$$f(i, x, 0) = \varphi_i(x), \quad x \in \mathbb{R}, \quad i \in \mathbb{N}. \quad (2.2)$$

Ниже указаны достаточные условия, когда на решении уравнения (2.1) возникают негладкие особенности по переменным x , t при сколь угодно гладкой начальной функции $\varphi = \{\varphi_i\}_{i \in \mathbb{N}}$.

Интегральной формой задачи (2.1), (2.2) является нелинейное интегральное уравнение вольтерровского вида

$$f|_t = T_t \varphi + \int_0^t T_{t-\tau} \circ S(f)|_\tau d\tau, \quad t \geq 0, \quad (2.3)$$

где T_t – однопараметрическая группа сдвигов, действие которой определено формулой

$$T_t(\varphi)(i, x) = \varphi_i(x - v_i t), \quad \varphi = \{\varphi_i\}_{i \in \mathbb{N}}. \quad (2.4)$$

Уравнение (2.3) определяет обобщенное решение задачи Коши для уравнения Смолуховского (2.1). Примем обозначение $\bar{f} = T_t \varphi$ для набора концентраций при свободном переносе частиц. Положим

$$\begin{aligned} \bar{I}_i(x, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{i,j} \bar{f}(j, x, t), \\ I_i(x, t) &= \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{i,j} f(j, x, t). \end{aligned}$$

ТЕОРЕМА 1. Пусть сечение захвата частиц $\sigma_{i,j}$ ($i, j \in \mathbb{N}$) удовлетворяет неравенствам

$$0 < \inf_{\mathbb{N} \times \mathbb{N}} \sigma_{i,j} \leq \sup_{\mathbb{N} \times \mathbb{N}} \sigma_{i,j} < \infty,$$

скорость свободного переноса частиц v_i является строго монотонной функцией аргумента $i \in \mathbb{N}$. Предположим, что начальные концентрации $\{\varphi_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ в условии (2.2) – положительные гладкие по $x \in \mathbb{R}$ функции, имеющие конечные интегралы

$$\int_{\mathbb{R}} \sum_{j=1}^{\infty} (1 + \Phi_{i,j}) j \varphi_j(x) dx < \infty,$$

и $\varphi_j(x) \rightarrow 0$ при $|x| \rightarrow \infty$. Пусть набор начальных концентраций $\{\varphi_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ в каждой точке $x \in \mathbb{R}$ удовлетворяет локальному соотношению сохранения

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} i S_i(f|_{t=0}) = 0.$$

Тогда, если существуют точки (x, t) , в которых величина $\bar{I}(x, t) = +\infty$, то независимо от класса гладкости начальных концентраций решение уравнения (2.1) с этими начальными данными не может быть гладким по (x, t) для всех $t \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$.

ЗАМЕЧАНИЕ 1. В точках, где $\bar{I}(x, t) = +\infty$, решение задачи Коши (2.1), (2.2) имеет особенность типа градиентная катастрофа, т. е. производные обращаются в бесконечность. При этом в указанных точках $S_i(f) = -\infty$, следовательно, справедливо неравенство

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} i S_i(f) < 0. \quad (2.5)$$

Значит, локальное соотношение сохранения (2.4) с течением времени преобразуется в локальное соотношение диссипации (2.5).

Перед доказательством теоремы 1 сделаем ряд предварительных утверждений.

ЛЕММА 1. Пусть последовательность непрерывных неотрицательных функций $u_i(x, t)$, $t \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$, $i \in \mathbb{N}$ подчиняется неравенствам

$$u_i(x, t) \leq T_t u_i(., 0) + C_i \int_0^t \sum_{j=1}^{i-1} T_{t-\tau} (u_{i-j}(., \tau) u_j(., \tau)) d\tau, \quad i \in \mathbb{N}, \quad (2.6)$$

где $\{C_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ – монотонно возрастающая последовательность неотрицательных чисел. Положим по определению сумму в правой части неравенства при $i = 1$ тождественно равной нулю. Если начальные функции $u_i(x, 0)$ удовлетворяют неравенствам

$$u_i(x, 0) \leq F_0 = \text{const} < \infty, \quad x \in \mathbb{R}, \quad i \in \mathbb{N},$$

то справедливы соотношения

$$u_i(x, t) \leq F_0 \exp(F_0 i C_i t), \quad x \in \mathbb{R}, \quad i \in \mathbb{N}, \quad t \geq 0. \quad (2.7)$$

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Утверждение леммы получим методом математической индукции, применяемым по индексу $i \in \mathbb{N}$. При $i = 1$ имеем очевидное неравенство, из которого следует первая часть принципа математической индукции. Если соотношение (2.2) справедливо для функций u_j , $1 \leq j \leq i-1$, $i > 2$, то выполняется неравенство

$$u_i(x, t) \leq F_0 + C_i \int_0^t \sum_{j=1}^{i-1} F_0^2 \exp(F_0(jC_j + (i-j)C_{i-j})\tau) d\tau.$$

Поскольку $C_j \leq C_i$, $(i-j)C_{i-j} \leq (i-j)C_i$ при $i \geq j$, то

$$u_i(x, t) \leq F_0 + C_i F_0^2 \int_0^t \exp(F_0 i C_i \tau) d\tau = F_0 \exp(F_0 i C_i t),$$

что завершает доказательство леммы. Лемма доказана.

ЛЕММА 2. Пусть выполнены условия леммы 1 и в дополнение к ним функции $u_i(x, 0) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty \quad \forall i \in \mathbb{N}$. Тогда $u_i(x, t) \rightarrow 0$, $x \rightarrow \infty$, при каждом $i \in \mathbb{N}$ равномерно относительно изменения значений t на любом конечном промежутке в $\mathbb{R}_1^+$.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Утверждение леммы получается методом математической индукции по номеру $i \in \mathbb{N}$. При $i = 1$ имеем

$$u_1(x, t) \leq u_1(x - v_1 t, 0).$$

Поскольку $u_1(x, 0) \rightarrow 0$, когда $x \rightarrow \infty$, то $u_1(x, t) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$ равномерно относительно $0 \leq t \leq T \quad \forall T \in \mathbb{R}_1^+$. Предположим, что функции $u_j(x, t)$ обладают таким свойством для $1 \leq j \leq i-1$, тогда из неравенства (2.6) вытекает утверждение леммы для u_i . Лемма доказана.

ЛЕММА 3. Пусть $\{f_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ — гладкое неотрицательное решение задачи Коши (2.1), (2.2), соответствующее начальным данным, для которых выполнены условия теоремы 1. Тогда при $t \geq 0$ справедливы следующие неравенства:

$$\int_{\mathbb{R}_1} \sum_{i \in \mathbb{N}} f_i(x, t) dx \leq \int_{\mathbb{R}_1} \sum_{i \in \mathbb{N}} \varphi_i(x) dx = N_0, \quad (2.8)$$

$$\int_0^t \sum_{j \in \mathbb{N}} |a - v_j| f_j(x + a\tau, \tau) d\tau \leq 2N_0 \quad \forall a \in \mathbb{R}_1. \quad (2.9)$$

ЗАМЕЧАНИЕ 2. Неравенства (2.8), (2.9) имеют простой физический смысл. Оценка (2.8) означает, что в коагулирующей системе число частиц с ростом времени уменьшается, а оценка (2.9) показывает, что через сечение потока коагулирующих частиц, движущихся со скоростью a вдоль оси Ox , может пройти не более $2N_0$ частиц за время t при монотонной функции v_i , поскольку каждая частица проходит через это сечение не более двух раз.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО. Получим сначала неравенство (2.8). Суммируя в (2.1) по индексу $1 \leq i \leq M$, имеем

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^M f_i(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^M v_i f_i(x, t) \leq 0,$$

ибо $\sum_{i=1}^M S_i(f) \leq 0 \quad \forall M \in \mathbb{N}$. Интегрируя это неравенство по времени, получаем

$$\sum_{i=1}^M f_i(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^M v_i \int_0^t f_i(x, \tau) d\tau \leq \sum_{i \in \mathbb{N}} \varphi_i(x).$$

Дальнейшее интегрирование по переменной x при $|x| \leq A$ приводит к соотношению

$$\int_{-A}^A \sum_{i=1}^M f_i(x, t) dx + \sum_{i=1}^M v_i \int_0^t [f_i(A, \tau) - f_i(-A, \tau)] d\tau \leq N_0.$$

Воспользовавшись результатом леммы 2, перейдем к пределу при $A \rightarrow +\infty$. Таким образом,

$$\int_{\mathbb{R}_1} \sum_{i=1}^M f_i(x, t) dx \leq N_0.$$

Переходя к пределу $M \rightarrow \infty$ на основании леммы Б. Леви [8], получаем окончательно неравенство (2.8).

Теперь установим справедливость оценки (2.9). Поскольку функция $\{v_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ монотонная, то без ограничения общности можно считать ее монотонно возрастающей (в противном случае, следует сделать замену переменных $x \mapsto -x$ в уравнении (2.1)). Итак, при монотонно возрастающей функции v_i в тождестве (2.1) сделаем замену переменных:

$$t \mapsto t, \quad x \mapsto x + at, \quad a = \text{const},$$

тогда для функций

$$\tilde{f}_i(x, t) \stackrel{\text{def}}{=} f_i(x + at, t), \quad i \in \mathbb{N},$$

действительно тождество

$$\frac{\partial}{\partial t} \tilde{f}_i + (v_i - a) \frac{\partial}{\partial x} \tilde{f}_i = S_i(\tilde{f}_i), \quad i \in \mathbb{N}.$$

Обозначим i_0 наибольшее значение индекса i , для которого $v_i < a$. Тогда суммированием по номеру i получаем неравенство

$$\frac{\partial}{\partial t} \sum_{i=1}^{i_0} \tilde{f}_i(x, t) + \frac{\partial}{\partial x} \sum_{i=1}^{i_0} (v_i - a) \tilde{f}_i(x, t) \leq 0.$$

После интегрирования обеих частей этого неравенства по времени на промежутке $(0, t)$ и по пространственной переменной на интервале $(x, +\infty)$, учитывая лемму 2, имеем

$$\int_0^t \sum_{i=1}^{i_0} (a - v_i) \tilde{f}_i(x, \tau) d\tau \leq \int_x^{+\infty} \sum_{i \in \mathbb{N}} \varphi_i(\xi) d\xi = N_0^+. \quad (2.11)$$

Повторим те же рассуждения для сумм по номеру $1 \leq i \leq M$ в соотношении (2.10), интегрируя теперь по пространственной переменной на промежутке $(-\infty, x)$. Таким образом, получаем

$$\int_0^t \sum_{i=1}^M (v_i - a) \tilde{f}_i(x, \tau) d\tau \leq \int_{-\infty}^x \sum_{i \in \mathbb{N}} \varphi_i(\xi) d\xi = N_0^-.$$

Полагая $M > i_0$ и учитывая (2.11), приходим к неравенству

$$\int_0^t \sum_{i=i_0+1}^M (v_i - a) \tilde{f}_i(x, \tau) d\tau \leq N_0^+ + N_0^- = N_0. \quad (2.12)$$

Сочетая неравенства (2.11), (2.12) и переходя к пределу $M \rightarrow \infty$, устанавливаем справедливость неравенства

$$\int_0^t \sum_{i \in \mathbb{N}} |v_i - a| \tilde{f}_i(x, \tau) d\tau \leq 2N_0.$$

Возвратимся в этом соотношении к исходным функциям f_i , и тем самым получаем (2.9). Лемма доказана.

ДОКАЗАТЕЛЬСТВО ТЕОРЕМЫ 1. Предположим, что при условиях теоремы существует гладкое решение задачи (2.1), (2.2) при всех $t \geq 0$, $x \in \mathbb{R}$. Отбрасывая в правой части тождества (2.1) неотрицательные слагаемые, приходим к неравенству

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial f_i}{\partial x} \geq -f_i \sum_{j=1}^{\infty} \Phi_{i,j} f_j, \quad i \in \mathbb{N},$$

и, таким образом,

$$f_i(x, t) \geq \bar{f}_i(x, t) \exp \left[- \int_0^t I_i(\xi, \tau) \Big|_{\xi=x-v_i(t-\tau)} d\tau \right],$$

$$i \in \mathbb{N}, \quad t \geq 0.$$

Воспользовавшись неравенством (2.9) из леммы 3, получаем оценку интеграла

$$\int_0^t I_i(\xi, \tau) \Big|_{\xi=x-v_i(t-\tau)} d\tau \leq 2N_0, \quad i \in \mathbb{N},$$

$$t \geq 0, \quad x \in \mathbb{R},$$

которая в сочетании с предыдущим неравенством приводит к соотношению

$$f_i(x, t) \geq \bar{f}_i(x, t) \exp(-2 \sup_{i,j \in \mathbb{N}} \sigma_{i,j} N_0), \quad i \in \mathbb{N}, \quad t \geq 0, \quad x \in \mathbb{R}. \quad (2.13)$$

В силу положительности начальных данных φ имеем положительность функций $\bar{f}_i, i \in \mathbb{N}$, значит, $f_i > 0$ при $t \geq 0$. Кроме того, подставляя правую часть оценки (2.13) в выражение для $I_i(x, t)$, имеем неравенство

$$I_i(x, t) \geq c_1 \bar{I}_i(x, t),$$

где постоянная $c_1 > 0$ не зависит от $i \in \mathbb{N}$. Итак, в точках, где значения $\bar{I} = +\infty$, значения оператора столкновений

$$S_i(f(x, t)) = -\infty$$

из-за строгой положительности и ограниченности величин f_i . Тем самым доказано, что в указанных точках значение характеристической производной

$$\frac{\partial f_i}{\partial t} + v_i \frac{\partial f_i}{\partial x} = -\infty, \quad i \in \mathbb{N},$$

т. е. возникает градиентная катастрофа, причем в этих точках

$$\sum_{i \in \mathbb{N}} S_i(f) = -\infty.$$

Теорема доказана.

Возникновение структуры течения по линиям особенностей решения уравнения (2.1), установленное в теореме 1, обусловлено тем, что значения скорости свободного переноса частиц $\{v_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ различные при бесконечном наборе индексов $i \in \mathbb{N}$. В противном случае, утверждение теоремы не имеет места, поскольку задача становится практически пространственно-однородной (за исключением конечного набора индексов i), и указанный эффект, связанный с перемешиванием частиц из различных точек пространства, взятых в бесконечном количестве, не возникает. Таким образом, рассмотренное явление связано с существенной пространственной неоднородностью кинетической системы и основано на дисперсии скоростей свободного переноса частиц.

Остановимся на построении начальных данных для теоремы 1. Отметим, что значения $\bar{I}$ отыскиваются по формуле

$$\bar{I}_i(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \sigma_{i,j} |v_i - v_j| \varphi_j(x - v_j t).$$

Пусть функции $\{\varphi_i\}_{i \in \mathbb{N}}$ являются гладкими, неотрицательными, финитными, причем $\bar{I}_i(x, 0) < \infty \quad \forall i$. Фиксируем $x_0 \in \mathbb{R}$, $t_0 > 0$ и положим, что значения начального распределения подчиняются условию

$$\varphi_i(x_0 + v_i t_0) = 1, \quad i \in \mathbb{N},$$

считая при этом последовательность v_i строго монотонно возрастающей; ширину носителя функции φ_i подберем так, чтобы сходились все интегралы, указанные в формулировке теоремы 1. Очевидно, что при таком выборе начальных данных в точке (x_0, t_0) значение $\bar{I}_i(x_0, t_0) = +\infty$. Естественно, от финитности φ_i можно легко отказаться, заменяя это требование на строгую положительность и достаточно быстрое стремление к нулю $\varphi_i(x)$ при $x \rightarrow \infty$. Для ограниченных монотонных скоростей свободного переноса частиц можно указать начальные данные, удовлетворяющие условиям теоремы 1, когда функция $\bar{I} = +\infty$ на линии, выходящей из (x_0, t_0) и трансверсальной к характеристическим направлениям уравнения (2.1).

Подчеркнем еще раз, что приведенная конструкция основана на дисперсии скоростей свободного переноса для бесконечного набора индексов $i \in \mathbb{N}$. Возникающие при этом особенности спектров обусловлены взаимодействием свободного переноса и столкновений частиц, что связано с нарушением соотношения сохранения, что и порождает структурообразование на течении.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, гранты: № 18-42-860004, № 18-01-00343.

Литература

1. Филиппов А. Ф. Обыкновенные дифференциальные уравнения с разрывными правыми частями // Матем. сб. 1960. Т. 51. № 4. С. 101–128.
2. Багдасарова И. Р., Галкин В. А. Моделирование периодических структур в распределении дефектов, возникающих в конструкционных материалах ЯЭУ, под действием стационарного источника // Изв. вузов. Ядерная энергетика. 1999. № 1. С. 85–934.
3. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. М. : Наука ; ФМЛ, 1966. 687 с.
4. Курант Р., Фридрихс К. Сверхзвуковое течение и ударные волны / пер. с англ. А. С. Компанейца. М. : ИЛ, 1950. 426 с.
5. Зельдович Я. Б., Мышкис А. Д. Элементы математической физики. Среда из невзаимодействующих частиц. М. : Наука ; ФМЛ, 1973. 351 с.
6. Рождественский Б. Л., Яненко Н. Н. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике. М. : Наука, 1978. 687 с.
7. Галкин В. А. Функциональные решения законов сохранения // ДАН СССР. 1990. Т. 310. № 4. С. 834–839.
8. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М. : Наука, 1972. 572 с.

УДК 622.276:536.3:519.6

О ЧИСЛЕННОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕПЛООВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА ПРИЗАБОЙНУЮ ЗОНУ ПЛАСТА

Х. М. Гамзаев, С. О. Гусейнзаде, Г. Г. Гасымов

*Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,
xan.h@rambler.ru, sevilhuseynzade@gmail.com, q.qasim56@gmail.com*

Рассматривается процесс распространения тепла от нагреваемой галереи эксплуатационных скважин в нефтяной пласт. Для описания данного процесса предлагается одномерное уравнение диффузии-конвекции в области с неизвестной подвижной границей. Для корректной постановки задачи задается дополнительное условие относительно температуры на галерее скважин. Путем замены переменных задача преобразуется к коэффициентной обратной задаче. Далее проводится дискретизация производной по времени и используются явно-неявные схемы для аппроксимации операторов задачи. Для решения полученной дифференциально-разностной задачи предлагается специальное представление. В результате при каждом дискретном значении временной переменной дифференциально-разностная задача распадается на две прямые краевые задачи и линейное алгебраическое уравнение относительно приближенного значения искомого коэффициента. Для численного решения полученных прямых краевых задач используется устойчивый метод Томаса. На основе предложенного вычислительного алгоритма были проведены численные эксперименты.

Ключевые слова: тепловое воздействие на пласт, краевая задача с подвижной границей, метод выпрямления фронтов, коэффициентная обратная задача, явно-неявные схемы, дифференциально-разностная задача.

ABOUT NUMERICAL MODELLING OF THERMAL IMPACT ON THE BOTTOMHOLE ZONE OF LAYER

Kh. M. Gamzaev, S. O. Guseinzade, G. G. Gasymov

*Azerbaijan State Oil and Industry University,
xan.h@rambler.ru, sevilhuseynzade@gmail.com, q.qasim56@gmail.com*

The article considers a process of heat propagation from a heated gallery of production wells to an oil reservoir. A one-dimensional diffusion-convection equation for a region with an unknown moving boundary is proposed to describe this process. For the correct formulation of the problem, an auxiliary condition is set for the temperature at the gallery of wells. By changing variables, the problem is transformed into a coefficient inverse problem. Further, the time derivative is discretized and explicit-implicit schemes are used to approximate the operators of the problem. To solve the resulting differential-difference problem, a special representation is proposed. As a result, at each discrete value of the time variable, the differential-difference problem splits into two direct boundary-value problems and a linear algebraic equation with respect to the approximate value of the sought-for coefficient. The Thomas algorithm is used for the numerical solution of the obtained direct boundary value problems. Numerical experiments were performed on the basis of the proposed numerical algorithm.

Keywords: thermal treatment of formation, boundary value problem with a moving boundary, rectification method of fronts, coefficient inverse problem, explicit-implicit schemes, differential-difference problem.

Введение. Известно, что при эксплуатации нефтяных скважин в призабойной зоне образуются органические и неорганические структуры, приводящие к повышению фильтрационного сопротивления и снижению производительности скважин. Для снижения фильтрационного сопротивления и восстановления потенциальной производительности скважин применяются различные методы воздействия на призабойную зону. В зависимости от механизма, обуславливающего улучшение фильтрационных свойств призабойной зоны, различают химические, физические и тепловые методы воздействия. В настоящее время важная роль отводится тепловым методам воздействия на призабойную зону. Тепловое воздействие на призабойную зону пласта позволяет значительно снизить вязкость нефти, вернуть в растворенное состояние выпавшую из нефти твердую фазу, снижает вероятность образования парафинистых и смолистых отложений, существенно влияет как на текущие фильтрационные характеристики, так и на конечную нефтеотдачу [1–3].

Очевидно, что для установления оптимального технологического режима теплового воздействия на призабойную зону пласта, необходимо знать температурное поле пласта. Однако определить распределение температуры в пласте экспериментальным путем невозможно, поскольку процесс теплового воздействия проводится на значительной глубине и недоступен для непосредственного наблюдения. Поэтому одним из основных инструментов исследования температурных полей, возникающих на нефтяном пласте при тепловом воздействии, является компьютерное моделирование процессов теплопереноса в пласте. Традиционно при моделировании процессов теплопереноса в пласте используется дифференциальное уравнение в частных производных, выражающее закон сохранения энергии. Однако необходимо отметить, что процесс теплового воздействия на призабойную зону пласта происходит в области с подвижной границей, закон перемещения которой заранее неизвестен. Поэтому исследование таких процессов на основе математической модели сводится к решению краевой задачи с неизвестной подвижной границей.

Постановка задачи и метод решения. Пусть рассматривается прямолинейно-параллельный приток пластовой нефти к галерее эксплуатационных скважин, расположенной в сечении $x = 0$ прямоугольного пласта постоянной толщины и ширины. Тепловое воздействие на пласт осуществляется путем электропрогрева галереи эксплуатационных скважин. Из-за теплового влияния нагреваемой галереи скважин в пласте образуется область с подвижной границей $s(t)$, причем $s'(t) > 0$, $t > 0$, т. е. область теплового влияния галереи в пласте монотонно расширяется. Предполагается, что кровля и подошва пласта теплоизолированы, а теплообмен между скелетом пласта и фильтрующей сквозь него нефтью совершается мгновенно, вследствие чего их температуры равны. Учитывая, что перенос тепла в пласте осуществляется, во-первых, конвективным путем, т. е. вместе с движущимися частицами нефти и, во-вторых, за счет теплопроводности вдоль пласта, математическую модель процесса прямолинейно-параллельного распространения тепла от нагреваемой галереи скважин в пласт можно представить в виде

$$c \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + v(t)c_f \frac{\partial T(x,t)}{\partial x}, \quad (x,t) \in \Omega_s = \{0 < x < s(t), 0 < t \leq t^*\}, \quad (1)$$

где $T(x,t)$ – температура в пласте; λ – коэффициент теплопроводности пласта; $c = mc_f + (1-m)c_p$, c_f, c_p – объемные теплоемкости нефти и скелета пласта; m – коэффициент пористости; $v(t)$ – скорость притока нефти к галерее скважин.

Очевидно, что для определения площади охвата пласта тепловым воздействием на основе модели (1), необходимо ее дополнять начальными и граничными условиями, описывающими начальное тепловое состояние пласта и теплообмена пласта с окружающими породами. Пусть в

начальный момент времени $t = 0$ распределение температуры в пласте и положение подвижной границы известны, т. е. для уравнения (1) имеем следующие начальные условия

$$T(x, 0) = T_s, \quad (2)$$

$$s(0) = 0. \quad (3)$$

Единственный источник информации о процессах, происходящих в пласте при тепловом воздействии, является галерея скважин, где температура и количество теплоты, вносимой в пласт, доступны к непосредственному регулированию. Пусть закон изменения во времени количества теплоты $e(t)$, вносимой в пласт через единичную площадь галереи, известен. Тогда на галерею будем иметь следующее граничное условие

$$-\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial x} + v(t)c_f T(0, t) = e(t). \quad (4)$$

Предполагая, что температура на подвижной границе равна начальной температуре в пласте T_s , условие на подвижной границе можно представить в виде

$$T(s(t), t) = T_s. \quad (5)$$

Необходимо отметить, что уравнение (1) выполняется в области с подвижной границей, а закон перемещения подвижной границы неизвестен. Следовательно, для корректной постановки задачи необходимо задавать дополнительное условие. Учитывая, что закон изменения во времени температуры на галерею скважин также известен, то в качестве дополнительного условия можно принимать

$$T(0, t) = T_w(t). \quad (6)$$

Таким образом, задача определения температурного поля пласта при тепловом воздействии на призабойную зону состоит в определении функций $T(x, t)$, $s(t)$, удовлетворяющих уравнению (1) с заданными коэффициентами c_f , c_p , c , λ , $v(t)$ и заданным условиям (2)–(6). Существенной особенностью данной задачи является наличие подвижной границы, закон перемещения которой определяется в ходе решения задачи. Задача (1)–(6) относится к классу краевых задач с подвижной границей [4–5].

Используя идею метода выпрямления фронтов, преобразуем задачу (1)–(6). Введем замены переменных

$$y = \frac{x}{s(t)}, \quad t = t, \quad T(x, t) = T(y, t).$$

Тогда область задания уравнения (1) Ω_s отображается на область $\Omega = \{0 < y < 1, 0 < t \leq t^*\}$ и задача (1)–(6) в переменных (y, t) принимает вид

$$cs^2(t) \frac{\partial T(y, t)}{\partial t} = \lambda \frac{\partial^2 T(y, t)}{\partial y^2} + \left(c_f v(t)s(t) + cys(t) \frac{ds(t)}{dt} \right) \frac{\partial T(y, t)}{\partial y}, \quad (y, t) \in \Omega = \{0 < y < 1, 0 < t \leq t^*\}, \quad (7)$$

$$T(y, 0) = T_s, \quad (8)$$

$$s(0) = 0, \quad (9)$$

$$-\lambda \frac{\partial T(0, t)}{\partial y} + c_f v(t)s(t)T(0, t) = e(t)s(t), \quad (10)$$

$$T(1, t) = T_s, \quad (11)$$

$$T(0, t) = T_w(t). \quad (12)$$

Как видно из (7)–(12), в результате преобразования задача (1)–(6) с подвижной границей преобразуется к обратной задаче по определению коэффициента $s(t)$. Преимущество такого преобразования заключается в том, что полученная коэффициентная обратная задача (7)–(12) рассматривается в прямоугольной области Ω с фиксированными границами.

Отметим, что вопросы существования, единственности и разрешимости, а также некоторые подходы к численному решению коэффициентных обратных задач для параболических уравнений исследованы в [6–11].

Для численного решения полученной коэффициентной обратной задачи (7)–(12) используем подход, предложенный в [12]. Сначала введем равномерную разностную сетку в области $0 \leq t \leq t^*$ по переменной t

$$\bar{\omega}_t = \{t_j = j\Delta t, \quad j = \overline{0, m}\}$$

с шагом $\Delta t = \frac{t^*}{m}$. Производные $\frac{\partial u}{\partial t}$ и $\frac{ds}{dt}$ в уравнении (7) при $t_j, j = \overline{1, m}$ дискретизируем разностью «назад»

$$\left. \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} \right|_{(x, t_j)} \approx \frac{u(x, t_j) - u(x, t_{j-1})}{\Delta t}, \quad \left. \frac{ds}{dt} \right|_{t_j} \approx \frac{s(t_j) - s(t_{j-1})}{\Delta t}.$$

Используя явно- неявные схемы для аппроксимации дифференциальных операторов в (7) и (10), задачу (7)–(12) запишем в следующем виде

$$c(s^{j-1})^2 \frac{T^j(y) - T^{j-1}(y)}{\Delta t} = \lambda \frac{d^2 T^j(y)}{dy^2} + \left(c_f v^j s^j + c y s^{j-1} \frac{s^j - s^{j-1}}{\Delta t} \right) \frac{dT^{j-1}(y)}{dy}, \quad 0 < y < 1, \quad (13)$$

$$-\lambda \frac{dT^j(0)}{dy} + c_f v^j s^j T^{j-1}(0) = e^j s^j, \quad (14)$$

$$T^j(1) = T_s, \quad (15)$$

$$T^j(0) = T_w^j, \quad (16)$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

$$T^0(y) = T_s, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad s^0 = 0, \quad (17)$$

$$\text{где } T^j(y) \approx T(y, t_j), \quad s^j \approx s(t_j), \quad v^j = v(t_j), \quad T_w^j = T_w(t_j), \quad e^j = e(t_j).$$

Предположим, что решение задачи (13)–(17) на каждом временном слое $j = 1, 2, \dots, m$ можно представить в виде

$$T^j(y) = u^j(y) + s^j p^j(y), \quad (18)$$

где $u^j(y), p^j(y), j = \overline{1, m}$ – неизвестные функции. Подставив соотношение (18) в (13)–(15), будем иметь

$$\left[c(s^{j-1})^2 \frac{u^j(y) - T^{j-1}(y)}{\Delta t} - \lambda \frac{d^2 u^j(y)}{dy^2} + \frac{c y (s^{j-1})^2}{\Delta t} \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} \right] + \\ + s^j \left[c(s^{j-1})^2 \frac{p^j(y)}{\Delta t} - \lambda \frac{d^2 p^j(y)}{dy^2} - \frac{c y s^{j-1}}{\Delta t} \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} - c_f v^j \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} \right] = 0,$$

$$-\lambda \frac{d^j u(0)}{dy} + s^j \left[-\lambda \frac{dp^j(0)}{dy} + c_f v^j T^{j-1}(0) - e^j \right] = 0,$$

$$u^j(1) + s^j p^j(1) = T_s.$$

Из последних соотношений можно получить следующие прямые краевые задачи относительно функций $u^j(y)$, $p^j(y)$

$$c(s^{j-1})^2 \frac{u^j(y) - T^{j-1}(y)}{\Delta t} - \lambda \frac{d^2 u^j(y)}{dy^2} + \frac{c y (s^{j-1})^2}{\Delta t} \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} = 0, \quad 0 < y < 1, \quad (19)$$

$$-\lambda \frac{d^j u(0)}{dy} = 0, \quad (20)$$

$$u^j(1) = T_s. \quad (21)$$

$$c(s^{j-1})^2 \frac{p^j(y)}{\Delta t} - \lambda \frac{d^2 p^j(y)}{dy^2} - \frac{c y s^{j-1}}{\Delta t} \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} - c_f v^j \frac{dT^{j-1}(y)}{dy} = 0, \quad 0 < y < 1, \quad (22)$$

$$-\lambda \frac{dp^j(0)}{dy} + c_f v^j T^{j-1}(0) - e^j = 0, \quad (23)$$

$$p^j(1) = 0. \quad (24)$$

$$j = 1, 2, \dots, m,$$

$$T^0(y) = T_s, \quad 0 \leq y \leq 1, \quad s^0 = 0.$$

Подстановка (18) в дополнительное условие (16) дает

$$u^j(0) + s^j p^j(0) = T_w^j. \quad (25)$$

Таким образом, на основе полученных соотношений можно конструировать следующий вычислительный алгоритм для численного решения задачи (13)–(17) по определению

$$T^j(y), \quad s^j, \quad j = 1, 2, \dots, m:$$

- для фиксированного значения временного слоя j определяются решения задач (19)–(21) и (22)–(24), т. е. функции $u^j(y)$ и $p^j(y)$ на отрезке $[0, 1]$;
- из соотношения (25) определяется приближенное значение искомой функции $s(t)$ при $t = t_j$

$$s^j = \frac{T_w^j - u^j(0)}{p^j(0)};$$

- по формуле $T^j(y) = u^j(y) + s^j p^j(y)$ определяется приближение искомой функции $T(y, t)$ при $t = t_j$;

- при переходе на следующий временной слой описанная процедура вычислений снова повторяется.

Для численного решения задач (19)–(21) и (22)–(24) можно использовать метод конечных разностей. Введем равномерную разностную сетку в области $[0 < y < 1]$ по переменной y

$$\bar{\omega}_y = \{y_i = i \Delta y, \quad i = 0, n, \quad \Delta y = 1/n\}.$$

Дискретные аналоги задач (19)–(21) и (22)–(24) на сетке $\bar{\omega}_y$ представим в виде

$$\begin{aligned}
c(s^{j-1})^2 \frac{u_i^j - T_i^{j-1}}{\Delta t} - \lambda \frac{u_{i+1}^j - 2u_i^j + u_{i-1}^j}{\Delta y^2} + \frac{cy(s^{j-1})^2}{\Delta t} \frac{T_{i+1}^{j-1} - T_i^{j-1}}{\Delta y} &= 0, & i = \overline{1, n-1}, \\
-\lambda \frac{u_1^j - u_0^j}{\Delta y} &= 0, \\
u_n^j &= T_s.
\end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned}
c(s^{j-1})^2 \frac{p_i^j}{\Delta t} - \lambda \frac{p_{i+1}^j - 2p_i^j + p_{i-1}^j}{\Delta y^2} - \left(\frac{cys^{j-1}}{\Delta t} + c_f v^j \right) \frac{T_{i+1}^{j-1} - T_i^{j-1}}{\Delta y} &= 0,, & i = \overline{1, n-1}, \\
-\lambda \frac{p_1^j - p_0^j}{\Delta y} + c_f v^j T_0^{j-1} - e^j &= 0, \\
p_n^j &= 0. \\
j &= 1, 2, \dots, m, \\
T_i^0 &= T_s, \quad 0 \leq i \leq n, \quad s^0 = 0.
\end{aligned} \tag{27}$$

где $u_i^j \approx u^j(y_i)$, $T_i^{j-1} \approx T^{j-1}(y_i)$, $p_i^j \approx p^j(y_i)$.

Разностные задачи (26) и (27) при каждом фиксированном значении $j = 1, 2, \dots, m$ представляют собой систему линейных алгебраических уравнений с трехдиагональной матрицей. Для решения этих систем можно использовать алгоритм Томаса (метод прогонки).

Результаты численных расчетов. Для выяснения эффективности практического применения предложенного вычислительного алгоритма были проведены численные эксперименты для модельных задач. Схема численного эксперимента заключалась в следующем. Для заданных функций $e(t)$, $s(t)$ и T_s решалась прямая задача (7)–(12). Найденная зависимость $T(0, t)$ принималась за точные данные для численного решения обратной задачи по восстановлению $s(t)$. Результаты численного эксперимента, проведенного для случая $\lambda = 1.28$ Вт/м.С, $c = 1378000$ Дж/м³.С, $c_f = 1875$ Дж/м³.С, $e = 1200$ Дж/м².С, $T_s = 20$ С, $v(t) = 2 \cdot 10^{-4}$ м/сек, $s(t) = 2 \cdot 10^{-3} t^2$ м представлены в таблице. Результаты численных экспериментов показывают, что искомая подвижная граница $s(t)$ восстанавливается с достаточно высокой точностью при всех расчетных сетках по времени. При этом максимальная относительная погрешность восстановления искомой функции не превышает 0,052 %.

Результаты численных расчетов показывают, что предложенный вычислительный алгоритм можно применять для определения температурного поля пласта при тепловом воздействии на призабойную зону.

Заключение. Задача о тепловом воздействии на призабойную зону пласта рассматривается как задача с неизвестной подвижной границей. Данная задача преобразуется к коэффициентной обратной задаче, для численного решения которой предлагается безытерационный вычислительный алгоритм. В отличие от метода регуляризации, приводящего к построению итерационных последовательностей, в предложенном методе решение определяется последовательно. Предложенный метод может быть применен для численного решения широкого класса задач с неизвестной подвижной границей.

Таблица

Численные результаты по задаче

t_j , сек	Значение функции $S(t)$, м	
	точное	вычисленное при $\Delta t = 0.1$ сек, $\Delta x = 0,05$ м
10	0,2	0,2
20	0,8	0,8
30	1,8	1,8
40	3,2	3,199
50	5,0	4,999
60	7,2	7,198
70	9,8	9,797
80	12,8	12,798
90	16,2	16,197
100	20,0	19,994
110	24,2	24,189
120	28,8	28,889
130	33,8	33,798
140	39,2	38,196
150	45,0	44,984
160	51,2	51,196
170	57,8	57,769
180	64,8	64,798
190	72,2	72,196
200	80,0	79,967

Литература

1. Сучков Б. М. Температурные режимы работающих скважин и тепловые методы добычи нефти. М. : ИКИ, 2007. 406 с.
2. Басниев К. С., Власов А. М., Кочина И. Н., Максимов В. М. Подземная гидравлика. М. : Недра, 1986. 303 с.
3. Бурже Ж., Сурко П., Комбаржу М. Термические методы повышения нефтеотдачи пластов. М. : Недра, 1988. 424 с.
4. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача. М. : Едиториал УРСС, 2003. 758 с.
5. Гамзаев Х. М. Численное решение задачи ненасыщенной фильтрации с подвижной границей // Электрон. моделирование. 2015. Т. 37. № 1. С. 15–24.
6. Иванчов Н. И., Побывириска Н. В. Об определении двух зависящих от времени коэффициентов в параболическом уравнении // Сиб. матем. журн. 2002. № 43:2. С. 406–413.

-
7. Камынин В. Л. Обратная задача определения младшего коэффициента в параболическом уравнении при условии интегрального наблюдения // Матем. заметки. 2013. Т. 94. Вып. 2. С. 207–2175.
 8. Костин А. Б. Восстановление коэффициента перед u_t в уравнении теплопроводности по условию нелокального наблюдения по времени // Журн. вычислит. математики и матем. физики. 2015. Т. 55. № 1. С. 89–104.
 9. Кожанов А. И. Параболические уравнения с неизвестными коэффициентами, зависящими от времени // Журн. вычислит. математики и матем. физики. 2017. № 6. С. 961–972.
 10. Yang L., Yu J.-N., Deng Z.-Ch. An inverse problem of identifying the coefficient of parabolic equation // Applied Mathematical Modelling. 2008. V. 32. Is. 10. P. 1984–1995.
 11. Kerimov N. B., Ismailov M. I. An inverse coefficient problem for the heat equation in the case of nonlocal boundary conditions // Journal of Mathematical Analysis and Applications. 2012. V. 396. Is. 2. P. 546–554.
 12. Гамзаев Х. М. Численный метод решения коэффициентной обратной задачи для уравнения диффузии – конвекции – реакции // Вестн. Томск. гос. ун-та. Математика и механика. 2017. № 50. С. 67–78.

УДК550.34:531.2:519.6

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ДВУХ СЕЙСМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ СЕТОЧНО-ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ В ПОЛНОЙ ТРЕХМЕРНОЙ ПОСТАНОВКЕ

В. И. Голубев^{1,2}, И. Б. Петров^{1,2}¹ *Московский физико-технический институт (государственный университет),*² *Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт
системных исследований РАН,
w.golubev@mail.ru, petrov@mipt.ru*

Сейсмическая разведка является наиболее распространенным методом поиска месторождений нефти и газа. Ввиду открытия нетрадиционных коллекторов важной задачей является разработка новых процедур обработки данных полевых работ. Развитие высокопроизводительных вычислительных систем позволяет с высокой точностью проводить моделирование процессов распространения сейсмических волн в гетерогенных геологических средах для формирования синтетических сейсмограмм. В настоящей работе использован сеточно-характеристический метод на гексаэдральных расчетных сетках, позволяющий корректно описать криволинейные границы между геологическими слоями и в явной форме выделить трещиноватые включения. Решена задача о распространении волн из очага землетрясения, происходящего на шельфе, получена полная трехмерная картина процесса. Проведено исследование прохождения сейсмических волн через трещиноватую среду с вариацией параметров трещиноватости. Оценена кинематическая и динамическая анизотропия регистрируемого на дневной поверхности сигнала.

Ключевые слова: сейсмические волны, математическое моделирование, сеточно-характеристический численный метод.

NUMERICAL SOLUTION OF TWO SEISMIC PROBLEMS WITH GRID- CHARACTERISTIC METHOD IN A FULL THREE-DIMENSIONAL SETTING

V. I. Golubev^{1,2}, I. B. Petrov^{1,2}¹ *Moscow Institute of Physics and Technology,*² *System Research Institute, Russian Academy of Sciences,
w.golubev@mail.ru, petrov@mipt.ru*

Seismic prospecting is the routine method of locating oil and gas fields. In view of the discovery of non-traditional reservoirs, an important task is the development of new procedures for processing field data. The development of high-performance computing systems allows simulating seismic wave propagation processes in heterogeneous geological environments to prepare synthetic seismograms with high precision. The article presents the use of the grid-characteristic method on hexahedral grids, which describes correctly the curved boundaries between geological layers and explicitly identifies fractured inclusions. The problem of waves' propagation from an earthquake source occurring in the shelf area is solved; a complete three-dimensional picture of the process is obtained. A study of the passage of seismic waves through a fractured medium with a variation in the fracture parameters is undertaken. The kinematic and dynamic anisotropy of the signal recorded on the day surface is estimated.

Keywords: seismic waves, mathematical modeling, grid-characteristic numerical method.

Введение. Решение сейсмических задач является актуальной проблемой ввиду их широкой распространенности. Они возникают в процессе проведения сейсмической разведки месторождений нефти и газа, при инициации сейсмической активности (землетрясений) в

сейсмоопасных регионах, проведении неразрушающего контроля элементов железнодорожной инфраструктуры, исследовании качества изготовления деталей из композитных материалов. Общим свойством всех перечисленных процессов является то, что они описываются в рамках динамического поведения гетерогенных сред. При этом могут быть использованы акустическое, упругое, упруго-пластическое, вязко-упругое приближения. К сожалению, актуальные постановки задач, включающие сложную геометрию расчетной области, существенную пространственную неоднородность физической среды, необходимость получения полноволнового решения не могут быть решены аналитически. При этом, вне зависимости от выбранной реологии определяющая система уравнений является гиперболической и должна быть решена численно с использованием адекватных численных методов.

За последние десятилетия было разработано множество разнообразных подходов к моделированию сейсмических процессов [1–2]. Наиболее популярными в вычислительной геофизике стали разновидности конечно-разностного (FDM) и спектрального методов (SEM), а также разрывный метод Галёркина (DGM) [6–8]. Параллельно с ними активно развивается сеточно-характеристический подход на структурированных [9–10] и неструктурированных сетках [11], который позволяет проводить явное выделение контактных поверхностей раздела сред и различных неоднородностей (в том числе трещиноватых кластеров).

В настоящей работе с использованием сеточно-характеристического метода на гексаэдральных сетках решаются две исследовательские задачи. Первая посвящена распространению сейсмических волн из очага землетрясения на шельфе, модель которого включает в себя многослойный геологический массив и верхний пласт воды. Вторая заключается в исследовании процесса распространения сейсмических волн при проведении сейсмической разведки в трещиноватых средах, оценки влияния параметров трещиноватости на анизотропию регистрируемого на дневной поверхности сигнала.

Определяющие уравнения и численный метод. Рассмотрим подробнее подход, позволяющий проводить компьютерное моделирование процесса распространения сейсмических волн в неоднородных геологических средах. Динамическое состояние линейно-упругой среды описывается определяющей системой уравнений в частных производных вида

$$\begin{aligned}\rho \dot{v}_i &= \nabla_j \sigma_{ij}, \\ \dot{\sigma}_{ij} &= q_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}.\end{aligned}$$

где ρ – плотность среды; v_i – компоненты вектора скорости смещения; σ_{ij} и ε_{kl} – компоненты тензоров напряжений Коши и деформации; ∇_j – ковариантная производная по j -й координате. Вид компонент тензора 4-го порядка q_{ijkl} определяется реологией среды. Для линейно-упругого изотропного случая они имеют вид

$$q_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}).$$

В этом соотношении, которое обобщает закон Гука, λ и μ – параметры Ламе, а δ_{ij} – символ Кронекера. В настоящей работе численно решается данная определяющая система уравнений на гексаэдральных расчетных сетках сеточно-характеристическим методом. При этом на этапе построения сетки производится явное выделение границ неоднородностей – наборов узлов с каждого из бортов трещин. Поскольку решение уравнений акустики внутри трещины чрезвычайно ресурсоемко, используется подход с постановкой корректных граничных условий, обеспечивающий совпадение сейсмических откликов от трещиноватых объектов [12]. В узлах на противоположных бортах «флюидонасыщенной трещины» совпадают нормальные к плоскости трещины компоненты скорости, нормальные к плоскости трещины компоненты силы компенсируют друг друга, а тангенциальные компоненты силы равны нулю.

Распространение сейсмических волн из очага землетрясения. В работе исследовался процесс распространения упругих волн в геологическом массиве при инициации сей-

смической активности на шельфе. Модель среды была плоско-слоистой, включающей верхний слой жидкости, в полной трехмерной постановке [13]. Она состояла из пяти слоев с различными параметрами, соответствующими слагающим их породам. Первый слой описывался в рамках теории акустики и имел плотность $1\,000\text{ кг/м}^3$, скорость распространения продольных волн $1\,500\text{ м/с}$, толщину 250 м . Все остальные слои считались упругими и описывались уравнениями линейной теории упругости. Второй слой (слой осадков) имел плотность $1\,500\text{ кг/м}^3$, скорость распространения продольных волн $1\,600\text{ м/с}$, скорость распространения поперечных волн 60 м/с , толщину 50 м . Третий слой имел плотность $2\,100\text{ кг/м}^3$, скорость распространения продольных волн $2\,500\text{ м/с}$, скорость распространения поперечных волн $1\,000\text{ м/с}$, толщину 300 м . Четвертый слой имел плотность $2\,500\text{ кг/м}^3$, скорость распространения продольных волн $3\,500\text{ м/с}$, скорость распространения поперечных волн $1\,300\text{ м/с}$, толщину 400 м . Пятый слой (кристаллический фундамент) имел плотность $2\,500\text{ кг/м}^3$, скорость распространения продольных волн $4\,000\text{ м/с}$, скорость распространения поперечных волн $2\,500\text{ м/с}$, толщину 500 м . В качестве источника сейсмического сигнала использовалась модель «подвижки по разлому» [14] с геометрическими размерами источника – $50 \times 150 \times 150\text{ м}$, углами наклона плоскости разрыва ($\text{rake}=\text{dip}=\text{slip}=45$ градусов) и глубиной залегания – $1\,150\text{ м}$.

Определяющая система уравнений в частных производных решалась численно сеточно-характеристическим методом с третьим порядком точности по пространству. Шаг расчетной сетки составлял 5 м , физическое время моделирования – $1,25\text{ с}$. Использовался метод явного выделения контактных границ геологических слоев, что обеспечивает корректный расчет не только кинематических характеристик сейсмического сигнала, но и динамических характеристик (амплитуд) [15]. Необходимо отметить, что использованное контактное условие между первым слоем (жидкостью) и вторым слоем (слоем осадков) позволяет с высокой точностью воспроизвести наблюдения, осуществляемые при шельфовой сейсморазведке.

На рис. 1 приведены волновые картины, полученные в последовательные моменты времени. Продольные и поперечные волны от источника начинают распространяться к дневной поверхности и, проходя дно, порождают набор акустических волн разных частот и амплитуд.

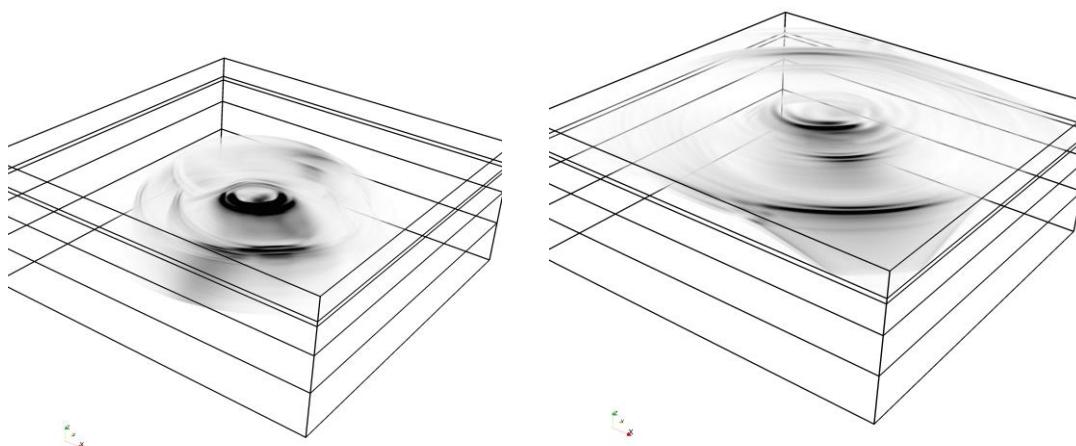


Рис. 1. Распределение модуля скорости в шельфовой модели.
Слева – $0,375\text{ с}$ (волны в третьем слое); справа – $0,875\text{ с}$ (волны в воде)

Распространение сейсмических волн в процессе сейсмической разведки. Авторами была построена модель трещиноватой геологической среды. Она представляла собой трехмерный слоистый параллелепипед, содержащий флюидонасыщенные трещины. Размер модели составлял $10\,500 \times 10\,500 \times 3\,900\text{ м}$. Мощности слоев сверху вниз были 550 м , 200 м , $3\,150\text{ м}$. Первый и третий слой характеризовались параметрами, близкими к

параметрам геологических пород: скорость продольных волн – 4 500 м/с; скорость поперечных волн – 2 250 м/с; плотность – 2 500 кг/м³. Второй слой был контрастным и обладал другими характеристиками: скорость продольных волн – 6 000 м/с; скорость поперечных волн – 3 000 м/с; плотность – 2 500 кг/м³. На глубине 600 м во втором слое располагались вертикальные флюидонасыщенные трещины, задаваемые в виде прямоугольников с нормалью вдоль оси *OX* и размерами 100 м (вдоль *OY* и *OZ*). Расстояние вдоль *OX* и *OY* между ближайшими трещинами составляло 50 м. Трещиноватая среда покрывала в горизонтальной плоскости прямоугольник размерами 2 400 на 2 400 м. Описанная модель получила название *vertical_oriented*. В дальнейшем, на основе описанной базовой модели была построена еще одна модель. В ней все трещины вертикальные, ориентированы случайно с равномерным распределением по азимуту, расстояние между ближайшими 150 м, названа *vertical_random360*. Также использовалась слоистая модель, полученная из базовой исключением трещиноватого блока, названная *layered*.

При проведении всех расчетов в работе использовалась площадная система наблюдений с расстоянием 10 м между ближайшими приемниками. Шаг по времени был выбран 0,8 мс, а всего моделировалось 1 440 шагов. В качестве источника использовалось точечное возбуждение, заглубленное на 50 м со временной зависимостью в виде импульса Рикера с частотой 35 Гц.

На рис. 2 представлены времена регистрации первого отклика для двух моделей: *layered* и *vertical_oriented*. Как видно, они совпадают с высокой точностью. Для модели *vertical_random360* времена прихода также не отличаются от приведенных, что свидетельствует о том, что структура трещиноватой среды не влияет на кинематические характеристики отклика.

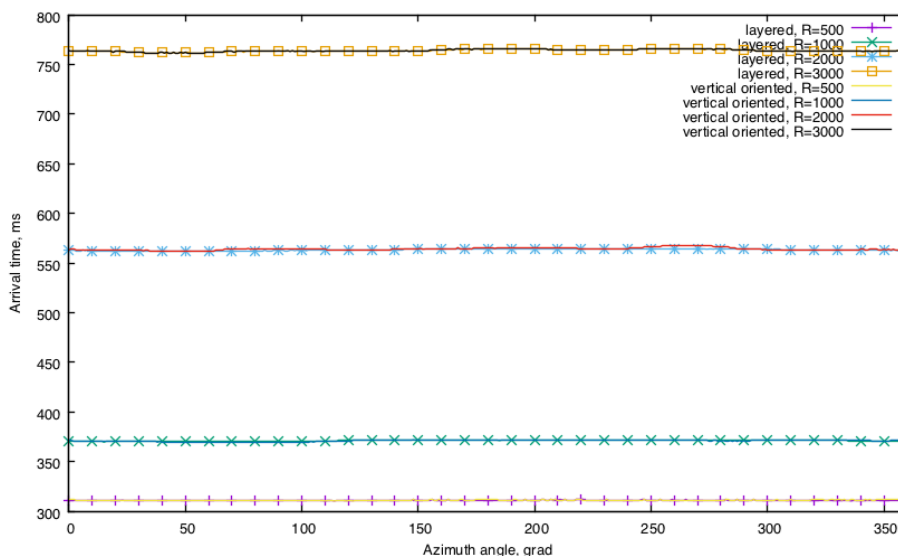


Рис. 2. Времена регистрации сигнала в точках дневной поверхности. Зависимость от расстояния до источника и от азимута. Представлены результаты для моделей *layered* и *vertical_oriented*

В работе была изучена зависимость амплитуды зарегистрированного сигнала (максимум первого отклика) от азимута на приемник для всех описанных моделей. На рис. 3 представлены результаты для моделей *vertical_oriented* и *vertical_random360*. Для модели *vertical_oriented* наблюдается значимая зависимость амплитуды сигнала от азимута на уровне десятков процентов. В том случае, если ориентация трещин по азимуту хаотична, можно ожидать существенное снижение анизотропии сигнала, хотя некоторая ее часть и может остаться, что обусловлено наличием выделенного направления *OZ* даже в такой рандомизированной среде. На рис. 3 кривые для *vertical_random360* значительно ближе к горизонтальной для всех рассматриваемых удалений, что подтверждает высказанные предположения.

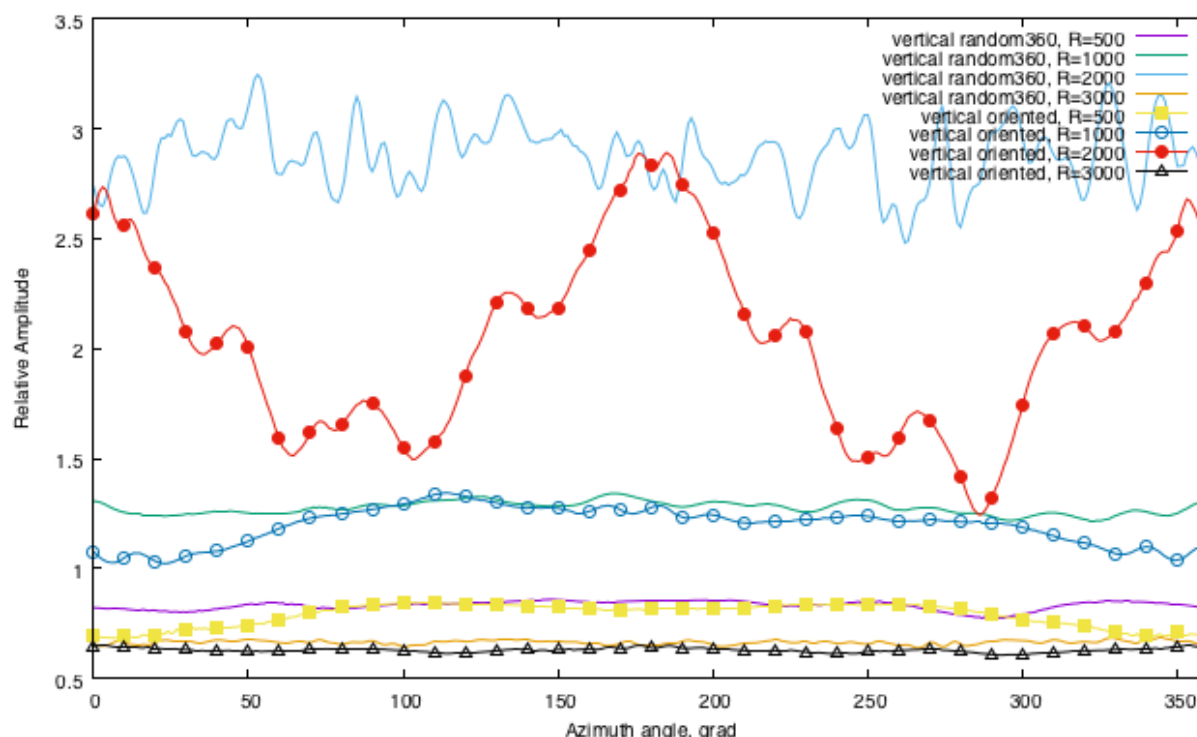


Рис. 3. Амплитуды сигнала, зарегистрированного на дневной поверхности на различных удалениях от источника. Сравнение результатов для моделей *vertical_oriented* и *vertical_random360*

Заключение. В работе проведен численный расчет распространения сейсмических волн из очага землетрясения в геологической модели шельфа России. Показана возможность определения волновых полей как в многослойной упругой среде, так и в водном слое при использовании корректных контактных условий на границе акустическое-упругое тела. Проведена серия расчетов сейсмического отклика от трещиноватой геологической среды в полной трехмерной постановке с изменяющейся внутренней структурой. Характерные размеры трещиноватых моделей $10 \times 10 \times 4$ км, частота сигнала источника 35 Гц, скоростные характеристики слоев 4 500–6 000 м/с, протяженность трещин 100 м с интервалом между ближайшими 50 м. Система наблюдений выбиралась так, чтобы обеспечить регистрацию отраженных волн с углами отражения вплоть до критических. Анализ результатов расчетов подтвердил, что изученные варианты структуры трещиноватой среды не влияют на время прихода сейсмического отклика. Получена значимая анизотропия регистрируемого сигнала при наличии ориентированной структуры в среде, которая значительно снижается при хаотизации среды по азимуту. Во всех проведенных расчетах использовался сеточно-характеристический метод на гексаэдральных расчетных сетках.

Работа была выполнена с использованием оборудования центра коллективного пользования «Комплекс моделирования и обработки данных исследовательских установок мега-класса» НИЦ «Курчатовский институт», <http://ckp.nrcki.ru/>.

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 16-29-02018 офи_м.

Литература

1. Virieux J., Calandra H., Plessix R. É. A review of the spectral, pseudo-spectral, finite-difference and finite-element modelling techniques for geophysical imaging // *Geophys. Pros.* 2011. V. 59. № 5. P. 794–813.
2. Carcione J. M., Herman G. C., Kroode P. E. Seismic modeling // *Review Literature And Arts Of The Americas*. 2002. V. 67. № 4. P. 1304–1325.

3. Virieux J., Etienne V. et al. Modeling seismic wave propagation for geophysical imaging // *Seismic Waves: Research and Analysis*. InTech. 2012. P. 253–304.
4. Moczo P., Kristek J., Galis M. *The Finite-Difference Modeling of Earthquake Motions: Waves and Ruptures*. Cambridge : Cambridge Univ. Press, 2014.
5. LeVeque R. J. *Finite Volume Methods for Hyperbolic Problems*. New York : Cambridge University Press, 2002.
6. Etienne V., Chaljub E., Virieux J. et al. An hp-adaptive discontinuous Galerkin finite-element method for 3D elastic wave modelling // *Geophys J Int*. 2010. T. 183. № 2. P. 941–962.
7. Hermann V., Käser M., Castro C. E. Non-conforming hybrid meshes for efficient 2D wave propagation using the Discontinuous Galerkin Method // *Geophysical Journal International*. 2011. T. 184. № 2. С. 746–758.
8. Mercerat E. D., Glinsky N. A nodal high order discontinuous Galerkin method for elastic wave propagation in arbitrary heterogeneous media // *Geophys J Int*. 2015. № 201 (2). P. 1099–1116.
9. Голубев В. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И. Моделирование волновых процессов внутри планеты с помощью гибридного сеточно-характеристического метода // *Матем. моделирование*. 2015. Т. 27. № 2. С. 139–148.
10. Голубев В. И., Петров И. Б., Хохлов Н. И., Шульц К. И. Численный расчет волновых процессов в трещиноватых средах на гексаэдральных сетках сеточно-характеристическим методом // *Журн. вычисл. математики и матем. Физики*. 2015. Т. 55. № 3. С. 512–522.
11. Chelnokov F. B. Explicit representation of grid-characteristic schemes for elasticity equations in 2D and 3D spaces // *Mat Model*. 2016. № 18 (6). P. 96–108.
12. Левянт В. Б., Миряха В. А., Муратов М. В., Петров И. Б. Оценка влияния на сейсмический отклик степени раскрытости трещины и доли площади локальных контактов к ее поверхности // *Технологии сейсморазведки*. 2015. № 3. С. 16–30.
13. Заславский Ю. М., Кержаков Б. В., Кулинич В. В. Вертикальное сейсмическое профилирование на морском шельфе // *Акустич. журн*. 2008. Т. 54. № 3. С. 483–490.
14. Golubev V. I., Kvasov I. E., Petrov I. B. Influence of natural disasters on ground facilities // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2012. № 4 (2). P. 129–134.
15. Голубев В. И., Петров И. Б. Опыт расчета сейсмических откликов от криволинейных геологических границ на основе их явного выделения // *Технологии сейсморазведки*. 2016. № 4. С. 45–50.

УДК 532.546

ВОССТАНОВЛЕНИЕ СТРУКТУРЫ ПОРОВОГО ПРОСТРАНСТВА НА ОСНОВАНИИ ОБРАБОТКИ ДАННЫХ ТОМОГРАФИИ

В. Б. Бетелин, Н. Н. Смирнов, Л. И. Стамов, Е. И. Скрылева

*Московский государственный университет имени М.В.Ломоносова,
Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук,
betelin@inbox.ru, ebifsun1@mech.math.msu.su, lyubenstamov@mail.ru, jennyne@yandex.ru*

В работе представлены результаты выделения структуры порового пространства из данных, полученных из обработки рентгеновской томографии образца керна, проведения вычислительного моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости в образованной системе каналов и пор, и оценки пористости и проницаемости полученной структуры.

Ключевые слова: вычислительное моделирование, керн, данные томографии, фильтрационные течения, проницаемость, пористость.

DEVELOPING THE STRUCTURE OF CORE PORES BASED ON PROCESSING OF TOMOGRAPHY DATA

V. B. Betelin, N. N. Smirnov, L. I. Stamov, E. I. Skryleva

*Lomonosov Moscow State University,
Scientific Research Institute of System Analysis,
betelin@inbox.ru, ebifsun1@mech.math.msu.su, lyubenstamov@mail.ru, jennyne@yandex.ru*

In this work the results of extracting the system of channels and pores from the data processing of the X-ray tomography of the core sample are presented. Based on the developed pores structure numerical 3-D simulations of viscous incompressible fluid flow in this system and evaluating of porosity and permeability of this structure is performed.

Keywords: numerical simulation, core, tomography data, filtration flows, permeability, porosity.

Исследования керна нефтегазоносных пластов являются важными для проведения различных геологических работ на скважинах. Полученные в результате анализа извлеченных пород сведения о геологической структуре пласта позволяют подобрать оптимальную технологию для эффективного ведения геологоразведочных работ, повышения эффективности бурения, гидроразрыва пласта, нефтеотдачи из низкопроницаемых коллекторов [1-7] и т.п. Различные исследования керна представляют собой весьма трудоемкие и сложные задачи, и сопряжены с рядом трудностей. Многие исследования являются «одноразовыми» и приводят к невозможности проведения повторного опыта, либо каких-либо других экспериментов или к полному разрушению изучаемого образца. В связи с этим значительный интерес представляет создание цифровой модели керна. Создание цифровой модели керна основано на данных, полученных при проведении реальных физических экспериментов над извлеченными образцами среды, в том числе на сведениях, полученных с помощью различных устройств, таких как электронные микроскопы, рентгеновские томографы и других приборов, позволяющих проводить наблюдения за микромиром. Вычислительные исследования пласта дают возможность проведения любого количества сложных экспериментов, в том числе тех, провести которые на реальных образцах практически невозможно, и могут быть ограничены лишь применяемой математической моделью, недостаточно точными томографическими данными и вычислительными ресурсами.

В данной работе представлены результаты моделирования течения вязкой несжимаемой жидкости в восстановленной структуре порового пространства образца песчаника из данных его рентгеновской томографии. В качестве исходных данных рассматривался коэффициент поглощения рентгеновского излучения образцом среды, заданный в 16-ти битном формате. Физически исходный образец представлял собой керн песчаника диаметром около 8 мм и длиной около 19 мм. В численном виде после проведения рентгеновской томографии и восстановления коэффициента поглощения рентгеновского излучения образец был разбит квадратной сеткой размерами $2600 \times 2600 \times 6360$ ячеек (около 43 миллиарда ячеек). Размер вокселя при этом составлял 0.0029896 мм.

В дальнейшем из этих данных выделялась структура каналов и пор на основании выбора порогового значения коэффициента поглощения рентгеновского излучения, т.е. считалось, что все, что выше порогового значения является в рассматриваемой области непроницаемым скелетом; а все, что ниже, является пустым поровым пространством. Полученная структура порового пространства для некоторых пороговых значений коэффициента представлена на Рис. 1-2.

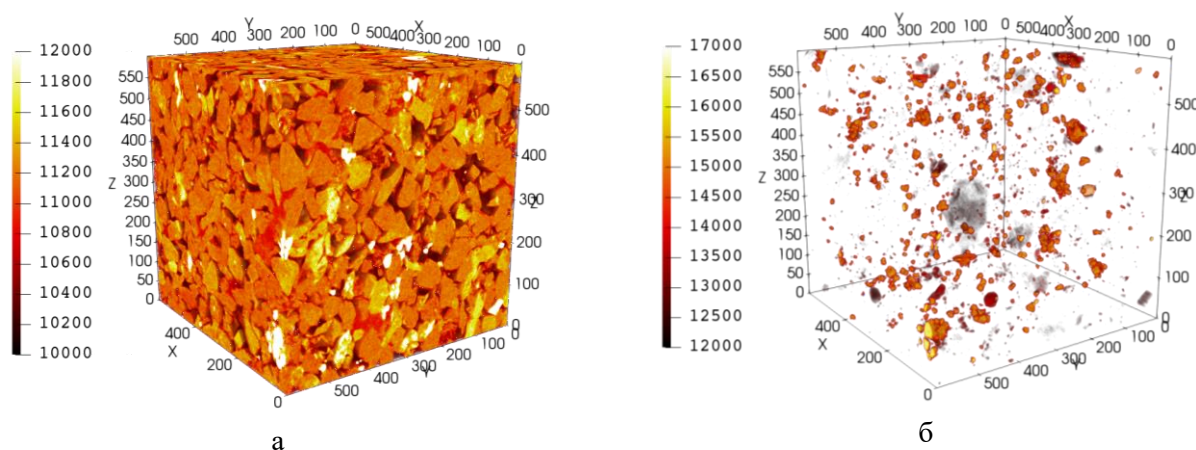


Рис. 1. Выделение веществ с различной плотностью для вырезанной из образца кубической области со стороной 1.79376 мм (600^3 вокселей) и порогового коэффициента поглощения рентгеновского излучения: а) 10000-12000, б) 12000-17000 (высокоплотные вещества)

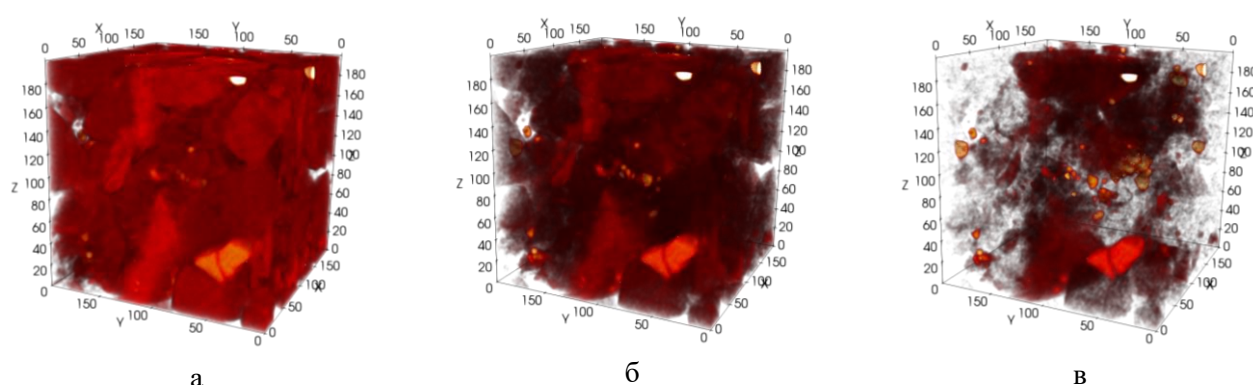


Рис. 2. Восстановленная структура порового пространства для вырезанной из образца кубической области со стороной 0.59792 мм (200^3 вокселей) и порогового коэффициента поглощения рентгеновского излучения: а) 10500, б) 11000, в) 11250

В дальнейшем определялась пористость и проницаемость выделенной структуры, и проводилось моделирование течения вязкой несжимаемой жидкости по полученной системе каналов и пор. Вычисления во многом опирались на результаты и математическую модель, представленные в работах [8-10].

Математическая модель задачи представляла собой гидродинамическую модель Стокса для несжимаемой жидкости и установившихся течений. Рассматривалась следующая система безразмерных уравнений:

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \Delta \mathbf{u} = \nabla p, \quad (1)$$

где $\mathbf{u}$ – вектор скорости, p – давление.

На открытых концах каналов, выходящих на край рассматриваемой расчетной области, задавались условия свободной границы для скорости и распределение давления с единичным модулем вектора-градиента и в зависимости от его направления. За нулевой уровень давления принималось давление в точке $O(0,0,0)$, расположенной в одном из углов рассматриваемого куба. На остальных граничных участках расчетной области задавалось условие нулевой скорости по всем компонентам (прилипание к стенкам).

Для определения безразмерной проницаемости использовались следующие соотношения:

$$\Xi = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v}, \quad \mathbf{v} = \left(\frac{q_x}{S_{yz}}, \frac{q_y}{S_{xz}}, \frac{q_z}{S_{xy}} \right), \quad \mathbf{T} = \nabla p = (t_x, t_y, t_z), \quad (2)$$

здесь $\mathbf{v}$ – вектор скорости фильтрации, $\mathbf{T}$ – направление градиента давления, $\mathbf{q} = (q_x, q_y, q_z)$ – суммарный входящий поток на гранях, нормальных к соответствующему координатному вектору. Пористость полученной структуры определялась как отношение объема, занимаемого выделенными каналами и порами, задействованными в моделировании, к объему всего вырезанного из исходного образца куска.

Дискретизация производилась на кубической сетке со сложной геометрией. Использовалась схема 2-го порядка на крестообразном шаблоне. Безразмерный поток рассчитывался последовательным интегрированием полученного решения методом трапеций; само же решение получалось итерационным стабилизированным методом бисопряженных градиентов Bi-CGStab [11]. Для хранения значений полей давления и скорости использовалась разнесенная сетка: узлы поля давления располагались в центрах ячеек, узлы полей скорости – в центрах граней, нормальных соответствующей компоненте [12].

Алгоритм решения задачи состоит из следующих шагов. На первом этапе производилось решение уравнения Лапласа для давления:

$$\nabla^2 p = 0,$$

которое получается при применении оператора дивергенции к уравнению закона сохранения импульсов и последующим исключением производных от скорости с помощью уравнения неразрывности. Далее решалось уравнение Пуассона (1) для компонент скорости на основании рассчитанного поля давления. После нахождения поля скорости рассчитывался внешний поток через грани, и по формулам (2) определялась величина безразмерной проницаемости, при этом шкала расстояния выбирается как 20 длин стороны вокселя. Независимо от этих вычислений определялась пористость выделенной структуры.

Результаты моделирования для вырезанного из середины образца куба со стороной $L=1.19584$ мм представлены на Рис. 3. Для восстановления структуры порового пространства использовалось пороговое значение коэффициента поглощения рентгеновского излучения $I_c=11200$. Для данного значения была получена избыточная пористость образца – более 40 %. В дальнейшем были рассмотрены другие пороговые значения для коэффициента поглощения. Например, результаты для $I_c=10500$ представлены на Рис. 4. Видно значительное уменьшение количества пор в восстановленной структуре. Пористость при этом составила около 13 %, что уже ближе соответствует реальной пористости песчаников.

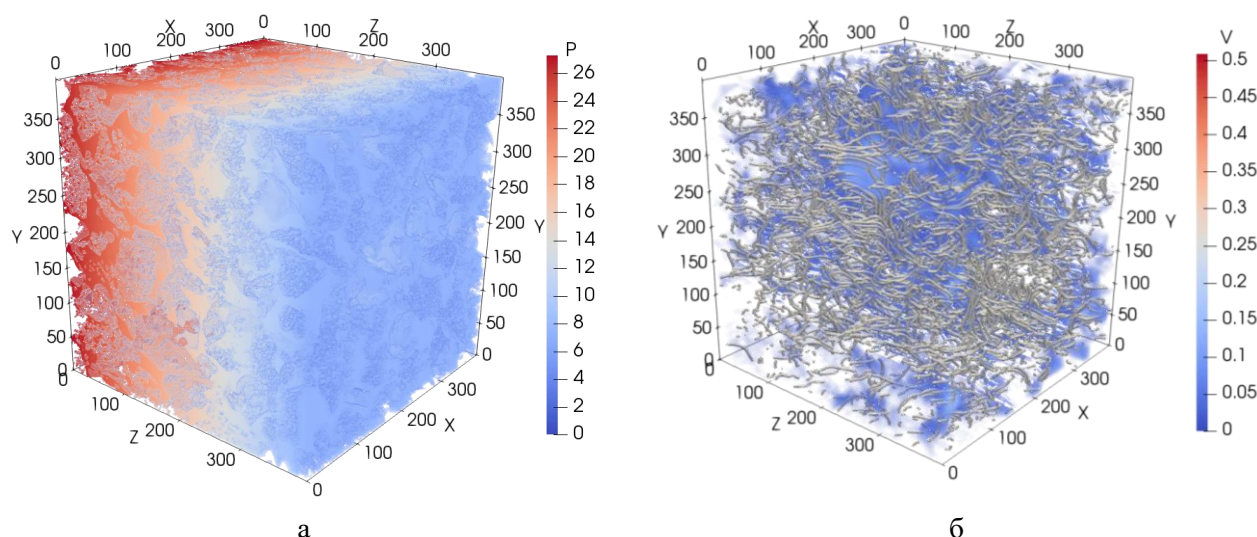


Рис. 3. Распределение безразмерных параметров: давления (а) и скорости с наложенными линиями тока (б) для вырезанного из образца куба со стороной 1.19584 мм (400^3 вокселей). $I_c=11200$

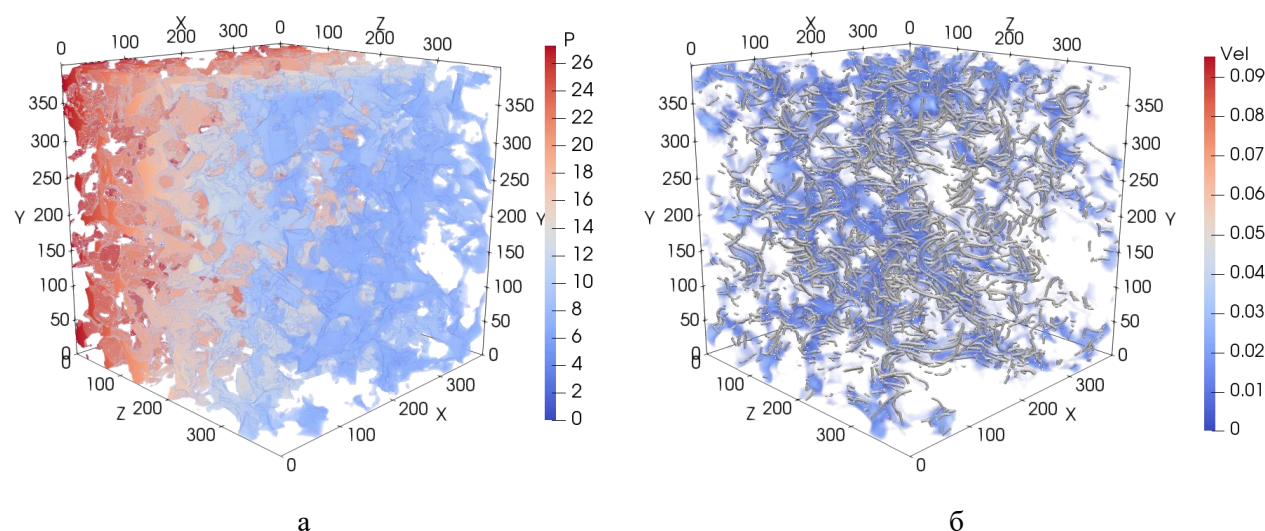


Рис. 4. Распределение безразмерных параметров: давления (а) и скорости с наложенными линиями тока (б) для вырезанного из образца куба со стороной 1.19584 мм (400^3 вокселей). $I_c=10500$

Для этой же вырезанной области керна было рассмотрено, как изменяется проницаемость и пористость восстанавливаемой структуры в зависимости от выбора порогового значения коэффициента поглощения рентгеновского излучения (Рис. 5). Проводя дополнительные физические эксперименты с данным образцом можно провести калибровку модели и подобрать пороговое значение коэффициента, которое и использовать для дальнейших исследований над рассматриваемым образцом керна. Из графика видно, что значения параметра поглощения, соответствующие реальной пористости, составляют не более $I_c=11000$.

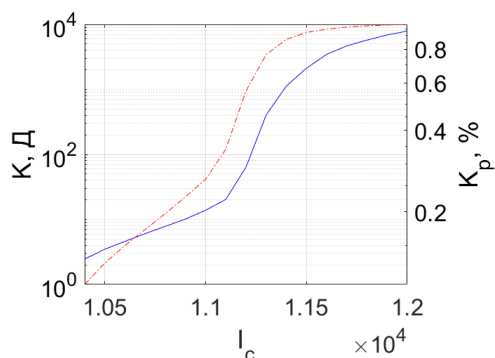


Рис. 5. Проницаемость K (синяя, сплошная, шкала слева) и пористость K_p (красная, штрихпунктирная, шкала справа) восстановленной структуры порового пространства в логарифмическом масштабе в зависимости от выбора порогового значения коэффициента поглощения рентгеновского излучения для куба со стороной 1.19584 мм (400^3 вокселей)

При рассмотрении восстановленной структуры для области, случайным образом вырезаемой из всего образца, было получено, что при увеличении размера вырезаемой области вычисленное значение проницаемости находится в достаточно широком диапазоне (Рис. 6). Всего было проведено несколько серий численных экспериментов для кубов со стороной 0.59792, 0.89688, 1.19584, 1.4948, 1.79376 и 2.09272 мм по сотне случайных вырезок для каждого размера.

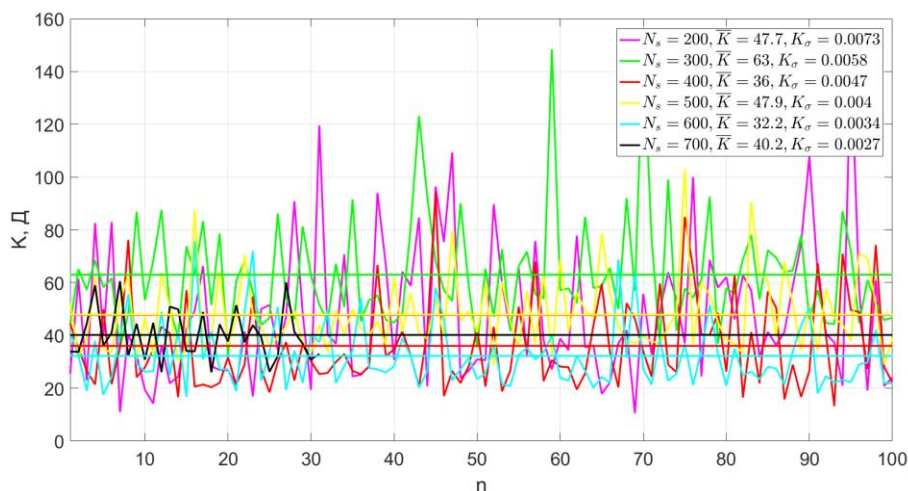


Рис. 6. Проницаемость восстановленной структуры порового пространства для нескольких случайных выборок. Пороговое значение коэффициента поглощения рентгеновского излучения $I_c=11200$

При этом было получено, что значение самой проницаемости колеблется в достаточно широком диапазоне значений, а среднеквадратичное отклонение для каждой серии численных экспериментов с увеличением размера рассматриваемого куба уменьшается. Таким образом, можно сделать вывод, что при рассмотрении области слишком малого размера оценка проницаемости может быть не объективна в связи с сопоставимыми размерами пор и самой области. Для адекватной оценки проницаемости всего образца по вырезаемой малой области необходимо рассмотреть область достаточного объема. Для рассмотренного образца при вырезании кубической области ее сторона должна составлять не менее 2 мм.

Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант № 16-29-15080-офи_м).

Литература

1. Смирнов Н. Н., Тюренкова В. В., Киселев А. Б., Никитин В. Ф. Фильтрационные течения в пористой среде // Северный регион: наука, образование, культура. 2015. №2 (32), том 2. С. 74-86.
2. Dushin V. R., Nikitin V. F., Legros J. C., Silnikov M. V. Mathematical modeling of flows in porous medium // WSEAS Transactions on Fluid Mechanics. 2014. Vol. 9. P. 116-130.
3. Smirnov N. N., Nikitin V. F., Maximenko A., Thiercelin M., Legros J. C. Instability and mixing flux in frontal displacement of viscous fluids from porous media // Physics of Fluids. 2005. Vol. 17. 084102.
4. Smirnov N. N., Legros J. C., Nikitin V. F., Istasse E., Schramm L., Wassmuth F., Darcy H. Filtration in artificial porous media and natural sands under microgravity conditions // Microgravity Science and Technology. 2003. 14 (2), P. 3-28.
5. Вольпин С. Г., Смирнов Н. Н., Кравченко М. Н., Диева Н. Н. Моделирование импульсно-волновой обработки нефтяных пластов методом термогазохимического воздействия // Сборник научных трудов ОАО «Всероссийский нефтегазовый научно-исследовательский институт им. акад. А.П. Крылова». 2013. Вып. 149. С. 127-137.
6. Вольпин С. Г., Сайтгареев А. Р., Смирнов Н. Н., Кравченко М. Н., Корнаева Д. А., Диева Н. Н. Перспективы применения волновой технологии термогазохимического воздействия для повышения нефтеотдачи пластов // Нефтяное хозяйство. 2014. №1. С. 62-66.
7. Вольпин С. Г., Смирнов Н. Н., Кравченко М. Н., Диева Н. Н. Оптимизация условий безопасного проведения ТГХВ на нефтяных месторождениях // Экологический вестник России. 2014. № 3. С. 17-21.
8. Никитин В. Ф., Стамов Л. И. Трехмерное вычислительное моделирование течения вязких жидкостей в канальной модели керноsimулятора // Вестник кибернетики. 2016. № 4. С. 7-17.
9. Никитин В. Ф., Стамов Л. И., Михальченко Е. В. Трехмерное математическое моделирование течения вязких жидкостей в многосвязной системе каналов и пор // Вестник кибернетики. 2016. № 2. С. 127-137.
10. Бетелин В. Б., Никитин В. Ф., Смирнов Н. Н., Михальченко Е. В., Скрылева Е. И., Стамов Л. И., Тюренкова В. В. Компьютерный керноsimулятор – подходы и методы // Вестник кибернетики. 2015. № 4(20). С. 33-44.
11. Saad Y. Iterative methods for sparse linear systems. Philadelphia: SIAM, PA, 2003.
12. Ferziger J. H., Peric M. Computational methods for fluid dynamics, 3d edition. Berlin: Springer, 2002.

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 004.92:553.98:531.3

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ МЕСТОРОЖДЕНИЙ**А. М. Гиацинтов, К. А. Мамросенко***Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук, algts@inbox.ru, kiriallam@yandex.ru*

В статье рассмотрены методы визуализации гидродинамических моделей месторождений. Основная цель изучения пласта – предсказание его состояния и определение путей увеличения конечной нефтеотдачи. Моделирование разработки нефтяных месторождений позволяет уточнить геологическое строение и фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС) нефтяного пласта при воспроизведении истории разработки (history matching), а также выбрать наилучший вариант разработки месторождения при расчетах прогнозных вариантов. Геометрия моделируемого нефтяного пласта представляется в виде конечного числа элементов или клеток (сетка), определяющих размер и объем месторождения. Чем большее количество элементов используется для аппроксимации объемов месторождения, тем выше точность моделирования. Однако повышение точности моделирования резервуара влечет за собой больший объем вычислений и занимаемой памяти, поэтому итоговая геометрия является компромиссом между вычислительной сложностью и соответствием реальности.

Элементы геометрии могут быть представлены в различных вариантах, влияющих на точность моделирования. Одним из самых простых вариантов является представление элементов в виде одинаковых кубов. В статье приведен метод формирования геометрии ячеек для гидродинамических моделей месторождений с использованием «геометрии угловой точки», позволяющий добиться большей точности.

Ключевые слова: гидродинамическая модель месторождения, визуализация, геометрия угловой точки.

VISUALIZATION OF RESERVOIRS' HYDRODYNAMIC MODELS**A. M. Giatsintov, K. A. Mamrosenko***System Research Institute, Russian Academy of Sciences, algts@inbox.ru, kiriallam@yandex.ru*

The article describes visualization methods of hydrodynamic models. Main purpose of seam examination is to predict its status and to find ways of increasing final oil recovery. Modeling of the oil reservoir allows increasing accuracy of reservoir properties and geological structure of the seam during history matching, as well as choosing the best strategy of reservoir management. Geometry of the modelled oil seam (called grid) is represented via the finite number of elements or cells that determine size and volume of the oil reservoir. The more elements used for reservoir volume approximation, the more detailed are the simulation results. However, increasing the accuracy of modeling leads to bigger amount of computation and higher memory usage, therefore final geometry is a compromise between computational complexity and accuracy.

Geometry elements may be presented in various forms that influence the modeling accuracy. One of the simplest ways is to present cells of the grid as uniform cubes. The article presents a method of creating cell geometry for reservoir hydrodynamic models with the use of “corner points” that allows achieving better accuracy.

Keywords: reservoir hydrodynamic model, visualization, corner point grid.

Введение. Гидродинамическая модель месторождения – это математическая модель, воспроизводящая физические процессы в месторождении нефти или газа при его разработке. Основная цель изучения пласта – предсказание его состояния и определение путей

увеличения конечной нефтеотдачи. В классической теории *разработки месторождений* рассматривают осредненные объекты (балансная модель), для которых невозможно полностью учесть изменения параметров пласта и флюидов во времени и в пространстве. При *моделировании* с помощью вычислительных машин можно более детально исследовать пласт путем разбиения его на блоки и применения к каждому из них основных уравнений фильтрации.

Моделирование разработки нефтяных месторождений позволяет уточнить геологическое строение и фильтрационно-емкостные свойства (ФЕС) нефтяного пласта при воспроизведении истории разработки (*history matching*) а также выбрать наилучший вариант разработки месторождения при расчетах прогнозных вариантов [1].

Как правило, при построении моделей геологического строения и оценке добычных свойств сложнопостроенных объектов проводится большой комплекс различных исследований [2]. Однако полученные результаты в разрозненном состоянии зачастую не отображают всей совокупности необходимых данных. Поэтому обязательным элементом новых подходов должен стать синтез разнообразных накопленных данных в рамках трехмерного геологического моделирования [3].

Современные программные средства трехмерного моделирования позволяют создавать сколь угодно сложные модели залежей. Однако недостаточное внимание, уделяемое изучению особенностей моделируемых резервуаров, и неиспользование при построении трехмерных моделей всего имеющегося объема геолого-геофизических материалов часто приводит к получению «формальных» результатов, неадекватных реальным объектам [4].

На момент написания статьи в индустрии моделирования нефтяных месторождений существует ряд программных пакетов, однако можно выделить два лидирующих программных продукта: это Eclipse от компании Schlumberger и STARS от компании CMG. Каждый продукт сохраняет результаты моделирования в собственный формат хранения данных, зачастую бинарный, несовместимый с конкурирующими форматами. Для обмена данными эти программные продукты также реализуют выгрузку в текстовые форматы хранения данных, например, в формат Eclipse GRID ASCII.

Структура формата файла GRDECL. Формат представляет собой один или несколько текстовых файлов, зачастую с расширением GRDECL, в которых хранится информация, разбитая на несколько секций: размеры и форма нефтяного пласта (GRID); данные о свойствах породы и жидкости (PROPS); данные о начальном состоянии различных параметров, таких как пористость (SOLUTION); данные о местонахождении скважин, истории разработки и изменении параметров с течением времени (SCHEDULE) [5]. Зачастую, из-за больших объемов данных информация о геометрии нефтяного пласта, а также остальных параметрах, таких как нефтенасыщенность, хранится в отдельных файлах, в то время как в основном файле остается общее описание. Во время обработки основного файла данные из остальных файлов присоединяются к основному файлу при помощи команды INCLUDE.

Геометрия моделируемого нефтяного пласта представляется в виде конечного числа элементов или клеток (сетка), определяющих размер и объем месторождения. Чем большее количество элементов используется для аппроксимации объемов месторождения, тем выше точность моделирования. Однако повышение точности моделирования резервуара влечет за собой больший объем вычислений и занимаемой памяти, поэтому итоговая геометрия является компромиссом между вычислительной сложностью и соответствием реальности.

Элементы геометрии могут быть представлены в различных вариантах, влияющих на точность моделирования. Одним из самых простых вариантов является представление элементов в виде одинаковых кубов. В этом случае геометрия нефтяного пласта будет определяться размерами кубов, а также количеством кубов по каждой из осей (X, Y, Z). По стандарту Eclipse, для обозначения индекса элемента используются символы I, J, K,

соответствующие осям X , Y , Z . Порядок изменения индексов можно сравнить с чтением книги: I – изменяется слева направо; J – изменяется сверху вниз; K – изменяется с переходом на следующую страницу. При использовании географических координат I будет изменяться с запада на восток; J – с севера на юг; K – изменяется вниз. Таким образом, простейшая сетка будет состоять из кубов одинакового размера, содержащая NX кубов по оси X , NY кубов по оси Y и NZ кубов по оси Z . Итоговая модель нефтяного резервуара будет представлена $NX \cdot NY \cdot NZ$ количеством кубов.

Из-за того, что настоящие резервуары имеют комплексную структуру, определяемую различными геологическими параметрами, его аппроксимация, основанная на применении клеток, имеющих одинаковые значения по каждой из осей, значительно снижают точность моделирования резервуара. Основной причиной, по которой такие сетки не используются повсеместно, является наличие разломов в нефтяных резервуарах. Разлом характеризует прерывистость пласта и зачастую имеет очень сложную геометрию. Так как одной из основных целей является как можно более подробное моделирование геометрии нефтяного пласта с учетом разломов, то применение сеток, основанных на одинаковых элементах, существенно ограничено из-за невозможности в точности определять границы разломов.

Для повышения точности моделирования для каждой ячейки вводится понятие глубины, уникальное для каждой из вершин многогранника. По терминологии Eclipse такая геометрия ячеек называется «геометрией угловой точки» (Corner Point Grid). Такие геометрические сетки называют структурированными и широко применяются в индустрии.

Еще одним подходом является применение неструктурированных сеток. В этом случае каждая клетка состоит из произвольного числа граней, что позволяет моделировать геометрию любой сложности, в то же время сохраняя количество элементов на уровне, сопоставимом со структурированными сетками. В этой статье рассмотрим структурированные сетки.

Формирование геометрии ячеек. Формирование ячейки при использовании геометрии угловой точки производится в два этапа: определение координатных линий и задание точек на этих координатных линиях [6]. Координатная линия является прямой негоризонтальной линией, определяемая двумя координатами: (X, Y, Z) – верх; (X, Y, Z) – низ (Рис. 1). В большинстве случаев координатная линия является вертикальной. Для построения одной ячейки требуется четыре координатные линии, соответственно количество координатных линий будет равно $NX + 1$, $NY + 1$, где N – количество ячеек по осям X и Y соответственно. Каждую линию можно определить по идентификатору (I, J) . По стандарту Eclipse координатные линии не могут пересекаться.

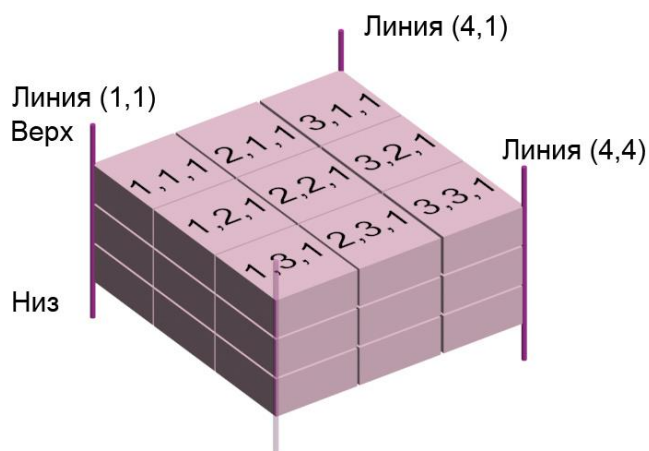


Рис. 1. Координатные линии

В файле формата Eclipse ASCII (GRDECL) данные о координатных линиях хранятся в секции GRID и определяются ключевым словом COORD. В большинстве случаев данные о координатных линиях будут представлены следующим образом: в одной строке записаны значения трех координат для верхней точки и значения трех координат для нижней точки линии. В зависимости от программы-экспортера количество элементов в строке может варьироваться, например, в одной строке может быть координаты верхней и нижней точки линии и первые две координаты следующей координатной линии. Секция COORD заканчивается при достижении символа косой черты “/”, который также может находиться как на одной строке с данными, так и на следующей строке.

Независимо от способа записи в файл, данные о координатных линиях обрабатываются в следующем порядке:

```
x(1,1)ВЕРХ y(1,1)ВЕРХ z(1,1)ВЕРХ x(1,1)НИЗ y(1,1)НИЗ z(1,1)НИЗ
x(2,1)ВЕРХ y(2,1)ВЕРХ z(2,1)ВЕРХ x(2,1)НИЗ y(2,1)НИЗ z(2,1)НИЗ
...
x(NX+1,1)ВЕРХ y(NX+1,1)ВЕРХ z(NX+1,1)ВЕРХ,
x(NX+1,1)НИЗ y(NX+1,1)НИЗ z(NX+1,1)НИЗ
x(1,2)ВЕРХ y(1,2)ВЕРХ z(1,2)ВЕРХ x(1,2)НИЗ y(1,2)НИЗ z(1,2)НИЗ
...
x(NX+1,NY+1)ВЕРХ y(NX+1,NY+1)ВЕРХ z(NX+1,NY+1)ВЕРХ,
x(NX+1,NY+1)НИЗ y(NX+1,NY+1)НИЗ z(NX+1,NY+1)НИЗ
```

После определения координатных линий необходимо задать расположение угловых точек для каждой ячейки геометрии. Пересечение между негоризонтальной линией координат и значением глубины является уникальным, что позволяет рассчитать координаты всех точек многогранника. Угловые точки задаются в секции ZCORN. По аналогии с координатными линиями, значения угловых точек могут быть записаны в файл в различном виде, однако порядок обработки значений угловых точек всегда одинаков.

Обработка значений в секции ZCORN во многом схожа с обработкой значений координатных линий и производится в порядке I, J, K, т. е. первыми обрабатываются значения по оси X (I), затем по Y (J), после этого происходит переход на следующий слой по оси Z (K).

Рассмотрим процесс обработки подробнее на примере модели с размерами 3*3*3 (рис. 2). По стандарту ECLIPSE первыми будут обработаны точки с северной стороны ячеек, с запада на восток, т. е. северные верхние точки для ячеек (1, 1, 1)–(3, 1, 1). Далее производится переход на следующий ряд по J, т. е. будут обработаны северные верхние точки для ячеек (1, 2, 1)–(3, 2, 1). После считывания северных верхних точек для всех ячеек по I начинается обработка южных точек, т. е. будут считаны южные верхние точки для ячеек (1, 1, 1)–(3, 1, 1). Затем производится переход на следующий ряд по J и процесс повторяется.

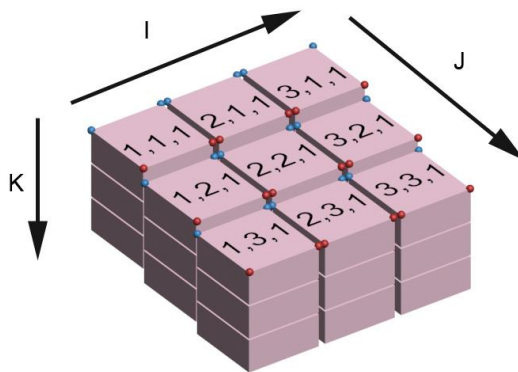


Рис. 2. Угловые точки

По окончании считывания всех верхних значений начинается процесс обработки нижних точек ячеек, аналогичный описанному выше. После обработки всех северных и южных значений для нижних точек ячеек $I*J$, производится переход на следующий слой K , и весь процесс обработки начинается заново [7].

Формализуем процесс обработки значений угловых точек:

$z(1,1,1)BEPX,NW$ $z(1,1,1)BEPX,NE$ $z(2,1,1)BEPX,NW$
 $z(2,1,1)BEPX,NE \dots z(NX,1,1)BEPX,NE$
 $z(1,1,1)BEPX,SW$ $z(1,1,1)BEPX,SE$ $z(2,1,1)BEPX,SW$
 $z(2,1,1)BEPX,SE \dots z(NX,1,1)BEPX,SE$
 $z(1,2,1)BEPX,NW$ $z(1,2,1)BEPX,NE$ $z(2,2,1)BEPX,NW$
 $z(2,2,1)BEPX,NE \dots z(NX,2,1)BEPX,NE$
 $z(1,2,1)BEPX,SW$ $z(1,2,1)BEPX,SE$ $z(2,2,1)BEPX,SW$
 $z(2,2,1)BEPX,SE \dots z(NX,2,1)BEPX,SE$
 $\dots$
 $z(1,NY,1)BEPX,SW$ $z(1,NY,1)BEPX,SE$ $z(2,NY,1)BEPX,SW$
 $z(2,NY,1)BEPX,SE \dots z(NX,NY,1)BEPX,SE$

$z(1,1,1)НИЗ,NW$ $z(1,1,1)НИЗ,NE$ $z(2,1,1)НИЗ,NW$ $z(2,1,1)НИЗ,NE \dots z(NX,1,1)НИЗ,NE$
 $\dots$
 $z(1,NY,1)НИЗ,SW$ $z(1,NY,1)НИЗ,SE$ $z(2,NY,1)НИЗ,SW$
 $z(2,NY,1)НИЗ,SE \dots z(NX,NY,1)НИЗ,SE$
 $z(1,1,2)BEPX,NW$ $z(1,1,2)BEPX,NE$ $z(2,1,2)BEPX,NW$
 $z(2,1,2)BEPX,NE \dots z(NX,1,2)BEPX,NE$
 $\dots$
 $z(1,NY,NZ)BEPX,NW$ $z(1,NY,NZ)BEPX,NE$ $z(2,NY,NZ)BEPX,NW$
 $z(2,NY,NZ)BEPX,NE$
 $\dots z(NX,NY,NZ)BEPX,NE,$

где NW – северо-запад; NE – северо-восток; SW – юго-запад; SE – юго-восток.

На основе данных о координатных линиях и угловых точках формируется итоговая геометрия нефтяного пласта.

Одной из основных проблем, связанной с подобным подходом к хранению данных, является получение данных о конкретной вершине определенной ячейки геометрии. Для получения данных о вершинах многоугольника был разработан алгоритм, выполняемый последовательно для каждого многоугольника в геометрической модели.

Рассмотрим геометрическую модель размером $5 * 5 * 5$ ячеек. Согласно формату, в такой модели содержится 36 координатных линий COORD и 1 000 значений ZCORN. В разработанном алгоритме данные о координатной линии представляются в виде позиции двух точек, соответственно, данные о 36 координатных линиях обрабатываются как 72 точки.

Предположим, что выполняется определение позиций вершин для первого многоугольника второго ряда по оси Z. В рассматриваемой модели это будет 26-я ячейка. Номер ячейки является основным элементом в формулах определения индексов вершин секций COORD и ZCORN. Значения индексов COORD и ZCORN для этой ячейки приведены на рис. 3.

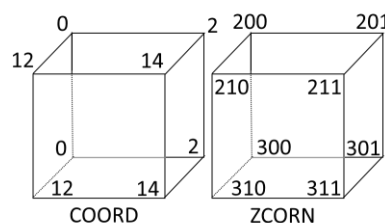


Рис. 3. Значения индексов COORD и ZCORN для определенной ячейки

Обработка вершин производится в следующем порядке: северо-западная верхняя вершина; северо-восточная верхняя; юго-западная верхняя; юго-восточная верхняя; северо-западная нижняя; северо-восточная нижняя; юго-западная нижняя; юго-восточная нижняя вершина. Основные расчеты производятся для получения индексов COORD и ZCORN для первой вершины, индексы для остальных вершин рассчитываются при помощи дельты к индексам первой вершины. Для определения индекса COORD для первой вершины многоугольника применяется следующая формула (1):

$$I_{COORD1} = ((I_C - 1) * 2 + S_{COORD}) \bmod ((V_X * V_Y * 2) - V_X * 2) \quad (1)$$

где I_{COORD1} – индекс вершины в секции COORD; I_C – индекс обрабатываемой ячейки геометрии; S_{COORD} – шаг смещения; $\bmod$ – деление по модулю; V_X – количество вершин в геометрической модели по оси X; V_Y – количество вершин в геометрической модели по оси Y.

Необходимо отметить, что из секции COORD берутся только значения для осей X и Y, значения оси Z не учитываются и берутся из секции ZCORN. Так как значения верхней и нижней точки координатных линий совпадают по осям X и Y, то обрабатывается только каждая вторая точка (верхняя точка координатной линии). Количество вершин по осям X и Y согласно стандарту Eclipse всегда больше на единицу количества ячеек по соответствующей оси. Шаг смещения применяется для корректной обработки индексов вершин после обработки последней ячейки первого ряда по оси X. В начале работы алгоритма шаг смещения равен нулю, однако он увеличивается на 2 при переходе на следующий ряд ячеек по оси Y. При переходе на следующий слой по оси Z значение шага смещения обнуляется. Например, для рассматриваемой ячейки шаг смещения будет равен нулю. Для следующей ячейки по оси Y (31-я ячейка) шаг смещения будет равен 2.

Индекс вершины в секции COORD применительно к верхней северо-восточной вершине ячейки рассчитывается по формуле (2):

$$I_{COORD2} = I_{COORD1} + 2 \quad (2)$$

где I_{COORD1} – индекс верхней северо-западной вершины в секции COORD.

Для расчета индексов верхних южных вершин ячейки необходимо учитывать порядок обработки координатных линий в стандарте Eclipse – сначала обрабатываются все точки по оси X. Таким образом, индекс верхней юго-западной вершины является суммой индекса верхней северо-западной вершины и количеством вершин по оси X. Расчет индекса верхней юго-восточной вершины схож с (2) и приведен в формуле (4).

$$I_{COORD3} = I_{COORD1} + V_X \quad (3)$$

$$I_{COORD4} = I_{COORD3} + 2 \quad (4)$$

где V_X – количество вершин по оси X в геометрической модели.

Расчет индексов в секции COORD для нижних вершин ячейки полностью аналогичен, таким образом можно повторно использовать уже рассчитанные значения.

Определение индекса вершины в секции ZCORN требует учета большего числа факторов. Например, необходимо учитывать переходы с одного ряда на другой для трех осей X, Y, Z. Для определения количества обработанных рядов по оси X применяется следующая формула:

$$Rows_X = \frac{(I_C - 1)}{D_X} \bmod D_Y \quad (5)$$

где I_C – индекс обрабатываемой ячейки геометрии; D_X – количество ячеек по оси X; D_Y – количество ячеек по оси Y.

Чтобы определить переход на следующий ряд по оси Z применяется формула (6):

$$Rows_Y = \frac{(I_C - 1)}{D_X * D_Y} \quad (6)$$

Как и в случае с секцией COORD, для корректного определения индекса вершины в секции ZCORN применяется шаг смещения S_{ZCORN} . В зависимости от значения $Rows_Y$ шаг

смещения рассчитывается по различным формулам. Для случая, когда количество обработанных рядов по оси Y не превышает общее количество рядов в геометрии нефтяного пласта по оси Y, применяется следующая формула (7):

$$S_{ZCORN} = Rows_X * D_x * 2 \quad (7)$$

В случае, когда первый ряд ячеек по осям X и Y полностью обработан, шаг смещения рассчитывается по формуле (8):

$$S_{ZCORN} = Rows_X * D_x * 2 + ((Rows_Y * D_x * D_y * 8) - (Rows_Y * D_x * D_y * 2)). \quad (8)$$

Таким образом, расчет индекса первой вершины ячейки в секции ZCORN можно произвести по следующей формуле (9):

$$I_{ZCORN1} = (I_C - 1) * 2 + S_{ZCORN} \quad (9)$$

Рассмотрим работу этих формул на примере рассматриваемой ранее ячейки геометрии. Для данной ячейки $Rows_X$ будет равен нулю, так как ячейка является первой по оси X и оси Y. $Rows_Y$ будет равен единице, соответственно, вторая часть формулы будет иметь вид $1 * 5 * 5 * 8 = 200$. Фактически это и будет необходимым индексом значения в секции ZCORN. Но так как формула (9) также использует индекс текущей обрабатываемой ячейки геометрии I_C , то для рассматриваемой ячейки рассчитываемый индекс будет равен 250, что некорректно. Последняя часть формулы (8) как раз и предназначена для коррекции итогового рассчитываемого индекса, который для рассматриваемой ячейки должен быть равен 200.

По аналогии с расчетом индексов в секции COORD, расчет индексов остальных вершин в секции ZCORN производится по следующей формуле (10):

$$I_{ZCORNx} = I_{ZCORN1} + d \quad (10)$$

где I_{ZCORNx} – индекс второй или последующей вершины в секции ZCORN; I_{ZCORN1} – рассчитанный индекс первой вершины в секции ZCORN; d – дельта, изменяемая в зависимости от текущей обрабатываемой вершины ячейки.

Значения d для второй и последующих вершин ячейки геометрии приведены в табл. 1, где D_x – количество ячеек геометрии по оси X; D_y – количество ячеек геометрии по оси Y.

Таблица 1

Значение дельты в зависимости от вершины ячейки геометрии

Позиция вершины в ячейке	Значение d
Северо-восточная верхняя	1
Юго-западная верхняя	$D_x * 2$
Юго-восточная верхняя	$(D_x * 2) + 1$
Северо-западная нижняя	$(D_x * 2) * (D_y * 2)$
Северо-восточная нижняя	$(D_x * 2) * (D_y * 2) + 1$
Юго-западная нижняя	$((D_x * 2) * (D_y * 2)) + D_x * 2$
Юго-восточная нижняя	$((D_x * 2) * (D_y * 2)) + D_x * 2 + 1$

На основе полученных данных из секций COORD и ZCORN формируются вершины одной ячейки в трехмерном пространстве. Полученные данные о вершинах могут быть загружены в память видеокарты для отображения или же использоваться для дальнейших расчетов, например, нормалей вершин.

Формирование окантовки ячеек. Еще одной задачей было отображение окантовки вокруг геометрии нефтяного пласта для определения границ ячеек, когда несколько ячеек имеют одинаковый или похожий цвет. Окантовка может быть включена и отключена по требованию пользователя [8].

Одним из способов отображения окантовки является создание новой геометрии. Для каждой вершины геометрии вершины нефтяного пласта создается дополнительная вершина, применяемая для окантовки. Создаваемая вершина должна находиться на небольшом

расстоянии от исходной вершины, иначе при движении виртуальной камеры будет наблюдаться эффект мерцания в месте соприкосновения точек, известный как Z-fighting.

Геометрия окантовки может быть прорисована в виде треугольников с использованием каркасного режима прорисовки (Wireframe). Но поскольку сторона ячейки геометрии нефтяного пласта состоит из двух треугольников, то при прорисовке окантовки будет отображен не только каркас вокруг ячейки, но и диагональные линии каждой из сторон ячейки. Данное обстоятельство может быть нежелательным, поэтому для большей гибкости прорисовку окантовки следует производить при помощи линий.

При создании окантовки при помощи линий необходимо задавать начальную и конечную точки для каждой линии. Также существует возможность создания линий при помощи сегментов, когда первые две точки линии являются первым сегментом, а добавление последующих точек позволяет сформировать новый сегмент линии. В нашем случае, создание линий при помощи сегментов потребует перерисовки уже созданных сегментов для окантовки всей ячейки геометрии нефтяного пласта, что может привести к эффекту мерцания (Z-fighting).

Порядок создания линий для окантовки ячейки может быть любым. В результате формируется массив вершин, который может быть загружен в память видеокарты для отображения. С учетом того, что последние версии графических интерфейсов OpenGL и DirectX требуют применения шейдерных программ для отображения графики, прорисовка окантовки производится с помощью разработанного шейдера на языке GLSL.

При прорисовке окантовки может возникнуть проблема позиционирования, когда часть окантовки может оказаться внутри геометрии нефтяного пласта, а другая часть заметно от нее удалена. Это связано с тем, что каждой вершине окантовки присваивается один и тот же коэффициент смещения от геометрии нефтяного пласта. Например, вершина ячейки геометрии расположена в координатах $(0, -20, 0)$. Если брать коэффициент смещения для окантовки равным 0,2, вершина окантовки будет расположена в координатах $(0, -20.2, 0)$, т. е. будет находиться внутри геометрии ячейки нефтяного пласта, в то время как она должна находиться в координатах $(0, -19.8, 0)$. Таким образом, для корректного отображения каждой вершине окантовки необходимо задавать различные коэффициенты смещения.

Одним из методов решения этой проблемы является применение нормалей, рассчитанных для вершин ячейки геометрии нефтяного пласта. Так как нормали применяются для каждой вершины ячейки, то по направлению нормали при прорисовке окантовки можно установить, к какой стороне принадлежит вершина. Затем, на основе этой информации в шейдере прорисовки окантовки определяется коэффициент смещения для каждой вершины. Однако необходимо учитывать, что в зависимости от формы ячеек геометрии нефтяного пласта изменяется и направление нормалей. При изменении наклона сторон ячейки изменяется и диапазон значений нормалей, характеризующих соответствие вершины определенной стороне ячейки. Таким образом, процесс определения принадлежности вершины стороне ячейки является трудоемким и требует дополнительных вычислительных ресурсов.

Для расчета коэффициентов смещения окантовки был разработан метод, позволяющий производить расчет коэффициентов во время создания окантовки, а не во время ее прорисовки. Коэффициенты рассчитываются на основе данных о вершинах каждой ячейки геометрии нефтяного пласта для каждой из осей X, Y или Z, а также могут быть настраиваемы пользователем. После расчета для каждой из осей коэффициенты сохраняются в массив для каждой точки окантовки обрабатываемой ячейки геометрии. Большое значение имеет знак сохраняемого коэффициента, при помощи которого определяется направление смещения по каждой из осей.

Реализация метода внедрена в применяемый графический модуль в качестве расширения.

Заключение. Задача моделирования нефтяных месторождений является комплексной и требует решения ряда сопутствующих задач, в частности, задач обработки и визуализации данных. Приведенное описание текстового формата обмена геологическими данными может быть использовано для разработки алгоритмов чтения и обработки данных о месторождениях. Разработанный алгоритм обработки геометрических данных позволяет формировать массив вершин геометрии нефтяного пласта, который может быть использован для визуализации. Разработанный метод создания окантовки геометрии нефтяного пласта позволил осуществлять прорисовку окантовки геометрии с сохранением требуемой производительности подсистемы визуализации. В дальнейшем планируется реализация окантовки геометрии при помощи шейдерной программы, способной прорисовывать грани окантовки напрямую на ячейках геометрии нефтяного пласта без создания дополнительной геометрии в виде линий, что позволит в значительной мере снизить влияние прорисовки окантовки на производительность подсистемы визуализации.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 16-29-15135.

Литература

1. Моделирование нефтяных месторождений. URL: <http://neftynik.ru/modelirovanie-oil-fields/> (дата обращения: 13.10.2015).
2. Афанаскин И. В. и др. Изучение свойств нефтяных пластов с помощью гидродинамических исследований скважин методом двух режимов: теория, моделирование и практика // Вестн. кибернетики. 2015. № 3 (19). С. 94–116.
3. Вольпин С. Г., Афанаскин И. В., Кац Р. М. Использование численного термогидродинамического моделирования для обоснования повышения технологической эффективности метода направленной закачки воздуха // Тр. Науч.-исслед. ин-та системных исследований Рос. Академии наук. 2014. Т. 4. № 1. С. 71–79.
4. Трехмерное геологическое моделирование природных резервуаров на основе литолого-фациального анализа (на примере юрских и нижнемеловых отложений Западной Сибири) [Электронный ресурс] // Все о Геологии. URL: <http://geo.web.ru/db/msg.html?mid=1181203&uri=part01.html> (дата обращения: 13.10.2015).
5. GRDECL format. URL: <http://yttrium-v2.innovative-ai.com/portfolio/grdecl-reading-and-visualization/> (дата обращения: 30.01.2018).
6. Андреев А. В. и др. Методы обработки и визуализации данных геолого-технологической модели в имитационных системах // Информ. технологии в проектировании и производстве. 2017. № 3. С. 29–33.
7. Pettersen Ø. Basics of Reservoir Simulation With the Eclipse Reservoir Simulator. Bergen : Univ. of Bergen, 2006. 114 p.
8. Полевой Н. М., Гиацинтов А. М. Требования к компоненту визуализации виртуального окружения в имитационных системах // Автоматика и программная инженерия. 2016. № 3. С. 34–39.

УДК 004.738.5.057.4: 004.054

ТЕХНОЛОГИЯ СРАВНИТЕЛЬНОГО ТЕСТИРОВАНИЯ КОНФИГУРАЦИЙ СЕТЕВЫХ ПРОТОКОЛОВ И МЕТОДОВ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В СИСТЕМАХ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ

Д. И. Ихсанов, Ф. Ф. Иванов*Сургутский государственный университет,
ixsunoff@gmail.com, iff777@yandex.ru*

В статье описан математический аппарат и технология тестирования, позволяющие произвести количественную оценку применения сетевых протоколов и методов интерполяции для передачи и преобразования информации о процессах в системах реального времени.

Ключевые слова: метод интерполяции, сетевой протокол, система реального времени, площадь ошибки, поверхность ошибки, сравнение поверхностей

TECHNOLOGY FOR COMPARISON TESTING OF NETWORK PROTOCOL AND INTERPOLATION METHOD CONFIGURATIONS IN REAL-TIME SYSTEMS

D. I. Ikhsanov, F. F. Ivanov*Surgut State University,
ixsunoff@gmail.com, iff777@yandex.ru*

The article is devoted to the description of the mathematical apparatus and testing techniques, designed to quantify network protocols and interpolation methods, which can be used to transfer and transform information about processes in real-time systems.

Keywords: interpolation method, network protocol, real-time system, error area, error surface, surface comparison.

Введение. При проектировании и разработке систем реального времени (СРВ), одной из задач которых является передача по сети информации о процессах, возникает вопрос выбора сетевого протокола и метода интерполяции. Выбор сетевого протокола и метода интерполяции является важным для надежной передачи данных.

Сетевое программное обеспечение информационных систем может быть оценено с использованием разных критериев в зависимости от типа разрабатываемой СРВ. Например, для оценки сетевой активности систем пакетной передачи данных можно использовать такие критерии, как характеристики каналов передачи данных [1] и показатели качества услуг QoS [2]. Однако данные критерии не позволят исчерпывающе оценить процесс передачи информации в системах реального времени.

В статье будет изложена технология тестирования сетевых протоколов и методов интерполяции при передаче информации между двумя вычислительными узлами сети.

Ограничение на ряд тестируемых процессов. Данная технология нацелена на тестирование обмена информацией о процессах на объекте исследования и/или управления, описательная функция $F(x)$ которых будет дискретизироваться с достаточной частотой.

Под достаточной частотой дискретизации подразумевается соблюдение следствия теоремы Котельникова: любую функцию $H(t)$, состоящую из частот от 0 до f_1 , можно непрерывно передавать с любой точностью при помощи чисел, следующих друг за другом через $1/2f_1$ секунд [3].

При несоблюдении данного ограничения результаты тестирования могут привести к большим погрешностям.

Конфигурации тестирования. Перед проведением тестирования необходимо определить наборы сетевых протоколов и методов интерполяции для поиска наилучшей пары. Используя декартово произведение наборов сетевых протоколов и методов интерполяции, можно получить матрицу конфигураций (табл. 1).

Таблица 1

Матрица конфигураций

	Метод интерполяции № 1	...	Метод интерполяции № n
Сетевой протокол № 1	Конфигурация (1, 1)	...	Конфигурация (1, n)
...	...	...	...
Сетевой протокол № m	Конфигурация (m , 1)	...	Конфигурация (m , n)

Таким образом, конфигурация для тестирования представляет собой пару «сетевой протокол $\leftrightarrow$ метод интерполяции». По окончании тестирования для каждой конфигурации будет рассчитана численная оценка, позволяющая выбрать среди всех конфигураций оптимальную.

Площадь ошибки как численная оценка конфигурации. Для оценки конфигурации необходимо разработать численный критерий, удовлетворяющий следующим требованиям:

- критерий должен описывать точность восстановления исходного процесса после дискретизации, передачи по сети и интерполяции;
- критерий должен быть чувствителен к временным задержкам, возникающим в процессе передачи из-за нагрузок сетевого оборудования.

В качестве оценки, удовлетворяющей обоим требованиям, применяется понятие «площадь ошибки» s (рис. 1) – численный критерий, представляющий собой площадь между двумя кривыми:

- исходной кривой $F(t)$ – кривой, описывающей реальные значения передаваемого параметра процесса во времени;
- интерполированной $G(t)$ – кривой, описывающей результат восстановления $F(t)$ выбранным методом интерполяции.

Для расчета s необходимо:

- разделить область определения $F(t)$ и $G(t)$ на сегменты $[u_i, v_i]$, такие, что $\forall i \geq 1 \ v_{i-1} = u_i, \forall h \in (u_i, v_i) \ F(h) \neq G(h)$ (рис. 1);

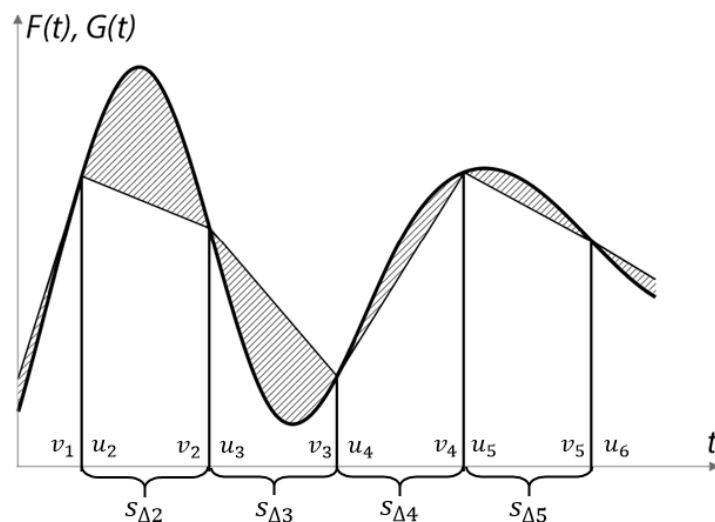


Рис. 1. Разделение области определения на сегменты

- рассчитать площадь ошибки $s_{\Delta i}$ (1) для каждого сегмента $[u_i, v_i]$;

$$s_{\Delta i} = \begin{cases} \int_{u_i}^{v_i} (F(t) - G(t)) dt, \forall h \in [u_i, v_i] F(h) \geq G(h) \\ \int_{u_i}^{v_i} (G(t) - F(t)) dt, \forall h \in [u_i, v_i] G(h) \geq F(h) \end{cases} \quad (1)$$

- рассчитать $s = \sum_i s_{\Delta i}$.

В качестве примера можно рассмотреть случай получения функции $G(t)$ методом линейной интерполяции (рис. 2). В данном примере для восстановления $F(t)$ по протоколу будут переданы значения 5 опорных точек (A, B, C, D, E).

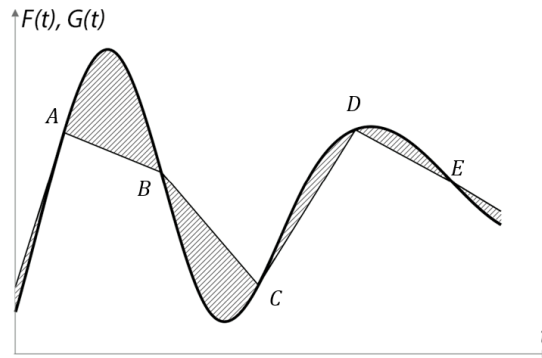


Рис. 2. Площадь ошибки s (заштрихована)

Для достоверной интерполяции $F(t)$ необходимо увеличить количество опорных точек. При увеличении количества опорных точек площадь ошибки кривой $G(t)$ будет стремиться к нулю, что очевидно при использовании линейной интерполяции. Для доказательства данного утверждения в случае применения методов интерполяции полиномами второго и более порядка можно обратиться к результатам исследования точности восстановления сигналов: в результатах исследования сказано, что погрешность восстановления (площадь ошибки) уменьшается с ростом числа опорных точек [4]. Также можно воспользоваться следствием теоремы о погрешности интерполяции, которое утверждает, что с увеличением числа опорных точек погрешность интерполяции (площадь ошибки) уменьшается [5].

Утверждение об уменьшении площади ошибок при увеличении количества опорных точек позволяет говорить о площади ошибки как о характеристике, описывающей точность интерполяции процесса.

Рассмотрим еще один пример линейной интерполяции, в котором информация об одной из опорных точек (C) была передана с задержкой Δt (рис. 3).

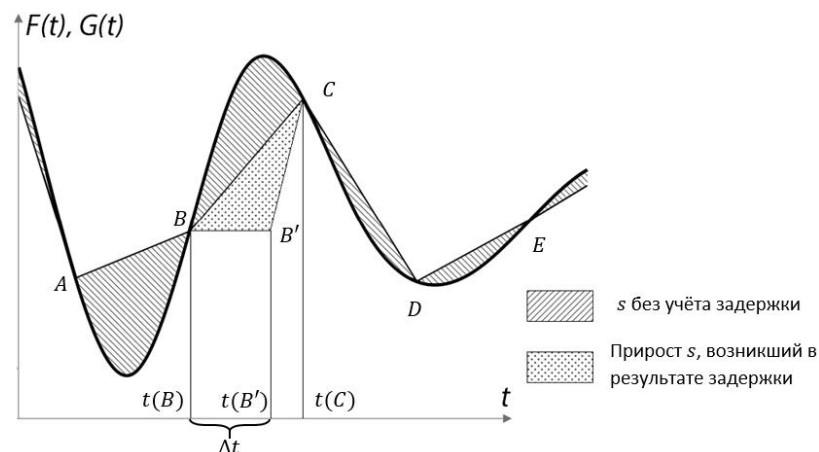


Рис. 3. Площадь ошибки s при задержке передачи информации об опорной точке C

При задержке передачи информации об опорной точке C на Δt секунд значение функции $G(t)$ на интервале $[t(B); t(B) + \Delta t)$ будет равно значению функции $G(t(B))$. Если $\Delta t > t(C) - t(B)$, у функции $G(t)$ будет наблюдаться разрыв функции в точке $t(B) + \Delta t$:

$$\begin{aligned} G(t(B) + \Delta t - 0) &= F(t(B)) \\ G(t(B) + \Delta t + 0) &= F(t(C)). \end{aligned}$$

В случае, если задержка $\Delta t \leq t(C) - t(B)$, линейная интерполяция будет произведена для точек B' и C .

Так как $G(t)$ удовлетворяет следствию теоремы Котельникова, функции $F(t)$ и $G(t)$ не имеют точек пересечения на интервале $(t(B), t(C))$. Из этого следует, что площадь ошибки при задержке Δt на интервале $(t(B), t(C))$ есть сумма площади ошибки при $\Delta t = 0$ и площади треугольника $BB'C$.

Так как площадь треугольника $BB'C$ прямо пропорциональна задержке Δt , можно сказать, что площадь ошибки s увеличивается на интервале $(t(B), t(C))$ с ростом Δt .

Применение среднего значения площади ошибки. При идентичных условиях тестирования одной и той же конфигурации можно получить разные значения s , так как s зависит от набора дискретных значений $F(t)$, по которым строится $G(t)$. Чтобы избавиться от зависимости результатов тестирования от процесса дискретизации $F(t)$, необходимо провести серию тестов (результат каждого теста – значение площади ошибки s_i) и рассчитать среднее значение $\bar{s}$ для совокупности $\{s_1, \dots, s_n\}$, полученной в результате n тестов.

$$\bar{s} = \frac{s_1 + s_2 + \dots + s_n}{n} \quad (2)$$

где s_i – элемент выборки площадей ошибки, n – размер выборки.

С ростом частоты дискретизации $F(t)$ увеличивается число опорных точек, по которым будет строиться $G(t)$. Согласно результатам исследования точности восстановления сигналов [4], с увеличением числа опорных точек элементы выборки s_i будут стремиться к нулю. Следовательно, при увеличении частоты дискретизации $F(t)$ разность между средними значениями $\bar{s}_1$ (для совокупности $\{s_1, \dots, s_n\}$) и $\bar{s}_2$ (для совокупности $\{s_1, \dots, s_n, s_{n+1}\}$) будет уменьшаться.

Учет пропускной способности и процента потерянных пакетов. Построение поверхности площадей ошибки. При тестировании конфигураций необходимо учитывать возможность ее использования при различных параметрах каналов связи. Для наиболее полного определения характеристик канала были выбраны следующие параметры:

- пропускная способность канала связи (A) как основной параметр канала связи;
- процент потерянных пакетов (B) – статистическая характеристика, описывающая средний процент сетевых пакетов, не достигших получателя, либо отправленных получателю с ошибками.

При моделировании процесса передачи данных необходимо зафиксировать и другие характеристики канала связи: задержку передачи, надежность канала, интенсивность трафика и другие характеристики. При выборе константных характеристик канала передачи данных можно обратиться к статистическим исследованиям [6].

Перед проведением тестирования необходимо определить дискретные значения параметров A и B . Дискретный ряд значений A может содержать элементы больше нуля бит/с, а дискретный ряд B – элементы в диапазоне $[0, 100)\%$.

При подборе дискретных значений A и B необходимо учесть следующие факторы:

- процент потерянных пакетов B является величиной, зависимой от пропускной способности A , в связи с чем необходимо ограничить максимальное значение элементов ряда A до значения, при котором в ряде не наблюдается увеличения процента потерянных пакетов;

- при подборе значений A необходимо определить максимальное значение $A_{\max}$, которое можно получить при использовании конкретной ЛВС.

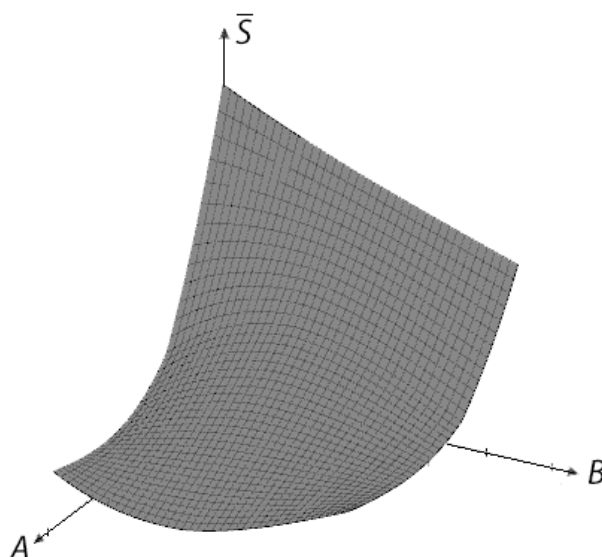
Для полноценного описания работы конфигурации при различных значениях пропускной способности и процента потерянных пакетов необходимо построить матрицу средних значений площадей ошибок (табл. 2).

Таблица 2

**Матрица средних значений площадей ошибок конфигурации
при заданных значениях параметров A и B**

	A_1	...	A_n
B_1	$\bar{S}_{11}$	...	$\bar{S}_{1n}$
...	...	...	...
B_m	$\bar{S}_{m1}$	...	$\bar{S}_{mn}$

Совокупность $\{\bar{S}_{11}, \dots, \bar{S}_{mn}\}$ представляет собой набор дискретных значений функции $\bar{S}(A, B)$. Для восстановления $\bar{S}(A, B)$ по дискретным значениям воспользуемся методом бикубической интерполяции (рис. 4) [7].

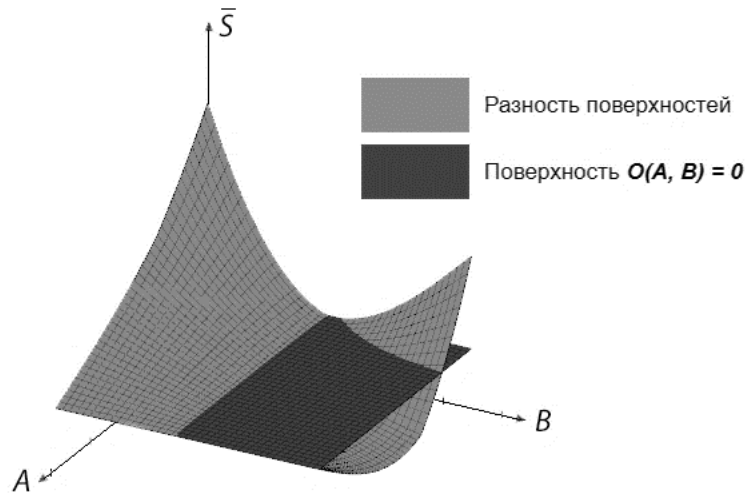
Рис. 4. Поверхность площадей ошибки $\bar{S}(A, B)$

Точность значений $\bar{S}(A, B)$ будет зависеть от размерности матрицы средних значений $\bar{S}$. Стоит отметить, что для увеличения размерности матрицы значительно возрастает объем необходимых предварительных вычислений, в связи с чем необходимо определиться с размерностью матрицы до начала тестирования.

Сравнение конфигураций тестирования по поверхностям площадей ошибок. Рассчитав для N конфигураций k_i ($i = 1..N$) поверхности $\bar{S}_i(A, B)$, необходимо выбрать опорную конфигурацию $k_{\text{оп}}$, по которой будут сравниваться остальные (обозначим как $\bar{S}_{\text{оп}}(A, B)$). В качестве опорной конфигурации можно выбрать любую из рассматриваемых конфигураций тестирования.

Для остальных конфигураций k_i ($i \neq i_{\text{оп}}$) необходимо найти разность поверхностей $\Delta\bar{S}_i(A, B)$ (рис. 6):

$$\Delta\bar{S}_i(A, B) = \bar{S}_{\text{оп}}(A, B) - \bar{S}_i(A, B) \quad (3)$$

Рис. 6. Разность поверхностей $\Delta\bar{S}_i(A, B)$

Разность $\Delta\bar{S}_i(A, B)$ позволяет ответить на вопрос: насколько меньшей площадью ошибки (в среднем) обладает i -ая конфигурация по сравнению с опорной конфигурацией при заданных значениях A и B ?

Далее необходимо найти объёмы фигур V_i , каждая из которых ограничена:

- разностью поверхностей $\Delta\bar{S}_i(A, B)$;
- поверхностью $O(A, B) = 0$;
- областью, удовлетворяющей неравенствам $A_{min} \leq A \leq A_{max}$, $B_{min} \leq B \leq B_{max}$.

Для этого воспользуемся формулой двойного интеграла:

$$V_i = \iint_D \Delta\bar{S}_i(A, B) dA dB, \quad (4)$$

где область D представляет собой прямоугольник, ограниченный неравенствами $A_{min} \leq A \leq A_{max}$, $B_{min} \leq B \leq B_{max}$.

Расчет V_i позволяет агрегировать все значения $\Delta\bar{S}_i(A, B)$ (как положительные, так и отрицательные) в пределах области интегрирования. В результате интегрирования положительные значения $\Delta\bar{S}_i(A, B)$ будут скомпенсированы отрицательными значениями $\Delta\bar{S}_i(A, B)$ (или наоборот).

Точность расчета V_i будет зависеть от выбранного метода численного интегрирования [8]. Аналитический расчет V_i в условиях поставленной задачи невозможен.

Конфигурация k_i , обладающая наибольшим положительным значением V_i , будет считаться предпочтительнее остальных. Однако если все V_i оказались положительными или равны нулю, можно сказать, что предпочтительной является опорная конфигурация $k_{оп}$.

Литература

1. Олифер В., Олифер Н. Компьютерные сети. Принципы, технологии, протоколы : учеб. для вузов ; 5-е изд. СПб. : Питер, 2016. С. 138–157.
2. Карташевский В. Г., Буранова М. А. Влияние механизмов управления QoS на показатели качества обслуживания мультимедийного трафика сети Internet // T-Comm. 2013. № 8. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/> (дата обращения: 13.04.2018).
3. Котельников В. А. О пропускной способности эфира и проволоки в электросвязи // Материалы к I Всесоюз. съезду по вопросам технич. реконструкции дела связи и развития слаботоч. пром-сти. М. : Управление связи РККА, 1933. С. 1–19. Репринт ст. в журн. УФН. 2006. № 176 (7). С. 762–770.

4. Поршнев С. В., Кусайкин Д. В. О точности восстановления периодических дискретных сигналов конечной длительности с помощью ряда Котельникова // Т-Comm: Телекоммуникации и транспорт. 2016. Т. 10. № 11. С. 4–8.
5. Амосов А. А., Дубинский Ю. А., Копченова Н. В. Вычислительные методы для инженеров : учеб. пособие. М. : Высш. шк., 1994. С. 302–304.
6. Симаков Д. В., Кучин А. А. Анализ статистических характеристик Интернет трафика в магистральном канале // Т-Comm. 2015. № 5. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/> (дата обращения: 14.04.2018).
7. Шикин Е. В., Плис Л. И. Кривые и поверхности на экране компьютера : рук. по сплайнам для пользователей. М. : Диалог-МИФИ, 1996. С. 59–62.
8. Блюмин А. Г., Федотов А. ., Храпов П. В. Численные методы вычисления интегралов и решения задач для обыкновенных дифференциальных уравнений : метод. указания к выполнению лаборатор. работ по курсу «Численные методы». М. : МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2008. С. 26–41.

УДК 622.276.031.1/.4:531.3:519.87

УЧЕТ ОСОБЕННОСТЕЙ СТРОЕНИЯ ПЛАСТОВ БАЖЕНОВСКОЙ СВИТЫ ПРИ ПОСТРОЕНИИ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ И МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕРМОГАЗОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ

Д. Т. Миронов¹, К. Д. Ашмян¹, А. В. Гореликов²

¹ Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований
Российской академии наук, mdt1958@yandex.ru

² Сургутский государственный университет

Рассматриваются вопросы математического моделирования трехфазной фильтрации в условиях применения термогазового метода увеличения нефтеотдачи (ТГ МУН). Приведена краткая характеристика отложений баженовской свиты и дано описание основных механизмов воздействия на пласт при реализации ТГ МУН. Показаны характерные особенности данной технологии при закачке водо-воздушной смеси для реализации влажного внутрипластового горения.

Ключевые слова: термогазовое воздействие, МУН, баженовская свита, закачка кислородсодержащей смеси (воздуха, водовоздушной смеси), кероген-органическое вещество, дренируемые и недренируемые породы, влажное внутрипластовое горение, смешивающееся вытеснение.

FEATURES OF BAZHENOV FORMATION'S SEAM STRUCTURE IN THE CONSTRUCTION OF HYDRODYNAMIC MODELS AND THERMAL GAS TREATMENT MODELING

D. T. Mironov¹, K. D. Ashmyan¹, A. V. Gorelikov²

¹ System Research Institute, Russian Academy of Sciences, mdt1958@yandex.ru

² Surgut State University

The article describes problems of mathematical modeling of three-phase filtration in conditions of thermal gas treatment for an advanced recovery method. Brief description of stratum in the Bazhenov formation is given. Basic mechanisms of the thermal gas treatment during enhanced oil recovery are considered. The main features of the applied technology during injection of the water-air mixture in the wet in-situ combustion process are discussed.

Keywords: thermal gas treatment, EOR methods, Bazhenov formation, oxygen-containing mixture injection, kerogen, miscible drive, wet in-situ combustion, enhanced oil recovery.

Одной из насущных для решения задач является сегодня освоение огромного ресурсного потенциала нефтеносных отложений баженовской свиты (БС) в Западно-Сибирском регионе. Освоение таких ресурсов требует значительных исследовательских и опытных (подготовительных) работ, и их реализация приведет не только к развитию новых инновационных технологий и технических средств, но и вдохнет новую жизнь в обустроенные регионы с развитой социальной и инженерной инфраструктурой.

Прежде чем перейти к рассмотрению основных подходов при моделировании технологий воздействия на данные пласты, кратко остановимся на характере пород БС и основных свойствах коллектора.

Породы баженовской свиты представляют собой сложный органоминеральный комплекс с высоким содержанием органического вещества и минеральных компонентов (глинистых, кремнистых, карбонатных), заключенных в аргилито-алевритовой толще с дренируемыми карбонатизированными прослоями радиолярий и вторичных доломитов [1].

Выделяемые дренируемые интервалы пласта представлены чаще всего кремнистыми и карбонатно-кремнистыми породами, имеющими биогенное происхождение. Источником биогенного кремнезема служили преимущественно радиолярии, поэтому их структура сохраняется как в кремнистых, так и в карбонатно-кремнистых породах. Коллектор трещинно-порового типа формировался за счет вторичной емкости при термопреобразовании органического вещества (керогена) и неорганической породы и при растрескивании хрупких слоев радиоляритов (автофлюидоразрыв, тектонический фактор) [1–2].

Отдельные интервалы породы, представленные радиоляритами различной степени карбонатизации, имеют относительно высокие фильтрационно-емкостными свойствами: значения открытой пористости достигают 15 % (в среднем не выше 4–8 %), абсолютной газопроницаемости – до 40 мД (в среднем 2–5 мД).

Суммарная мощность кремнистых и карбонатно-кремнистых пород в разрезах может достигать 8–9 м, в то время как суммарная мощность в них пород-коллекторов, содержащих извлекаемую подвижную нефть, не превышает 3–5 м [1].

При формировании отложений БС одновременно, по мере роста горного давления продолжался естественный пиролиз кероген-содержащих пород и формирование новых зон пустотности в местах преобразования керогеновых зерен породы. Выделяющиеся в процессе катагенеза углеводороды и газовые агенты резко увеличивали давление, что приводило к дальнейшему растрескиванию породы и формированию новых зон трещиноватости в направлениях, имеющих минимальные эффективные напряжения в породе, которое определяется и контролируется как структурным положением, так и литологическими особенностями слагающих данные зоны пород.

Часть уже сформированного углеводородного сырья, содержащего преимущественно газовые и легкие компоненты, фильтровалась и генерировалась в зонах с развитой микро-трещиноватостью и с повышенными фильтрационно-емкостными свойствами (ФЕС), где и сформировались зоны максимальной плотности запасов. Оставшаяся часть частично дегазированных более тяжелых углеводородных компонентов с высоким содержанием смол и асфальтенов оставалась запечатанной в закрытых порах.

Также важно выделить те основные особенности строения БС и процессов, происходящих при разработке, учет которых необходим для описания механизмов при термогазовом воздействии (ТГВ).

Многочисленные исследования по скважинам на месторождениях БС проводились в ОАО «Сургутнефтегаз» [3–4]. Данные исследования показали значительную зависимость ФЕС от литотипов породы. Согласно обобщенным результатам исследований литолого-физических характеристик пород в БС выделено 7 литотипов, среди которых 3 литотипа (карбонатный, глинисто-карбонатно-керогено-кремнистый, глинисто-керогено-кремнисто-карбонатный) являются дренируемыми с содержанием карбонатного и кремнистого материала. Содержание керогена в дренируемых породах может достигать 30 %.

Важное значение для оценки технологических показателей имеет величина пустотности и ее зависимость от температуры. Согласно обобщенным результатам исследований (рис. 1) средние значения пустотности дренируемых пород БС в пластовых условиях находятся в пределах от 4 % до 8 %. По результатам исследований также отмечено, что общая пустотность пород увеличивается с ростом пластовой температуры, причем рост общей пустотности и рост начальных дебитов нефти наиболее интенсивно увеличивается в диапазоне более высоких значений пластовой температуры.

Таким образом, многочисленные исследования и опыт эксплуатации БС показали целесообразность и необходимость искусственного повышения температуры пласта. При этом возможен не только рост общей пустотности, но и увеличение охвата пластов воздействием (зон дренирования) и, соответственно, рост нефтеотдачи пластов.

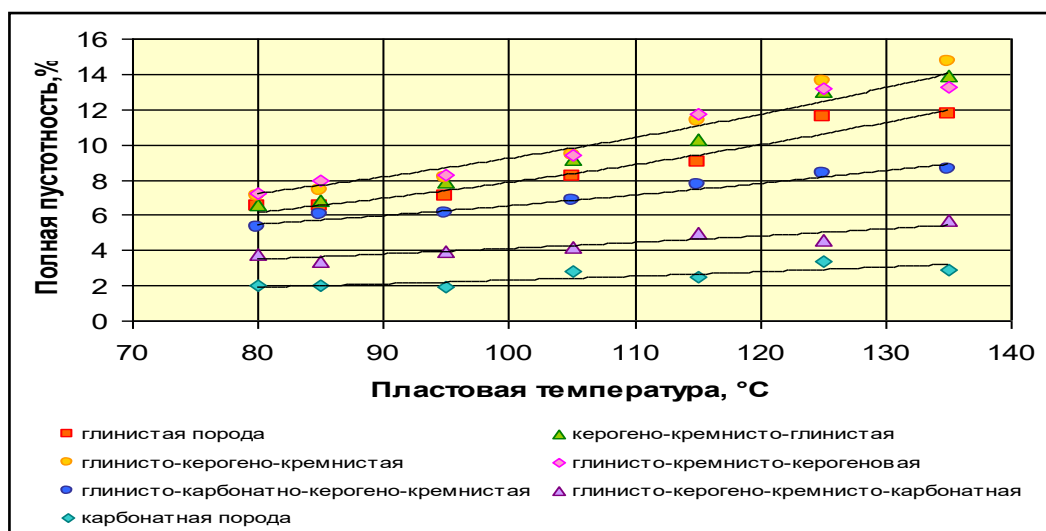


Рис. 1. Зависимость средних значений полной пустотности литотипов пород БС от температуры пласта

Именно эта особенность температурного воздействия на породы БС является основной предпосылкой использования термогазового воздействия в качестве наиболее перспективного метода разработки залежей нефтематеринских пород. Детальному рассмотрению этого вопроса посвящены работы А. А. Боксермана с соавт. [5–6].

Дальнейшие многочисленные экспериментальные исследования показали, что увеличение температуры микропустотного пространства (матрицы) до 250–350 °C позволяет не только извлечь не менее 70–80 % первоначально содержащейся в ней легкой нефти, но и результате пиролиза и крекинга превратить значительную часть твердого керогена в жидкие и газообразные углеводороды, которые при определенных условиях также могут быть извлечены [7–10]. При этом суммарная объемная доля выхода углеводородов может достигать 50–60 % от объемного содержания керогена.

Говоря о технологиях воздействия на пласты БС, надо помнить, что естественный процесс катагенеза достаточно длителен и в природных условиях занимает десятки миллионов лет, а для искусственного ускорения процесса требуется постоянный и значительный подвод тепла при техногенном воздействии. Поэтому одной из важных задач является расширение зон протекания процесса по площади для увеличения охвата воздействием. Данное расширение объема (зон) прогрева пласта можно реализовать за счет использования новых технологических решений, например, при реализации закачки термогазовых смесей с определенным водовоздушным отношением и также сочетанием различных комбинаций термогазохимического воздействия, в т. ч. с разбуриванием данных зон протяженными стволами горизонтальных добывающих скважин.

Возможность применения плотной сетки горизонтальных скважин (ГС) конечно имеет экономические ограничения и может эффективно реализовываться только при наличии значительных выдержанных толщин керогено-содержащих зон, позволяющих получить рентабельную накопленную добычу и характерных для аналогичных отложений типа бакен в США [11].

Выделяя основные процессы при реализации термогазового воздействия, надо выделить тепловое воздействие, при котором генерируется значительная тепловая энергия, воздействующая на ФЕС породы и содержащуюся в ней нефть. Важно, что в процессе реализации метода происходит постепенный прогрев окружающих керогенсодержащих слоев, где в результате пиролиза и крекинга значительная часть твердого керогена преобразуется в жидкие и газообразные углеводороды [12].

Говоря об основных механизмах при реализации ТГВ на пласты БС, также необходимо выделить одновременное протекание двух основополагающих процессов – низкотемпературное окисление и высокотемпературное горение [13].

Данные процессы протекают при закачке кислородосодержащей смеси, в частности, воздуха или водовоздушной смеси в нефтесодержащие породы с повышенной начальной пластовой температурой (более 60–65 °С) или при более низкой (до 40–45 °С) в случае присутствия в породе-коллекторе катализаторов самопроизвольного окисления нефти.

Именно использование природного фактора, обеспечивающего активные самопроизвольные окислительные процессы, является основной отличительной особенностью термогазового способа разработки нефтяных месторождений. В результате этих процессов происходит внутрипластовая трансформация закачиваемого газового агента в эффективный смешивающийся с пластовой нефтью вытесняющий агент.

Происходит формирование зоны (оторочки) с высокоэффективным агентом с высокими вытесняющими способностями, приводящими к значительному снижению остаточной нефтенасыщенности, а также процесс фильтрации окислителя (воздуха) и дымовых газов (в основном, азота) через продукты окисления нефти.

Подробно результаты начального этапа промысловых испытаний термогазового способа разработки на Средне-Назымском месторождении, которые к настоящему времени завершены, изложены в журнале «Нефтяное хозяйство» [12].

Сравнение различных технологических решений, предлагаемых для разработки БС, будет проведено в следующих статьях. Пока лишь кратко отметим, что результаты испытаний на Средне-Назымском месторождении подтвердили возможности эффективной реализации термогазового метода на пластах БС, характерных для данного (Средне-Назымского) района.

Для построения математических моделей процессов, проходящих при ТГВ, можно принять следующую усредненную схему строения участка исследований залежи БС.

Пласт состоит из недренируемых глинистых, кремнеземных и кероген-содержащих практически непроницаемых пропластков, разделенных маломощными дренируемыми слоями с фильтрационно-емкостными свойствами, с высоким содержанием карбонатного и кремнистого материала. Глинистые пропластки содержат основную часть органического вещества нефтематеринской породы – керогена. Основной приток флюидов в скважину и их закачка в пласт возможен из дренируемых пропластков.

Далее приведем описание основных подходов и соответствующих алгоритмов, необходимых для моделирования процессов при термогазовом воздействии. В целом, при процессе ТГВ возникает неизотермическая фильтрация ряда компонентов совместно с экзотермическими окислительными реакциями и связанными с ними термодинамическими изменениями компонентного состава, насыщающих пласт флюидов.

В общем виде математическая модель процесса разработки нефтяного пласта – это система дифференциальных уравнений в частных производных, выражающих сохранение массы и энергии. Кроме этого, для изучения процессов, происходящих внутри пород БС, при термогазовом воздействии необходима модель, позволяющая моделировать механизм процесса вытеснения нефти термогазовым методом с учетом основных особенностей его реализации, и процессов, имеющих место при реализации метода, такими как:

- экзотермическая химическая реакция окисления органических веществ кислородом воздуха с образованием в результате химической реакции продуктов окисления (СО, СО₂, кокса);
- испарение и конденсация легких углеводородных фракций;
- растворение легких углеводородных фракций, СО и СО₂ в нефти;
- перенос тепла за счет теплопроводности и конвекции;
- тепловые потери в кровлю и подошву пласта за счет теплопроводности;

– изменение коэффициента проницаемости глинистых пропластков, содержащих основную часть керогена за счет образования системы микротрещин, в ходе химических превращений.

Система уравнений композиционной модели также включает уравнения движения – обобщенный закон Дарси для фильтрации фаз, законы термодинамики для расчета полей давления и температуры. Для расчета фазового равновесия компонентов используется уравнение состояния Пенга – Робинсона.

Для описания распространения тепла решается уравнение теплопроводности с аналогичными начальными и граничными условиями. Для каждого компонента определяются коэффициенты теплоемкости и теплопроводности, задается начальное распределение пластовой температуры и значение температуры кровли и подошвы пласта.

Таким образом, система уравнений с начальными и граничными условиями при заданных выше допущениях описывает математическую модель пласта. Для решения поставленной краевой задачи применяются сеточные методы. Известные методы аппроксимации дифференциальных уравнений с частными производными и граничных условий позволяют аппроксимировать систему уравнений.

Выходными данными описанного алгоритма являются поля давлений и поля насыщенности, рассчитанные на каждом временном шаге для всех блоков разбиения пласта.

Описанная выше математическая модель является композиционной моделью. В отличие от более известной модели «нелетучей нефти» (Black Oil) композиционная модель более сложная, так как учитывает компонентный состав жидкой и газовой фаз углеводородов и воды, фильтрующихся в пласте, что позволяет более точно рассчитывать фазовые переходы и изменение температуры в пласте.

Моделирование процесса вытеснения нефти термогазовым методом сложнее моделирования вытеснения при нагнетании теплоносителей или газов, не продуцирующих окислительные процессы. Большое число химических реакций и интенсивный межфазный обмен существенно усложняют решение и увеличивают число уравнений, которые следует принимать во внимание для адекватного описания протекающих в пласте процессов.

Для численного исследования основных особенностей механизма термогазового метода увеличения нефтеотдачи могут применяться гидродинамические симуляторы типа STARS (CMG-Канада), позволяющие корректно моделировать гидродинамические и физико-химические процессы [14].

Многокомпонентный массо- и теплоперенос, фазовое состояние и химические реакции в рассматриваемой задаче представляются как взаимосвязанные явления и могут быть описаны следующей системой уравнений.

Согласно *закону сохранения массы вещества*, сумма дивергенции от потока массы i -го вещества (компонента), n -компонентной системы и источника (стока) i -го компонента равна частной производной от объемной концентрации i -го компонента по времени:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} = -\operatorname{div} \vec{I}_i + I_i, \quad (1)$$

где ω_i – объемная концентрация i -го компонента, равная отношению массы компонента M_i к объему смеси V ($\omega_i = M_i/V$);

$\vec{I}_i$ – плотность потока i -го компонента вещества;

I_i – источник (сток) i -го компонента, равный количеству массы вещества i -ого компонента, выделяемого (поглощаемого) в единицу времени в единице объема в результате фазовых превращений и химических реакций.

Перенос i -го компонента может происходить диффузионным путем вследствие неодинаковости истинных скоростей движения отдельных частиц вещества и других причин, а также путем конвективного (фильтрационного) переноса в результате градиента давления в пористой среде

$$\vec{I} = \vec{I}_{ид} + \vec{I}_{i\phi}, \quad (2)$$

где $\vec{I}_{ид}$ – плотность диффузионного потока i -го компонента вещества;

$\vec{I}_{i\phi}$ – плотность фильтрационного потока i -го компонента вещества.

Дифференциальное уравнение массопереноса i -го компонента в пористых средах аналогично общему уравнению переноса (1), однако при этом объемную концентрацию компонента удобнее выразить в следующей принятой в подземной гидродинамике форме:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi \cdot (\rho_o \cdot s_o \cdot x_i + \rho_g \cdot s_g \cdot y_i)] + \text{div}(\rho_o \cdot x_i \cdot \vec{u}_o + \rho_g \cdot y_i \cdot \vec{u}_g) + \\ + x_i \cdot Q_o + y_i \cdot Q_g + \sum_{r=1}^{N_{\text{reac}}} s_i^r \cdot \gamma_r = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где ρ_o – молярная плотность нефтяной фазы;

s_o – нефтенасыщенность;

x_i – концентрация i -го компонента в нефтяной фазе;

y_i – концентрация i -го углеводородного компонента в газовой фазе;

$\vec{u}_o$ – скорость нефтяной фазы;

Q_o – молярный расход нефтяной фазы ($Q_o > 0$ при добыче, $Q_o < 0$ при закачке);

γ_r – скорость химической реакции r ($r = 1 \dots N_{\text{reac}}$);

s_i^r – стехиометрический коэффициент i -го компонента в реакции r .

Для решения уравнения закона сохранения энергии необходимо знать определяющие соотношения для внутренней энергии подвижных и неподвижной фаз.

Так же, как и для расчета фазового равновесия, существует несколько способов вычисления внутренней энергии подвижных фаз как функции температуры, давления и состава. Энтальпия и внутренняя энергия фаз могут быть вычислены явно, когда известны уравнения состояния для фаз. Данный способ является вычислительно недостаточно эффективным, поэтому на практике часто используется подход, включающий задание величины теплоемкости при постоянном давлении как функции температуры.

Дифференциальное уравнение, отражающее закон сохранения энергии, имеет вид [15]:

$$\text{div} \vec{J}e = \frac{\partial(\rho e)}{\partial t}, \quad (4)$$

где $\vec{J}e$ – поток энергии в системе; $e = E_{\text{сис}}/M$ – удельная энергия системы; $E_{\text{сис}}$ – энергия всей системы с массой M ; $\rho = M/V$ – плотность системы.

Одна из важных особенностей тепловых методов разработки нефтяных месторождений заключается в том, что в пласт вводится (или в нем генерируется) огромное количество тепла. Это дает возможность в дальнейшем пренебречь некоторыми превращениями в тепловую энергию, которые происходят, например, в результате трения фильтрующихся жидкостей и газов, вследствие изменения объемов газа и т. п. Эти упрощения дают возможность [15] перейти от уравнения (4) к уравнению сохранения энтальпии. Таким образом, локальная производная от объемной концентрации энтальпии по времени равна дивергенции от плотности потока энтальпии. В общем виде уравнение сохранения энтальпии может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} [\phi \cdot (\rho_o \cdot s_o \cdot U_o + \rho_g \cdot s_g \cdot U_g + \rho_w \cdot s_w \cdot U_w) + (1 - \phi) \cdot \rho_r \cdot U_r] + \\ + \text{div}(\vec{J}_q + \rho_o \cdot H_o \cdot \vec{u}_o + \rho_g \cdot H_g \cdot \vec{u}_g + \rho_w \cdot H_w \cdot \vec{u}_w) + \end{aligned}$$

$$+ H_o \cdot Q_o + H_g \cdot Q_g + H_w \cdot Q_w + \sum_{r=1}^{N_{\text{reac}}} \Delta H_r \cdot \gamma_r + F_{ep} = 0, \quad (5)$$

где U_o , U_g , U_w , U_r – внутренняя энергия нефти, газа, воды и породы соответственно; H_o , H_g , H_w , H_r – энтальпия нефти, газа, воды и породы соответственно; ρ_r – плотность породы; $\bar{J}_q$ – кондуктивный поток энергии; ΔH_r – энтальпия реакции r ; F_{ep} – теплообмен с окружающими породами.

Теплообмен может рассчитываться только для ячеек, расположенных в кровле и подошве коллектора и имеющих непосредственный контакт с окружающими породами. Этот параметр может быть как положительным, так и отрицательным. Если температура окружающих пород меньше температуры коллектора, то $F_{ep} > 0$.

Внутренняя энергия породы и жидкости принимается равной их энтальпии, а для газовой фазы принимается следующее соотношение:

$$U_g = H_g - P \cdot V = H_g - \frac{P}{\rho_g}. \quad (6)$$

Для замыкания уравнений сохранения массы используется обобщенный закон Дарси в виде:

$$\bar{u}_p = - \frac{k \cdot k_{rp}}{\mu_p} (\text{grad} P_p + \bar{g}), \quad (7)$$

где $\bar{u}_p$ – скорость фазы p ; k – абсолютная проницаемость; k_{rp} – относительная проницаемость фазы p ; μ_p – вязкость фазы p ; P_p – давление в фазе p ; $\bar{g}$ – ускорение свободного падения.

Тепловой поток в уравнении сохранения энергии определяется законом Фурье:

$$\bar{J}_q = -\lambda^* \cdot \text{grad} T, \quad (8)$$

где λ^* – эквивалентная теплопроводность пористой среды; T – температура, К.

Для задания модели *химических реакций* необходимо перечислить непосредственно сами реакции, участвующие в них компоненты и фазы, в которых они находятся, а также стехиометрические коэффициенты реакций. Согласно экспериментам приводятся величины теплового эффекта реакций и параметры закона Аррениуса, описывающего скорости реакций.

Для расчета скорости окисления нефти в пористой среде используется кинетическое уравнение Аррениуса:

$$W = \frac{dC}{dt} = K' \cdot C^{n_1} \cdot (10 \cdot P_{O_2})^{n_2}, \quad (9)$$

где W – скорость реакции нефти с кислородом воздуха, кг/(кг·с); C – концентрация компонента, участвующего в реакции окисления, кг; t – время, с; P_{O_2} – парциальное давление кислорода, МПа; n_1 , n_2 – порядок реакции по топливу и кислороду, соответственно; K' – константа скорости реакции:

$$K' = A_0 \cdot \exp \left(- \frac{E_A}{RT} \right), \quad (10)$$

где A_0 – постоянная Аррениуса (предэкспоненциальный множитель), кг/(кгⁿ¹·МПаⁿ²·с); R – универсальная газовая постоянная, Дж/(моль·К); E_A – энергия активации, Дж/моль.

При расчетах *уравнения состояния* в силу того, что скорости обменных процессов между фазами существенно выше характерных скоростей фильтрации в пористой среде, в рамках рассматриваемой задачи принимается гипотеза локального термодинамического рав-

новесия. Концентрации углеводородных y_i компонентов и воды y_w в газовой фазе выражаются через их константы равновесия:

$$y_i = K_i \cdot x_i, (i = 1 \dots N_c), \quad (11)$$

$$y_w = K_w \cdot x_w^w, (x_w^w = 1). \quad (12)$$

Для описания состояния жидкостей и газов на углеводородной основе, а также фазовых переходов типа «жидкость-газ» в углеводородных смесях (расчет констант термодинамического равновесия) применяют явные полуэмпирические уравнения состояния $p = p(T, v_i)$, описывающие одновременно жидкую и газовую фазу, обычно по известному уравнению Пенга – Робинсона.

$$P = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V(V+b)+b(V-b)}, \quad (13)$$

где P – давление; T – температура; V – объем; R – универсальная газовая постоянная; a и b – коэффициенты, которые определяются для критических условий.

Параметр a зависит от температуры:

$$a(T) = a_c \cdot \alpha(T);$$

$$\alpha(T) = (1 + m (1 - (T/T_c)^{0.5}))^2,$$

$$m = 0.37464 + 1.54226\omega - 0.2699\omega^2,$$

$a(T) = 1$ при критической температуре. Параметр b не зависит от температуры.

Соотношения (1)–(13) реализованы в большинстве известных коммерческих тепловых симуляторах нефтяного пласта, таких как: ATHOS, разработанный Французским институтом нефти (IFP); ECLIPSE компании Schlumberger, США; STARS компании CMG, Канада и др. [14].

Как показано выше, одна из важных задач при разработке кероген-содержащих отложений БС заключается в максимально эффективном использовании сгенерированного на фронте и при пиролизе керогена тепла и перенос его впереди фронта горения. Это приведет к расширению зон протекания процесса по площади и увеличению охвата воздействием. Данное расширение зон прогрева пласта можно реализовать при применении влажного внутрипластового горения (ВВГ), когда реализуется закачка термогазовых смесей с определенным водовоздушным отношением.

Основной особенностью ВВГ является использование тепловых свойств насыщенного пара, способного аккумулировать в себе гораздо больше тепла, чем остальные газовые агенты. Так, например, для того, чтобы нагреть 1 г воды при атмосферном давлении от 0 °С до 100 °С необходимо примерно 100 кал, тогда как для последующего перевода этой порции воды в пар необходимо уже 540 кал энергии, что практически в 5 раз выше. Данная особенность водяного пара наиболее обширно применяется в таких тепловых методах, как паротепловое воздействие, паро-циклические обработки и т. п.

Одновременная закачка водовоздушной смеси позволяет ускорить процесс переноса тепла, аккумулированного за фронтом горения, в область перед фронтом горения и увеличить область пласта, подвергнутую тепловому воздействию. Общий вид процесса влажного внутрипластового горения изображен схематично на рис. 2 [16].

Как показано на рис. 2, при перемещении фронта горения по пласту в нем выделяется ряд характерных температурных зон, что отражено в ряде математических моделей внутрипластового горения, созданных В. П. Степановым, А. А. Боксерманом, Ю. П. Желтовым [17–18], Эмери [19], Марксом и Лонгенхеймом [20] и другими исследователями. В 1962 г. Коуч и Селиг [21] предложили одну из наиболее распространенных впоследствии математических моделей внутрипластового горения применительно к условиям проведения лабораторных экспериментов. Согласно этой модели изменение температуры описывается уравнением теплопроводности с конвекцией при наличии подвижного источника тепла и теплообмена с

окружающими пласт породами. Теплообмен пласта с окружающими породами принят по схеме Ньютона, а теплоперенос в пласте – по схеме «сосредоточенной емкости».

В большинстве моделей, разработанных для изучения влажного внутрипластового горения, в общем случае выделяется пять характерных температурных зон (рис. 2): две в области позади фронта горения (зона 1 – переходная температурная зона; зона 2 – зона перегретого пара) и три в области впереди фронта горения (зона 3 – зона перегретого пара; зона 4 – зона насыщенного пара; зона 5 – переходная температурная зона).

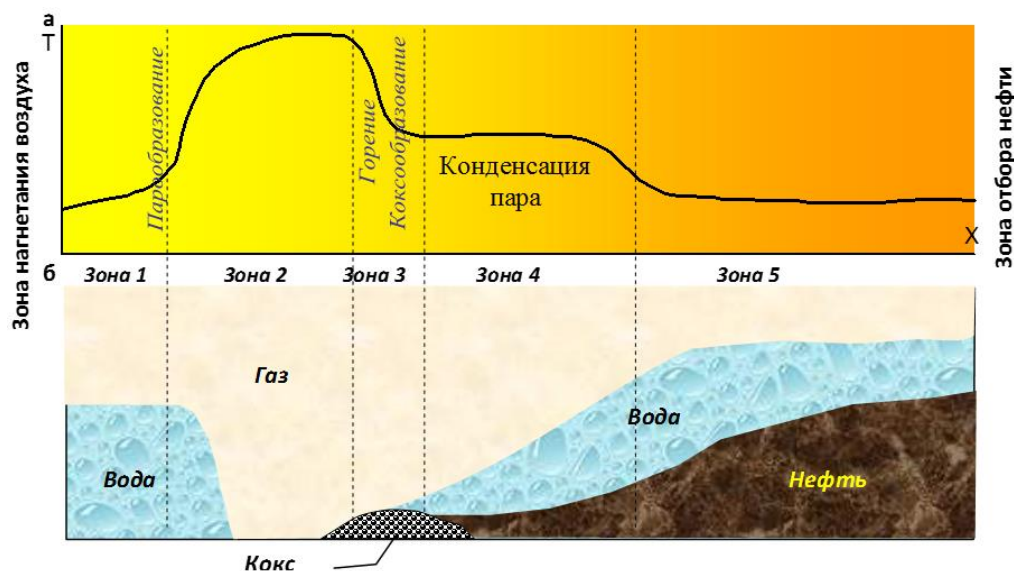


Рис. 2. Профили температуры и насыщенности при влажном горении

Эффективность влажного горения зависит от размера зоны парового плато (насыщенного пара). Регулирование размера плато можно проводить путем изменения или водовоздушного отношения (ВВО), или количества одновременно закачиваемой воды. Оптимальный диапазон ВВО для эффективного влажного горения (что соответствует максимальному размеру парового плато) находится, как правило, в диапазоне $0,001\text{--}0,005\text{ м}^3/\text{нм}^3$ [22].

Дальнейший рост ВВО в условиях кероген-содержащего коллектора БС может приводить к снижению температуры ниже температуры пиролиза керогена при дополнительном уходе тепла в окружающие породы. Отношение выше $0,005\text{ м}^3/\text{нм}^3$ соответствует уже сверхвлажному горению, в процессе которого закачиваемая вода уже в жидкой, а не в паровой фазе внедряется в зону горения, существенно снижая температуру и фактически останавливая процесс горения.

Когда осуществляется влажное внутрипластовое горение, то формируется различный характер теплопереноса в областях позади и впереди фронта горения [22]. В области впереди фронта горения скорость конвективного теплопереноса будет выше скорости перемещения фронта горения, а в области позади фронта горения скорость конвективного теплопереноса будет меньше скорости перемещения фронта горения, хотя в значительно меньшей степени, нежели при сухом внутрипластовом горении. При осуществлении ВВГ в области впереди фронта горения может развиваться зона прогрева пласта, состоящая из зон насыщенного пара и горячего конденсата, имеющих высокие вытесняющие способности.

Таким образом, оптимальный процесс ВВГ реализуется в том случае, когда генерируемое на фронте горения тепло максимально направляется в область пласта впереди фронта горения.

Проведенный выше анализ позволяет сделать следующие выводы и заключения:

- при закачке в пласт водовоздушной смеси за счет конвективного переноса тепла впереди фронта горения развиваются зоны насыщенного пара, благодаря которым происхо-

дит основной нагрев недренируемых интервалов пласта баженовской свиты с керогенсодержащими породами;

- для определения необходимых технологических режимов работы нагнетательных скважин требуется предварительное проведение на гидродинамической модели и в лабораторных условиях оценки скорости конвективного теплопереноса, скорости перемещения фронта горения, изменения относительных фазовых проницаемостей в зависимости от изменения состава вытесняющего агента и других параметров;

- требуется оценка оптимальных режимов закачки агентов с ВВО для обеспечения эффективного извлечения нефти из дренируемых зон за счет формирования смешивающегося вытеснения;

- использование керогена в качестве топлива для самопроизвольных окислительных процессов позволяет поддерживать высокую температуру на фронте горения и задачи моделирования заключаются в т. ч. и в определении режимов, направленных на максимальный и преимущественно одновременный охват как дренируемых, так и подключаемых к разработке непроницаемых (матричных) зон баженовской свиты;

- необходимо существенное расширение экспериментальных и численных исследований и их систематизация, постоянный контроль за процессом методами промысловых исследований (ПГДИС), анализ результатов и возможных недостатков, получаемых в процессе опытно-промышленных и промысловых работ при разработке отложений данного типа, имеющих большой ресурсный потенциал;

- оценка показывает, что потенциал как технологической, так и экономической эффективности отечественного термогазового способа разработки значительно выше, чем использование только горизонтального бурения с МГРП, применяемого сегодня на Западе; кроме того, применение отечественного способа не сопровождается такими острыми экологическими проблемами, как американский.

Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ № 18-07-00504_А

Литература

1. Славкин В. С., Алексеев А. Д., Колосков В. Н. Некоторые аспекты геологического строения и перспектив нефтеносности баженовской свиты на западе Широкого Приобья // Нефть. хоз-во. 2007. № 8. С. 100–104.
2. Боксерман А. А., Вольпин С. Г., Миронов Д. Т. Особенности моделирования МУН для условий применения термогазового метода увеличения нефтеотдачи в различных геолого-физических условиях // Север России: стратегии и перспективы развития : материалы II Всерос. науч.-практич. конф. 27 мая 2016 г. Сургут, 2016. С. 8–19.
3. Батулин Ю. Е., Сонич В. П., Малышев А. Г., Зарипов О. Г., Шеметилло В. Г. Оценка перспектив применения гидротермовоздействия в пласте Ю₀ месторождений ОАО «Сургутнефтегаз» // Интервал. 2002. № 1. (36).
4. Сонич В. П. Перспективы разработки отложений баженовской свиты на месторождениях ОАО «Сургутнефтегаз». Сургут, 2002. 250 с.
5. Боксерман А. А. Результаты и перспективы применения тепловых методов воздействия на пласт // Тепловые методы воздействия на пласт : материалы межотрасл. семинара, г. Ухта, 5–8 октября 1971 г. М. : ВНИИОЭНГ, 1971. С. 10–16.
6. Боксерман А. А., Сафиуллин Р. Х., Кузьмина М. В. Разработка нефтяных месторождений с помощью внутрипластового горения // ВИНТИ. Горное дело. Разработка нефтяных и газовых месторождений. М. : ВИНТИ, 1969. С. 106–161.
7. Кокорев В. И., Судобин Н. Г., Полищук А. М., Горлов Е. Г. Термодеструкция керогена битуминозных пород тутлейской (баженовской) свиты месторождений Красноленин-

ского района // Теория и практика применения методов повышения нефтеотдачи пластов : материалы II Междунар. симп. 15 сентября 2009 г. Т. 1. М., 2009. С. 45.

8. Антонов С. В., Полищук А. М., Боксерман А. А. Развитие термогазового метода повышения нефтеотдачи. Кинетические закономерности автоокисления керогена и нефти // Теория и практика применения методов повышения нефтеотдачи пластов : материалы II Междунар. симп. 15 сентября 2009 г. Т. 1. М., 2009. С. 183.

9. Кокорев В. И. Техничко-технологические основы инновационных методов разработки месторождений с трудноизвлекаемыми и нетрадиционными запасами нефти. : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М., 2010. 45 с.

10. Баталин О. Ю., Вафина Н. Г. Формы захвата свободных углеводородов керогеном. // Междунар. журн. приклад. и фундамент. исслед. 2013. № 10 (3). С. 418–425.

11. . Hughes D. Drill, Baby, Drill: Can Unconventional Fuels Usher in a New Era of Energy Abundance? Santa Rosa, California, USA : Post Carbon Institute, 2013. 166 p.

12. Алекперов В. Ю., Грайфер В. И., Николаев Н. М., Карпов В. Б., Кокорев В. И., Нургалиев Р. Г., Палий А. П., Боксерман А. А., Клинчев В. А., Фомкин А. В. Новый отечественный способ разработки месторождений баженовской свиты ; ч. 1, 2. // Нефт. хоз-во. 2013. № 12. С. 100–105 ; 2014. № 1. С. 50–53.

13. Патент РФ 2139421. Способ разработки нефтяного месторождения. 09.09.1998. А. А. Боксерман (патентообладатель), Д. Г. Антониади, Ю. Е. Батурин, А. М. Бернштейн, А. С. Кашик, А. Г. Малышев, В. П. Сонич.

14. Бетелин В. Б., Юдин В. А., Королёв А. В., Афанаскин И. В., Вольпин С. Г. Моделирование химических реакций окисления и горения углеводородов при добыче нефти с закачкой в пласт воздуха. М. : НИИСИ РАН, 2015. 161 с.

15. Лыков А. В., Михайлов М. Ю. Теория тепло- и массопереноса. М. : ГЭИ, 1963. 535 с.

16. Айзикович О. М., Булыгин М. Г. Тепловой эффект реакций окисления в процессе влажного внутрипластового горения // Нефтепромысл. дело и транспорт нефти. 1985. № 11. С. 4–6.

17. Исследование тепловых методов добычи нефти : отчет ВНИИ // Фонды ВНИИ-Инефть. М., 1970.

18. Боксерман А. А., Желтов Ю. П. К расчету процесса внутрипластового горения : сб. науч. тр. ВНИИ, 1974. Вып. 49.

19. Emery L. W. Results from a multiwell thermal recovery test in southeastern // J Petrol Technol. 1962. № 14. P. 671–678.

20. Marx S. W., Longenheim R. N. Reservoir heating by hot fluid injection // Trans AIME. 1959. № 216. P. 312–315.

21. Couch E. J., Selig F. Further Discussion of a Study of Forward Combustion in a Radial System Bounded by Permeable Media // Jour Pet Tech. 1963. Dec. P. 1320–1330.

22. Боксерман А. А., Жданов Ю. П., Кочешков А. А. и др. Внутрипластовое горение с заводнением при разработке нефтяных месторождений // Тр. ВНИИ. Вып. LVIII. М. : Недра, 1974. 168 с.

УДК 665.644:544.4:517.9

АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ КИНЕТИКИ ПРОЦЕССА НЕФТЕПЕРЕРАБОТКИ

П. В. Заикин, С. А. Лысенкова, В. С. Микшина

Сургутский государственный университет

zaikin_pv@surgu.ru, lsa1108@mail.ru, mikshinavs@gmail.com

Рассмотрена задача моделирования процесса каталитического крекинга нефти. Модель представляет систему однородных дифференциальных уравнений первого порядка с постоянными коэффициентами. Предложен подход к алгоритмизации аналитического решения подобных систем дифференциальных уравнений в задачах моделирования процесса нефтепереработки.

Ключевые слова: гидрокрекинг, системы дифференциальных уравнений, нефтепереработка.

ANALYTICAL SOLUTION OF DIFFERENTIAL EQUATION SYSTEM OF MATHEMATICAL MODEL OF REFINING PROCESS KINETICS

P. V. Zaikin, S. A. Lysenkova, V. S. Mikshina

Surgut State University

zaikin_pv@surgu.ru, lsa1108@mail.ru, mikshinavs@gmail.com

The article considers the problem of the process modeling of catalytic oil cracking. The model represents a system of homogeneous differential equations of order one with constant coefficients. An approach to algorithmic presentation of an analytical solution of similar systems of differential equations in modeling problems of the oil refining process is proposed.

Keywords: hydrocracking, differential equation system, oil refining.

Построение математических моделей реакторов процессов нефтепереработки и нефтехимии принципиально не представляет трудностей с точки зрения системного подхода к моделированию. Структурный анализ, разбиение процесса на элементарные составляющие и исследование закономерностей в пределах каждого уровня являются необходимыми этапами. Основную сложность, связанную с многокомпонентностью перерабатываемых смесей и многомаршрутностью реакций, приходится преодолевать на первом уровне – построения кинетических моделей.

Количественное описание всех взаимодействий в такой реакционной смеси требует разработки кинетических моделей, которые отражали бы сложную схему превращений и детальный механизм реакций. Это позволило бы обосновать принципы расчета технологических процессов: прогнозировать превращение и управлять им, решать проблемы масштабного перехода от лабораторных исследований к работе промышленных агрегатов [1]. Однако практическая реализация такого детального описания процесса наталкивается на ряд трудностей.

Во-первых, из-за большого количества компонентов практически нереально получить надежные данные обо всех взаимных превращениях. Если имеется n компонентов, которые могут попарно взаимодействовать, то таких взаимодействий (взаимных превращений) будет $\frac{n(n-1)}{2}$. И даже если не все взаимодействия имеют место, все равно в многокомпонентной смеси количество протекающих реакций будет очень велико. К тому же надо учесть взаимное влияние этих превращений.

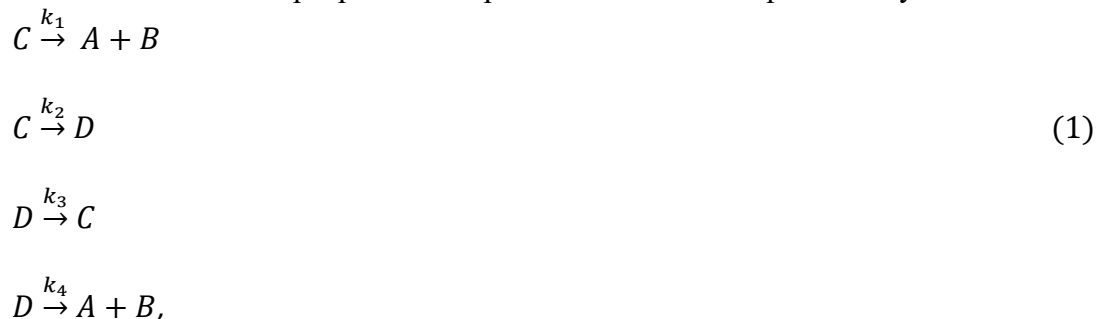
Во-вторых, довольно часто меняется состав перерабатываемых смесей из-за переменного состава партий исходного сырья, из-за изменений условий первичной переработки и других причин, что характерно для процессов нефтепереработки.

В-третьих, сложность кинетического описания процесса в многокомпонентной смеси порождает проблемы вычислительного характера как для обработки экспериментальных данных, так и для управления процессом в режиме реального времени [2, 5].

Рассмотрим математическое описание одного из процессов нефтепереработки. Для этого возьмем гипотетическую гомогенную химическую реакцию превращения углеводородов парафинового ряда в процессе каталитического крекинга [3, 6–8].

Пусть исходная смесь состоит из одного углеводорода, обозначим его буквой C . Пусть вещество C – это тяжелый углеводород, и под действием температуры и соударений распадается на углеводороды A и B и также превращается в изомер D с тем же количеством атомов углерода, что и в исходной молекуле. Вещество D также распадается на A и B , либо обратно превращается в C . Пусть продукты реакции A и B – это более легкие углеводороды, и с ними никаких превращений далее не происходит.

Схема химических превращений при каталитическом крекинге будет иметь вид:



где k_i – константа скорости i -той реакции. Константа скорости химической реакции является функцией температуры, и зависимость ее от температуры выражается законом Аррениуса: $k = k_0 \cdot e^{-\frac{E}{RT}}$, где k_0 – предэкспоненциальный множитель; E – энергия активации $\frac{\text{Дж}}{\text{моль}}$; T – температура, К; R – газовая постоянная, $\frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$.

Константы скорости реакций различного порядка имеют разную размерность. Константа скорости реакций первого порядка (мономолекулярных) имеет размерность с^{-1} , константа скорости второго порядка (бимолекулярных) – $\frac{\text{л} \cdot \text{с}^{-1}}{\text{моль}}$.

Математическая модель кинетики реакции каталитического крекинга, описанная схемой химических превращений (1), представляет собой систему дифференциальных уравнений материального баланса:

$$\begin{cases} \frac{dC_A}{dt} = k_1 C_C(t) + k_4 C_D(t) \\ \frac{dC_B}{dt} = k_1 C_C(t) + k_4 C_D(t) \\ \frac{dC_C}{dt} = -(k_3 + k_1) C_C(t) + k_2 C_D(t) \\ \frac{dC_D}{dt} = -(k_3 + k_1) C_C(t) + k_2 C_C(t) \end{cases} \tag{2}$$

Запишем систему в более удобном виде, обозначив $y_1 = C_A$, $y_2 = C_B$, $y_3 = C_C$, $y_4 = C_D$

$$\begin{cases} 1) \frac{dy_1(t)}{dt} = k_1 y_3(t) + k_4 y_4(t) \\ 2) \frac{dy_2(t)}{dt} = k_1 y_3(t) + k_4 y_4(t) \\ 3) \frac{dy_3(t)}{dt} = -(k_1 + k_2) y_3(t) + k_3 y_4(t) \\ 4) \frac{dy_4(t)}{dt} = k_2 y_3(t) - (k_2 + k_4) y_4(t) \end{cases} \quad (3)$$

Решение системы (3) получаем в виде: $y_i(t) = C_i \cdot e^{\lambda_i t}$ ($i = \overline{1..4}$).

Рассмотрим детально этапы решения и расчета приведенной гипотетической реакции:

Исходными данными для схемы химических превращений (1) является набор констант скоростей реакции для данной температуры k_i и концентрации веществ в начальный момент времени C_i .

Пусть коэффициенты скорости реакции заданы следующим образом: $k_1 = 0.02, k_2 = 0.001, k_3 = 0.001, k_4 = 0.02$. Начальные концентрации соответственно $C_A = 0, C_B = 0, C_C = 90, C_D = 10$.

На первом этапе получим матрицу коэффициентов системы (3), общий вид которой:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} \end{pmatrix}$$

Первый столбец матрицы получается из коэффициентов правой части системы дифференциальных уравнений (3) при неизвестной $y_1(t)$, второй столбец – из коэффициентов правой части системы дифференциальных уравнений при неизвестной $y_2(t)$:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & k_1 & k_4 \\ 0 & 0 & k_1 & k_4 \\ 0 & 0 & -(k_1 + k_2) & k_3 \\ 0 & 0 & k_2 & -(k_2 + k_4) \end{pmatrix}$$

После подстановки значений констант матрица примет вид:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0.02 & 0.02 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0.02 \\ 0 & 0 & -0.021 & 0.001 \\ 0 & 0 & 0.001 & -0.021 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Определитель матрицы равен нулю, так как в ней имеются линейно зависимые строки и столбцы. Вычеркнув одинаковые строки и столбцы, получим матрицу вида:

$$A^* = \begin{pmatrix} -0.021 & 0.001 \\ 0.001 & -0.021 \end{pmatrix} \quad (5)$$

В матрице (4) первый и второй столбец, а также первая и вторая строка соответствуют продуктам A и B схемы химических превращений (1). Так как продукты A и B не расходуются в дальнейшем процессе превращений, то их концентрации являются линейно зависимыми от исходного состава сырья. Это демонстрируют уравнения 3 и 4 системы (3).

Очевидно, что уравнения 1 и 2 системы (3) являются вырожденными, т. е. могут быть выражены через уравнение 3 и 4 системы (3).

$$\begin{aligned}\frac{dy_1}{dt} &= 0.02y_3 + 0.02y_4 \\ \frac{dy_2}{dt} &= 0.02y_3 + 0.02y_4\end{aligned}\tag{6}$$

Следовательно, искать решение системы уравнений (3) можно определяемой матрицей коэффициентов (6), а уравнение 1 и 2 исходной системы (3) получить методом подстановки.

Метод Эйлера для решения системы дифференциальных уравнений заключается в нахождении корней характеристического уравнения, составленного в виде: $\Delta A_\lambda = 0$, где матрица A_λ получена путем вычитания из диагонали переменной λ [4].

Для получения характеристического уравнения найдем определитель характеристической матрицы с помощью разбиения исходной матрицы (5) на алгебраические дополнения по первой строке:

$$\Delta A_\lambda = \begin{vmatrix} (-0.021 - \lambda) & 0.001 \\ 0.001 & (-0.021 - \lambda) \end{vmatrix} = 0\tag{7}$$

Таким образом, характеристическое уравнение системы (3) имеет вид:

$$\lambda^2 + 0.042\lambda + 0.00044 = 0\tag{8}$$

Для поиска корней полинома разработан алгоритм, основанный на следующих положениях теории полиномов:

ТЕОРЕМА 1. Если многочлен $P_n(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$ с целыми коэффициентами имеет рациональный корень $x_0 = \frac{p}{q}$, то число p является делителем числа a_0 (свободного члена), а число q является делителем числа a_n (старшего коэффициента).

СЛЕДСТВИЕ 1. Из теоремы 1 следует, что корнем может быть делитель числа a_0 ($q = 1$) целых коэффициентов.

Исходя из особенностей моделируемого процесса, всегда можно выбрать необходимую точность и привести значения коэффициентов к целым числам (помножив на 10^x , где x – максимальное количество значащих знаков после запятой у коэффициентов полинома).

Делители чисел a_n и a_0 полинома $P_n(x)$ находятся методами и средствами параллельных вычислений с использованием всех доступных ядер вычислительной системы. Корни полинома определяются проверкой тождества $P_n(x_i) = 0$.

Получив целые и рациональные корни, производят деление многочлена на множители вида $(x - x_i)$, где x_i – i -тый найденный корень. Для нахождения остальных вещественных корней используют метод Ньютона, если степень остатка от деления нечетная, и метод Лобачевского – если степень остатка от деления четная.

Корнями характеристического уравнения в приведенном примере будут являться следующие:

$$\lambda_1 = -0.022, \lambda_2 = -0.02.$$

Получив для характеристического уравнения n корней, переходим к получению общего решения. Так, если корень λ_i действительный, то общий вид полученного решения следующий:

$$y_j = \alpha_j^{(i)} e^{\lambda_i t}$$

где, $\alpha_j^{(i)}$ – коэффициент системы линейных алгебраических уравнений, полученный подстановкой соответствующего корня в систему (6). Результатом является система функций:

$$\begin{cases} y_1 = C_1 \alpha_1^{(1)} e^{\lambda_1 t} + C_2 \alpha_1^{(2)} e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n \alpha_1^{(n)} e^{\lambda_n t} \\ y_2 = C_1 \alpha_2^{(1)} e^{\lambda_1 t} + C_2 \alpha_2^{(2)} e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n \alpha_2^{(n)} e^{\lambda_n t} \\ \dots \\ y_n = C_1 \alpha_n^{(1)} e^{\lambda_1 t} + C_2 \alpha_n^{(2)} e^{\lambda_2 t} + \dots + C_n \alpha_n^{(n)} e^{\lambda_n t} \end{cases} \quad (9)$$

где C_i – постоянные коэффициенты, которые легко найти, исходя из заданных начальных условий.

Если корни λ_i, λ_{i+1} сопряженные комплексные, то общий вид решения будет представлять собой произведение тригонометрической и показательной функций.

Соответственно, если $\lambda_i = \alpha + i\beta$, а $\lambda_{i+1} = \alpha - i\beta$, то общее решение выглядит как

$$\begin{cases} y_i = \alpha_j^{(i)} e^{(\alpha+i\beta)t} \\ y_{i+1} = \alpha_j^{(i+1)} e^{(\alpha-i\beta)t} \end{cases}$$

Таким образом, при комплексных корнях мы получаем два частных решения, для действительной и для мнимой части в отдельности. В рассматриваемом примере для корня $\lambda_1 = -0.022$, $\alpha_1^{(1)} = -1$, $\alpha_2^{(1)} = 1$; для корня $\lambda_2 = -0.02$, $\alpha_1^{(2)} = 1$, $\alpha_2^{(2)} = 1$. В результате чего, общим решением будет система:

$$\begin{cases} y_3 = -C_1 e^{-0.022t} + C_2 e^{-0.02t} \\ y_4 = C_1 e^{-0.022t} + C_2 e^{-0.02t} \end{cases} \quad (10)$$

Начальными условиями рассматриваемого примера является:

$$y_3(t=0) = 90$$

$$y_4(t=0) = 10$$

Соответственно, частное решение системы принимает вид:

$$\begin{cases} y_3 = 40e^{-0.022t} + 50e^{-0.02t} \\ y_4 = -40e^{-0.022t} + 50e^{-0.02t} \end{cases}$$

Функции $y_1(t), y_2(t)$ вычисляют методом интегрирования:

$$\begin{aligned} \int \frac{dy_1(t)}{dt} &= \int (0.02y_3(t) + 0.02y_4(t)) dt \\ y_1(t) &= 0.02 \int y_3(t) dt + 0.02 \int y_4(t) dt \end{aligned} \quad (11)$$

$$y_1(t) = -0.02 \frac{40}{0.022} e^{-0.022t} - 0.02 \frac{50}{0.02} e^{-0.02t} + 0.02 \frac{40}{0.022} e^{-0.022t} - 0.02 \frac{50}{0.02} e^{-0.02t} + C$$

$$y_1(t) = -100e^{0.02t} + C$$

Для y_2 получаем аналогичное уравнение, и поскольку согласно условиям при $t = 0$ начальные значения концентрации продуктов реакции равны 0, общая система решения получается в следующем виде:

$$\begin{cases} y_1(t) = -100e^{-0.02t} + 100 \\ y_2(t) = -100e^{-0.02t} + 100 \\ y_3(t) = 40e^{-0.022t} + 50e^{-0.02t} \\ y_4(t) = -40e^{-0.022t} + 50e^{-0.02t} \end{cases} \quad (12)$$

Алгоритм автоматизированного расчета кинетики реакций крекинга представляет собой следующую последовательность:

1. Ввод исходных данных о составе сырья и константах скорости реакций.
2. Расчет коэффициентов системы (3).
3. Поиск корней характеристического уравнения.
4. Определение коэффициентов общего решения системы (3).
5. Получение частного решения.
6. Вывод информации.

На рис. 1 представлен график результатов расчета по математической модели материального баланса схемы химических превращений углеводородов процесса крекинга.

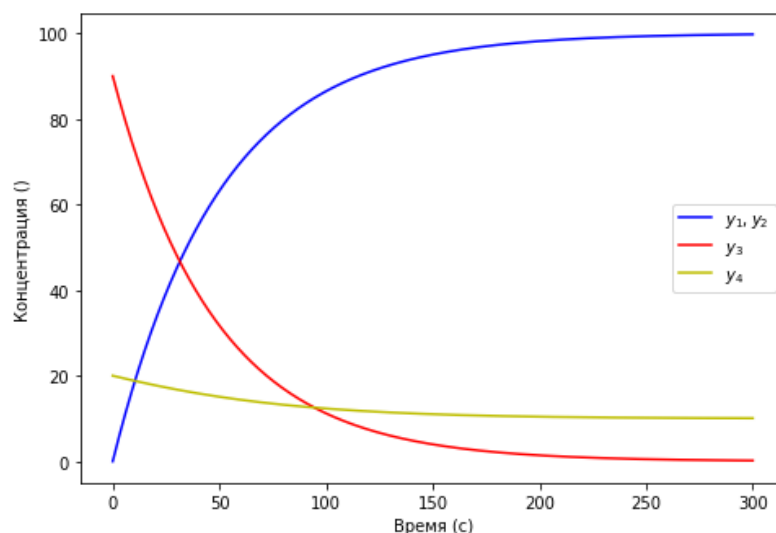


Рис. 1. Модельное изменение концентрации вещества в процессе реакции крекинга:
 кривая y_1, y_2 – изменение концентрации продуктов процесса,
 кривая y_3 – изменение вещества С, а y_4 – вещества D

Таким образом, получено аналитическое решение математической модели кинетики реакции процесса крекинга для модельной реакции, состоящей из одного исходного углеводорода (и его изомера). Алгоритм автоматизированного расчета по модели позволил получить визуальное представление о ходе процесса, показана чувствительность модели к составу сырья. Полученные результаты позволяют применить алгоритм расчета для крекинга реальных смесей.

Литература

1. Микшина В. С. Математическое моделирование процесса гидрокрекинга бензиновых фракций : дис. ... канд. техн. наук. Томск, 1983. 188 с.
2. Бесков В. С. Математическое моделирование каталитических процессов переработки углеводородного сырья // Катализ в промышленности. 2008. № 6. С. 41–46.
3. Колесников С. И. Научные основы производства высокооктановых бензинов с присадками и каталитическими процессами. М. : Нефть и газ, 2007. 539 с.
4. Андронов А. А. Теория колебаний. М. : Физматгиз, 1959. 913 с.

5. Погореловский М. А., Микшина В. С., Назина Н. Б. К вопросу математического моделирования кинетики реакций процессов нефтепереработки // Вестн. кибернетики. 2017. № 4. С. 92–99.
6. Белинская Н. С. Кинетическая модель процесса производства дизельных топлив // Модели, системы, сети в экономике, технике, природе и обществе. 2013. № 2 (6). С. 145–149.
7. Топильников В. И., Сосна М. Х., Лapidус А. Л., Разработка модели процесса гидрокрекинга нормальных парафинов // Химия твердого топлива. 2012. № 2. С. 25–31.
8. Петров П. А., Разработка универсальной модели каталитического риформинга бензинов // Записки горного института. 2007. № 173. С. 141–143.

УДК 004.946:378:712

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВИРТУАЛЬНОЙ И ДОПОЛНЕННОЙ РЕАЛЬНОСТЕЙ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СТУДЕНТОВ НАПРАВЛЕНИЯ ЛАНДШАФТНАЯ АРХИТЕКТУРА

Н. Г. Иванов, М. В. Семенова, В. Л. Рябикова

*Тюменский государственный университет,
n.g.ivanov@utmn.ru, m.v.semenova@utmn.ru, v.l.ryabikova@utmn.ru*

Образовательный процесс в современном мире невозможен без использования передовых цифровых методов, которые позволяют упростить и ускорить процесс получения и переработки информации. Статья посвящена виртуальной и дополненной реальности и возможному пути их использования в образовательном процессе и профессиональной сфере ландшафтной архитектуры. Обсуждаются базовые принципы создания виртуальной и дополненной реальности, их особенности и открытое программное обеспечение для создания трехмерного объекта и приложения дополненной реальности.

Ключевые слова: компьютерная графика, виртуальная реальность, дополненная реальность, ландшафтная архитектура, визуализация, открытое программное обеспечение.

VIRTUAL AND AUGMENTED REALITY IN TEACHING LANDSCAPE ARCHITECTURE STUDENTS

N. G. Ivanov, M. V. Semenova, V. L. Ryabikova

*Tyumen State University,
n.g.ivanov@utmn.ru, m.v.semenova@utmn.ru, v.l.ryabikova@utmn.ru*

Educational process of the present-day world is impossible without using leading digital technologies. These technologies are able to facilitate and accelerate the transfer of information. This paper shows features of virtual and augmented reality and their possible contribution to the teaching students of the landscape architecture program and to their future professional field. The article discusses core principles of virtual and augmented reality, open source software for 3D modeling and AR-applications.

Keywords: computer graphics, virtual reality, augmented reality, landscape architecture, visualization, open source software.

В мире активно растет число пользователей виртуальной среды. Гейм и военные технологии, кино- и телеиндустрия, строительство и здравоохранение, маркетинг, дизайн и архитектура – лишь часть областей, в которых виртуальная среда имеет большие перспективы.

Подобно большинству информационных технологий, дополненная и виртуальная реальности зародились в недрах военно-промышленного комплекса и сейчас активно в нем применяются. Дисплей экспериментального космического аппарата с отметками, указывающими на характеристики посадочной площадки, наложение в реальном времени данных со спутника на данные, полученные с наземных станций слежения, индикация на лобовом стекле или на шлеме пилота, позволяющая получать наиболее важную информацию прямо на фоне наблюдаемой им обстановки, – это лишь немногие примеры применения смешанной реальности в военных и космических технологиях [1].

Военные технологии были переложены на военную, а позже и гражданскую медицину. В области медицины и здравоохранения дополненная и виртуальная реальности сейчас используются для классических и микроинвазивных хирургических операций, обучения врачей, лечения многих нейрофизиологических заболеваний и психологических

расстройств (аутизма, фобий и др.), смягчения посттравматических синдромов, а также в качестве виртуальных тренажеров [2–3]. MindMaze, Eye Decide, Simantha – лишь немногие примеры приложений дополненной и виртуальной реальностей, стоящие на страже медицины, подготовки медицинского персонала, лечения и реабилитации пациентов. Смешанная реальность может наглядно проиллюстрировать сложные производственные и технологические процессы, создать понятную презентацию любого продукта, упростить понимание инженерных конструкций, благодаря чему активно проникает во все новые сферы жизни и деятельности человека.

В свою очередь, для ландшафтной архитектуры как области междисциплинарных знаний нужны новые тренды, отражающие эпоху серьезных экологических изменений и глобальной цифровизации.

Общие тенденции развития городских систем, такие как быстрый рост городов и субурбанизация, требуют стратегии, которые могут интегрировать географические, экологические, социологические и инфраструктурные наборы данных с объектами планирования и проектирования.

Дополненная реальность – это система, которая дополняет реальный мир виртуальными объектами, созданными с помощью компьютера, и в то же время сосуществуют в одном пространстве и имеют следующие свойства [4–5]:

- смешивает реальные и виртуальные объекты в реальной среде (Real Environment);
- существует интерактивно в режиме реального времени;
- выстроена из реальных и виртуальных объектов;
- применяется ко всем чувствам пользователя.

Надо справедливо заметить, что существующие системы дополненной реальности могут влиять лишь на ограниченные чувства пользователя, например, на слух и/или зрение, тогда как поддержание системы, затрагивающей осязание и обоняние, требует более сложных решений.

Поскольку дополненная реальность включает в себя виртуальную, необходимо их разграничить. Согласно философу Майклу Хейму [6], виртуальная реальность – это искусственно созданная реальность, наделенная интерактивностью, трехмерной погруженностью, поддерживающая сетевую среду пользователей и их дистанционное присутствие. Виртуальная реальность дает возможности чувственного и физического опыта в искусственной среде, которая симулирует некоторые аспекты реального мира.

Реально-виртуальный континуум, иллюстрируемый Р. Milgram [7], показывает непрерывную взаимосвязь реальной и виртуальной сред (рис. 1).



Рис. 1. Реально-виртуальный континуум Р. Milgram (1994)

Классическая цифровая модель в ландшафтной архитектуре, созданная инструментами системы автоматизированного проектирования (САПР, англ. CAD – Computer Aided Design), может быть использована и для создания интерактивной смешанной

реальности (MR). J. Milovanovic, G. Moreau [8] называют такое проектирование VRAD (Virtual Reality Aided Design), или проектирование с применением виртуальной реальности.

Использование AR-систем ускоряют и упрощают восприятие транслируемой информации. Применение систем AR позволяет достигнуть желаемого результата в проектировании быстрее и с более высокой точностью. AR на реально-виртуальном континууме показывает не только «реальное», но и «абстрактное», или метаданные, описывающие систему. К метаданным можно отнести схемы, текст, таблицы, растровую графику и др.

Тем не менее, в настоящее время трехмерная визуализация и AR в ландшафтном проектировании не распространены в основном из-за дорогостоящего аппаратного и программного обеспечения, отсутствия квалифицированных специалистов и низкой экономической эффективности.

В процессе подготовки студентов направления «Ландшафтная архитектура» изучение дисциплин «Компьютерная графика», «Ландшафтное проектирование» и «История садово-паркового искусства», а также их междисциплинарные связи могут быть основаны на применении AR и VR инструментов.

Принципиальная схема работы AR приведена на рис. 2: видеокамера считывает маркер, который связан с виртуальным объектом, а компьютер совмещает реальное и виртуальное изображение на экране монитора. Маркером может быть любое растровое изображение, распечатанное на принтере.

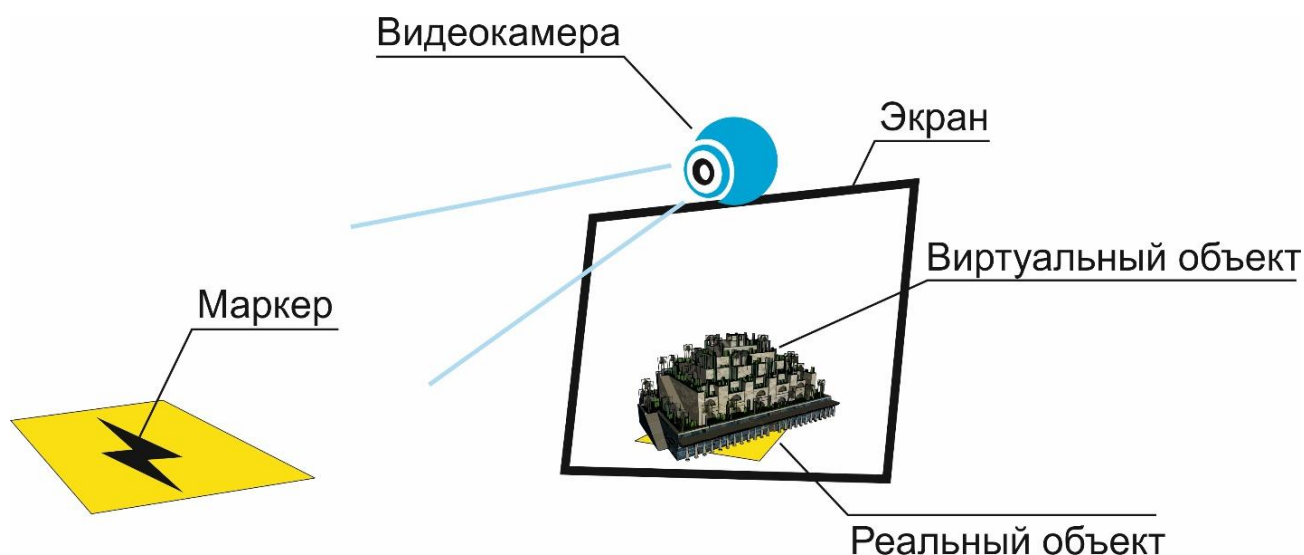


Рис. 2. Принципиальная схема работы AR

Так, например, в реализуемой нами схеме обучения студенты учатся основам низкополигонального 3D-проектирования в программной среде SketchUp, создавая значимые объекты садово-паркового искусства и презентуя их посредством AR-приложения, созданного в среде OpenSpace 3D. Таким образом, созданная библиотека AR-объектов используется при изучении дисциплины «История садово-паркового искусства». Такой подход позволяет рассмотреть в режиме реального времени модели объектов ландшафтной архитектуры от древнейших Висячих садов Семирамиды до современного парка Зарядье в Москве. Замена двухмерного изображения из книги трехмерным позволяет студенту выбрать необходимые видовые точки для рассмотрения и детального анализа объекта. Зумируя объект, можно рассмотреть и объемно-пространственную композицию, и мельчайшие детали оформления, а также получить метаданные об отдельной детали. Например, определив, что Висячие сады Семирамиды – это четырехэтажная постройка, представляющая собой

последовательно поднимающиеся неправильные четырехугольные террасы длиной 42 м и входом с южной стороны, студент переходит к рассмотрению конкретной террасы и ее метаданных и узнает, что плиты террас были залиты свинцом, выложены тростником, пропитанным смолой, а также двойным рядом кирпичей, скрепленных известью, которые, в свою очередь, были покрыты толстым слоем почвы. Сад орошали с помощью водоподъемного колеса системой фонтанов, каскадов и ручьев (рис. 3).



Рис. 3. Уровни возможного анализа 3D-объекта
(3D-объект опубликован пользователем официального сервиса GoldenSkull.
URL: 3dwarehouse.sketchup.com

(слева – общий вид Висячих садов Семирамиды, по центру и справа – отдельные детали конструкции)

Общий процесс создания AR-приложения включает в себя несколько этапов:

- выбор исторического объекта ландшафтной архитектуры;
- создание объекта в трехмерной среде SketchUP;
- создание AR-приложения в среде OpenSpace 3D, связывающего 3D-объект и двухмерный маркер.

OpenSpace 3D – это бесплатное и открытое программное обеспечение (open source), используемое для создания приложений виртуальной и дополненной реальностей или игр. OpenSpace 3D поддерживает две техники дополненной реальности для создания AR-приложений:

- 1) функция обнаружения маркера, которая позволяет камере обнаруживать изображение;
- 2) функция обнаружения маркера Aruco fiducial, которая позволяет создавать быстрые приложения с несколькими маркерами и их использование в качестве физического интерфейса.

Создание AR-приложения основано на визуальном программировании, которое описывает процессы не в текстовом, а графическом виде. Набор графических объектов, функций «PlugIT», позволяет построить приложение любой сложности [9].

Для создания дополненной реальности в программе OpenSpace 3D необходимы минимум три PlugIT-функции AR capture, AR marker и Hide, а также заранее заготовленный файл трехмерного объекта с расширением .3ds, импортированный в созданную сцену (рис. 4).

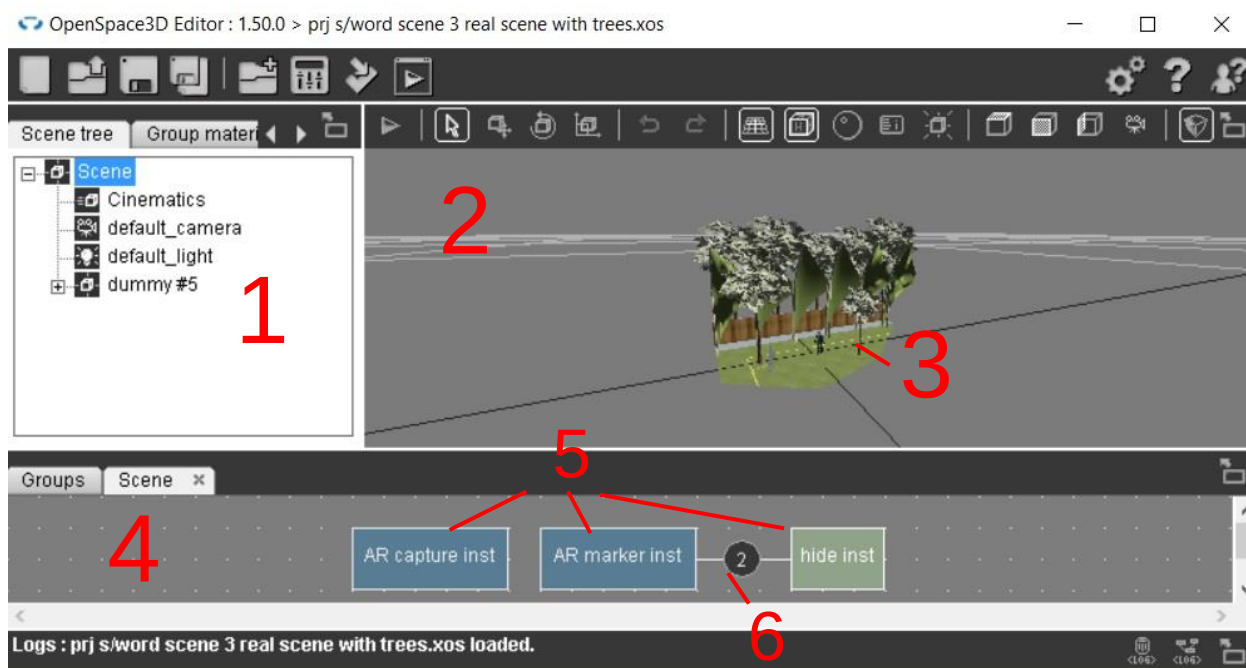


Рис. 4. Интерфейс программной среды OpenSpace 3D:

- 1) дерево элементов сцены; 2) трехмерное рабочее поле; 3) трехмерные объекты;
- 4) поле визуального программирования; 5) функции PlugIT; 6) связь функций

Программа OpenSpace 3D реализует принципиальную схему работы AR-приложения, получая доступ к видеокамере устройства функцией AR capture и устанавливая связь между установленным маркером и трехмерным объектом сцены. В приведенном нами алгоритме была добавлена функция Hide, которая скрывает объект, когда маркер пропадает из видимости видеокамеры, и наоборот. После завершения работы следует экспортировать проект как самостоятельное AR-приложение для Windows, android или iOS систем.

Созданное и установленное на мобильное устройство AR-приложение можно применять при реализации BYOD-стратегии в обучении, которая разрешит студентам и преподавателю принести свое собственное мобильное устройство (ноутбук, планшет, смартфон и др.), чтобы использовать его в образовательных целях.

Комплексная образовательная стратегия с применением технологий виртуальной среды, включая виртуальную и дополненную реальности, несмотря на свои недостатки и ограничения нужно применять уже сегодня. Цифровое образование, ранее необходимое только работающему с ЭВМ специалисту, стало неотъемлемой частью многих других профессиональных сфер. Реализовать цифровую подготовку в настоящее время стало возможно с помощью такого открытого и бесплатного программного обеспечения, как OpenSpace 3D и SketchUP. Благодаря понятному и интуитивному интерфейсу, на обучение работе в них может уйти незначительное время, а полученный продукт, библиотека трехмерных объектов ландшафтной архитектуры и AR-приложений станет неотъемлемой частью образования в эпоху цифровой революции.

Литература

1. Дополненная реальность в военно-промышленном комплексе. URL: <http://www.robo-hunter.com/news> (дата обращения: 15.04.2018).
2. Pensieri C., Pennacchini M. Overview: Virtual Reality in Medicine // Journal of Virtual Worlds Research. 2014. Vol. 7. №. 1. 34 p.
3. Harders M., Riener R. Virtual Reality in Medicine. London : Springer, 2012. 290 p.
4. Bimber O. Spatial Augmented Reality. USA : A K Peters/CRC Press, 2005. 392 p.

5. Azuma R. T. Augmented Reality: Approaches and Technical Challenges // Fundamentals of Wearable Computers and Augmented Reality. Lawrence Erlbaum Associates, Mahwah, New Jersey. London : Barfield & Caudell (Eds.), 2001. P. 27–63.
6. Heim M. The Metaphysics of Virtual Reality. NY : Oxford : Oxford University Press. XIII, 1993. 175 p.
7. Milgram P., Kishino F. A Taxonomy Of Mixed Reality Visual Displays // IEICE Transactions On Information And Systems. 1994. № 77 (12). P. 1321–1329.
8. Milovanovic J., Moreau G., Siret D., Miguët F. Virtual and Augmented Reality in Architectural Design and Education An Immersive Multimodal Platform to Support Architectural Pedagogy // 17th International Conference, CAAD Futures 2017. Jul 2017. Istanbul. Turkey. Istanbul, 2017. 20 p.
9. Openspace 3D. URL: <http://www.openspace3d.com/softwarelogiciel/>)13 (дата обращения: 15.04.2018).

УДК 622.276.53:519.81

МЕТОДЫ И АЛГОРИТМЫ ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ РЕШЕНИЙ В ОБЛАСТИ ТЕХНИКИ И ТЕХНОЛОГИИ ДОБЫЧИ НЕФТИ

А. П. Ельмендеев, В. С. Микшина

*Сургутский государственный университет
alikelm@icloud.com, mikshinavs@gmail.com*

В статье рассмотрен альтернативный подход к принятию решения по подбору скважинного оборудования, основанный на ретроспективном анализе режимов работы скважины с целью получения актуальной приточной характеристики скважины и характеристики работы насоса на реальной жидкости.

Ключевые слова: алгоритм, принятие управленческих решений, выбор способа эксплуатации, подбор скважинного оборудования, электроцентробежный насос.

METHODS AND ALGORITHMS OF MANAGEMENT DECISIONS SUPPORT IN PROCEDURE AND TECHNOLOGY OF OIL PRODUCTION

A. P. Elmendeev, V. S. Mikshina

*Surgut State University
alikelm@icloud.com, mikshinavs@gmail.com*

The article considers an alternative approach to the decision making on the selection of downhole equipment. It is based on a retrospective analysis of the operating methods of a well in order to obtain the actual supply characteristics of the well and the performance of a pump on a real liquid.

Keywords: algorithm, management decision making, choice of operating method, selection of downhole equipment, electric centrifugal pump.

Наиболее трудоемкими задачами, решаемыми в области техники и технологии добычи нефти (ТТНД) и требующими компьютеризированных инструментов для принятия управленческих решений, являются:

- выбор способа эксплуатации скважин;
- подбор погружного скважинного оборудования.

Важность этих задач определяется тем, что в последнее время постоянно повышается доля месторождений углеводородов с трудноизвлекаемыми запасами (низкая проницаемость, большая глубина залегания, повышенная вязкость нефти, наличие подгазовых зон, активных подошвенных и краевых вод и др.). Это вызывает необходимость в более полном учете техногенных процессов, протекающих в пласте, при обследовании режимов работы скважин [1].

Основным способом извлечения нефти, как в мировой практике, так и в России (около 85 %) остается способ добычи установками электроцентробежных насосов (УЭЦН). Известны методики по подбору погружного оборудования, разработанные П. Д. Ляпковым, И. Т. Мищенко, К. Р. Уразаковым, В. Н. Ивановским, В. С. Линевым.

В условиях всеобщей информатизации для решения этих задач существующие методики и алгоритмы реализуются в программных комплексах, что повышает скорость и точность расчетов. Наибольшее практическое применение по подбору насосного оборудования нашли такие программные комплексы, как «SubPUMP» (Petroleum bifonnation Dwight's), «WellFlo» (Edinburg Petroleum Sendees), «PIPESIM» (Schlumberger), «Автотехнолог» (РГУ

нефти и газа им. И. М. Губкина), «НАСОС» (БашНИПИнефть), «NeoSel-Pro» (Новомет-Пермь) [2, 4].

Примеры данных программных комплексов свидетельствуют, что область вопросов, решаемых при помощи таких программ, довольно обширна, а физические и математические модели, положенные в их основу, являются весьма емкими. Однако в этих программных продуктах задача подбора погружного оборудования сводится к выбору рационального типоразмера насоса из условия постоянства скважинных параметров в течение всего периода работы и, также, как и методики, они не учитывают «дрейфа» параметров, вызванного изменениями эксплуатационных условий. Программные комплексы настраиваются по исходным данным проектирования и не ориентированы на оперативное обновление по реальным данным промысловой эксплуатации.

При обосновании способа эксплуатации скважины и выборе скважинного оборудования рассматривается сложная гидродинамическая система, состоящая из следующих элементов:

1. Пласт
2. Призабойная зона
2. Скважина
3. Область приема погружного оборудования
4. Погружное оборудование
5. Подъемник
6. Оборудование сбора продукции.

Совокупность этих элементов работает как единая система, при этом каждый элемент данной системы имеет собственный закон работы. Совершенно очевидно, что изменение условий работы одного из элементов системы автоматически приводит к изменению работы всей системы [1]. Например, изменение режима работы скважины через элемент «пласт» может привести к значительному изменению режимов работы соседних скважин, такой процесс взаимовлияния скважин носит название интерференции. Учет интерференции скважин возможен при проведении расчетов по моделям фильтрации. В общем случае для этого необходимо решение систем дифференциальных уравнений в частных производных по группе интерферирующих скважин [1].

Однако исторически сложилась практика разделения задач фильтрации и подбора скважинного оборудования на две практически разорванные задачи, решаемые, как правило, параллельно и независимо друг от друга [1].

Строго говоря, с одной стороны, существует потребность в алгоритмах, реализующих системный подход к выбору способа эксплуатации и подземного оборудования скважин, основанных на согласовании работы элементов добывающей системы «пласт – призабойная зона скважины – скважина – скважинное оборудование» [1]. Другими словами, при принятии решения о внедрении того или иного оборудования в скважину необходимо одновременно решать и задачи фильтрации нефти в пласте (призабойной зоне), учитывая влияние других скважин.

С другой стороны, постановка и решение задачи, объединяющей все указанные компоненты в единый комплекс, практически невозможны (кроме частных случаев, когда некоторые компоненты заданы заранее). Связано это, главным образом, с высокой трудоемкостью решения даже отдельных алгоритмов, составляющих метод решения общей задачи. Причем некоторые функциональные зависимости не могут быть заданы в аналитическом виде, а определяются только с помощью численных алгоритмов. Таким образом, решение общей задачи при реальной промысловой размерности не представляется возможным за разумное (допустимое) время при использовании даже мощных средств вычислительной техники [1].

Рассмотрим «классический» алгоритм принятия управленческих решений при выборе способа эксплуатации и подборе скважинного оборудования [4]. Графическое представление

расчета отображено на рис. 1. По оси абсцисс отображено давление p , по оси ординат – глубина скважины по вертикали h .

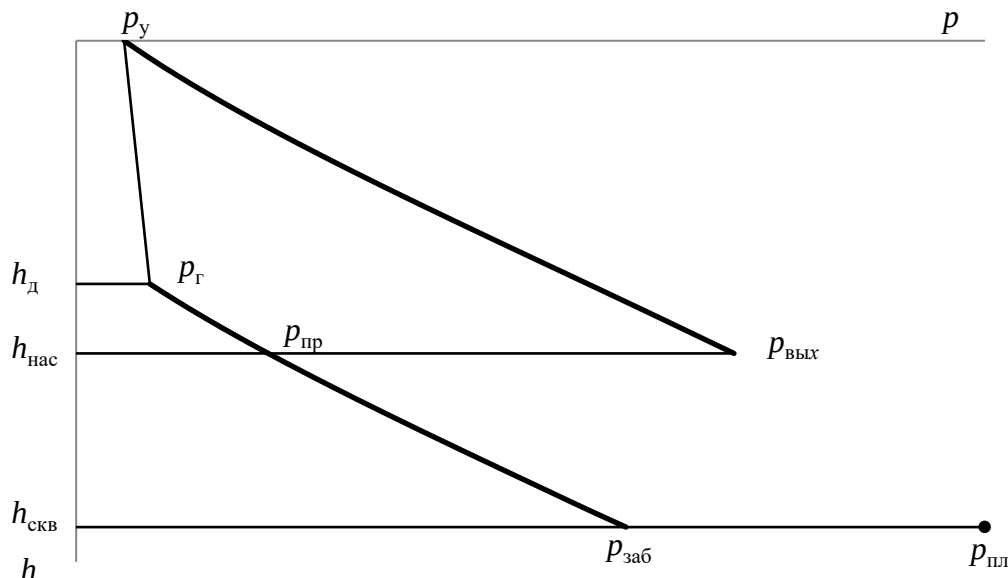


Рис. 1. Расчет при выборе способа эксплуатации и подборе скважинного оборудования

1. По заданным значениям: дебит жидкости $q_{ж}$, пластовое давление $p_{пл}$, коэффициент продуктивности $k_{пр}$ согласно закону притока пластовой жидкости в скважину определяется забойное давление $p_{заб}$.

2. Из точки $p_{заб}$ по одной из методик расчета распределения давления газожидкостной смеси в вертикальных трубах методом численного интегрирования строится кривая распределения давления по принципу «снизу вверх» до пересечения с линией распределения давления столба газа в затрубном пространстве в точке $p_{г}$, которая определяется по барометрической формуле [4].

3. Определяется глубина спуска насоса $h_{нас}$ с учетом существующих ограничений по «кривизне» скважины, минимальному давлению на приеме насоса $p_{пр}$, количеству свободного газа и др.

4. Из точки устьевое давление $p_{у}$ аналогично пункту 2 строится кривая распределения давления движения газожидкостной смеси в насосно-компрессорных трубах (НКТ) по принципу «сверху вниз» до $h_{нас}$ и определяется давление на выходе насоса $p_{вых}$.

5. Подбирается несколько вариантов насосов соответственно способов эксплуатации, удовлетворяющих условиям: развиваемый напор в условиях приема насоса $p_{нас} = p_{вых} - p_{пр}$ и подача должна соответствовать $q_{ж}$.

6. Оценивается коэффициент полезного действия (КПД) каждого варианта, выбирается вариант с максимальным КПД, подбирается наземное оборудование, соответствующее выбранному варианту и способу эксплуатации.

Согласование работы системы «пласт – призабойная зона скважины – скважина – скважинное оборудование» в «классическом» алгоритме обеспечивается, прежде всего, заданными параметрами: $q_{ж}$, $p_{пл}$, $k_{пр}$ и $p_{у}$. Именно в этом заключается сложность. Подразумевается, что параметры на момент принятия решения известны и хорошо согласуются с режимами работы соседних «интерферирующих» скважин. На практике это далеко не так. Как правило, фактические значения $p_{пл}$, $k_{пр}$ на момент принятия решения не соответствуют планируемым значениям и требуют уточнения. Кроме того, закон притока пластовой жидкости в скважину может иметь сложный, нелинейный характер [9]. Следовательно, требуется прове-

дение дополнительных исследований для установления характера притока пластовой жидкости в скважину.

Другая сложность заключается в том, что расходно-напорная характеристика УЭЦН (пункт 5 алгоритма) должна быть пересчитана на реальную жидкость. Специалист, отвечающий за подбор оборудования, располагает лишь характеристикой УЭЦН, полученной на стенде при перекачке воды. Наиболее передовая методика пересчета расходно-напорной характеристики УЭЦН с воды на реальную жидкость разработана П. Д. Ляпковым и усовершенствована его учениками. Однако и она не может считаться в полной мере совершенной, так как требуется адаптация модели к конкретным условиям для получения соответствия расчетных и фактических данных [5]. К тому же методика достаточно сложна в применении.

В настоящей статье рассмотрен альтернативный подход к принятию решения по выбору способа эксплуатации и подбору скважинного оборудования. Он основан на ретроспективном анализе режимов работы скважины с целью получения актуальной приточной характеристики скважины и использовании скважины в качестве стенда для получения расходно-напорной характеристики насоса на реальной жидкости.

Для этого необходимым условием является остановка скважины на некоторое время, как правило, 3–6 часов достаточно. Остановка может быть инициирована, в том числе дистанционно, либо может быть использована остановка, произошедшая по причине каких-либо технических, технологических причин. Как правило, УЭЦН комплектуется термоманометрической системой (ТМС), которая позволяет контролировать $p_{пр}$. Информация передается по каналам связи в информационную систему (АСУТП), из которой можно получить необходимые данные практически за любой временной период. В случае отсутствия ТМС, например, при эксплуатации скважины установкой штангового глубинного насоса (УШГН), можно использовать автоматический волномер, который замеряет динамический уровень h_d в затрубном пространстве скважины (аналог давления на приеме насоса). Принцип заключается в определении объема жидкости, накопившейся между двумя уровнями в затрубном пространстве за некоторый промежуток времени t после остановки скважины [6]. Математическую модель приточной характеристики скважины в условиях приема насоса можно записать в виде системы из двух уравнений:

$$\begin{cases} p_{пр} = p_{пр}(t) \\ q_{ж} = c \frac{dp_{пр}(t)}{dt} \end{cases}, \quad (1)$$

Функцию $p_{пр}(t)$ в аналитическом виде получаем после обработки информации, полученной с ТМС (волномера) посредством метода наименьших квадратов [6].

$$c = \frac{sa}{\rho g} \quad (2)$$

$$s = \frac{\pi(D^2 - d^2)}{4}, \quad (3)$$

где s – площадь кольцевого пространства;

D – внутренний диаметр эксплуатационной колонны скважины;

d – внешний диаметр НКТ;

a – отношение длины участка скважины по стволу к длине по вертикали, на котором происходит восстановление h_d ;

ρ – плотность нефти;

g – ускорение свободного падения.

Решив систему уравнений (1), получим приточную характеристику скважины в условиях приема насоса:

$$q_{\text{ж}} = q_{\text{ж}}(p_{\text{пр}}). \quad (4)$$

Для получения расходно-напорной характеристики УЭЦН аналогично обрабатываем информацию с ТМС (волномера), но уже после запуска насоса, когда $p_{\text{пр}}$ снижается, и получаем зависимость откачки жидкости из затрубного пространства $q_{\text{отк}}$ от $p_{\text{пр}}$:

$$q_{\text{отк}} = q_{\text{отк}}(p_{\text{пр}}). \quad (5)$$

Подача насоса $q_{\text{нас}}$, соответствующая $p_{\text{пр}}$, запишется как сумма откачки жидкости из затрубного пространства $q_{\text{отк}}$ и притока жидкости в скважину $q_{\text{ж}}$:

$$q_{\text{нас}} = q_{\text{отк}} + q_{\text{ж}}. \quad (6)$$

Напор насоса определится как

$$p_{\text{нас}} = p_{\text{вых}} - p_{\text{пр}}. \quad (7)$$

Задавая $p_{\text{пр}}$, определяем расходно-напорную характеристику на реальной жидкости

$$p_{\text{нас}} = p_{\text{нас}}(q_{\text{нас}}). \quad (8)$$

Сопоставляя паспортную характеристику УЭЦН и зависимость (8), определим коэффициент снижения подачи (напора) как отношение $q_{\text{нас}}$ к подаче насоса на воде $q_{\text{в}}$ [8].

$$K_{q,h} = q_{\text{нас}} / q_{\text{в}}. \quad (9)$$

Полученные зависимости (4), (9) позволяют подобрать УЭЦН к условиям конкретной скважины. Кроме того, анализируя информацию о восстановлении динамического уровня в разные периоды времени, можно уловить тенденцию изменения характеристики не только одной конкретной скважины, но и группы интерферирующих скважин, образующих некую систему. Это позволит заблаговременно запланировать геолого-технические мероприятия и принять необходимые управленческие решения.

Литература

1. Мищенко И. Т., Бравичева Т. Б., Ермолаев А. И. Выбор способа эксплуатации скважин нефтяных месторождений с трудноизвлекаемыми запасами ; РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина. М. : Нефть и газ, 2005. 448 с.
2. Субарев Д. Н. Оптимизация подбора оборудования скважин с учетом прогноза надежности : дис. ... канд. техн. наук. Тюмень, 2013. 118 с.
3. Погореловский М. А., Микшина В. С., Назина Н. Б. Агрегирование состава многокомпонентной смеси в математическом моделировании сложных динамических процессов // Север России: стратегии и перспективы развития : сб. материалов III Всерос. науч.-практич. конф. ; в 3 т. Сургут, 2017. С. 127–133.
4. Середа Н. Г. и др. Спутник нефтяника и газовика : справ. М. : Недра, 1986. 324 с.
5. Дроздов А. Н. Технология и техника добычи нефти погружными насосами в осложненных условиях : учеб. пособие. М. : МАКС Пресс, 2008. 312 с.
6. Микшина В. С., Ельмендеев А. П. Способ математической обработки информации, поступающей с приема электроцентробежного насоса в процессе добычи нефти // Инновация на основе информационных систем и коммуникационных технологий. 2015. Т. 1. С. 493–495.
7. Микшина В. С., Ельмендеев А. П. Алгоритм нахождения притока нефтяной скважины, оборудованной погружной установкой электроцентробежного насоса // Докл. III Междунар. науч.-технич. конф. Тула : Инноац. технологии, 2016. С. 15–18.
8. Добыча нефти : справ. рук. по проектированию разработки и эксплуатации нефт. месторождений / под общ. ред. Ш. К. Гиматудинова. М. : Недра, 1983. С. 456.
9. Modahi M. H. The importance of electrical submersible pumps (ESPs) in maximizing oil recovery. Nova Scotia. Halifax : Dalhousie University Halifax, 2012. 67 p.
10. Szilas A. P. Production and Transport of Oil and Gas. Oxford United Kingdom : Elsevier Science Ltd, 1975. 632 p.

УДК 372.8:004

ГОДОВОЙ ЦИКЛ ЗАНЯТИЙ «АЛГОРИТМИКА ДЛЯ ДОШКОЛЬНИКОВ» В ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫХ ГРУППАХ ДОШКОЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ

А. Г. Кушниренко^{1,2}, А. Г. Леонов^{1,2,3}, И. Н. Грибанова¹, М. В. Райко¹

¹ Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт
системных исследований РАН

² Московский педагогический государственный университет

³ Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
agk_@mail.ru, dr.l@vip.niisi.ru, nig@niisi.msk.ru, milya@niisi.ras.ru

В статье рассмотрены аспекты обучения дошкольников и младших школьников программированию с помощью нетекстовой пиктограммной системы программирования ПиктоМир, предложено решение общей методической задачи обучения дошкольников и первоклассников основам алгоритмики.

Ключевые слова: ПиктоМир, система программирования, алгоритмика, дошкольник, младшекласник.

ANNUAL COURSE “ALGORITHMS FOR PRESCHOOL CHILDREN” IN PRESCHOOL EDUCATIONAL INSTITUTIONS

A. G. Kushnirenko^{1,2}, A. G. Leonov^{1,2,3}, I. N. Gribanova¹, M. V. Rayko¹

¹ System Research Institute, Russian Academy of Sciences

² Moscow Pedagogical State University

³ Lomonosov Moscow State University

agk_@mail.ru, dr.l@vip.niisi.ru, nig@niisi.msk.ru, milya@niisi.ras.ru

The article considers aspects of teaching preschool children and primary school pupils to programming with the help of the non-textual programming system PiktoMir. The solution for the general methodological task of teaching preschool children and primary school pupils to the basics of algorithmics is proposed.

Keywords: PiktoMir, programming system, algorithmics, preschoolers, primary school pupils.

В последние 50 лет изучение алгоритмики, одного из важнейших разделов компьютерных наук, «спустилось» из университетских аудиторий в классные комнаты начальной школы и игровые комнаты детских садов. Это понижение возраста знакомства новых поколений землян с программированием наглядно описано в названии одной из статей газеты «Нью-Йорк Таймс» последних лет: «Чтение, письмо, счет, а теперь и кодирование» [1] и во многих других публикациях [2–3]. Не обошел стороной этот процесс и Россию [4–6]. Разработанная в Федеральном научном центре «НИИСИ РАН» бестекстовая учебная система программирования ПиктоМир [7] сегодня используется в России в системе дошкольного и начального школьного образования и в педагогических университетах [8].

Систематические усилия по внедрению курса алгоритмики в систему дошкольного и начального школьного образования предпринимает Департамент образования г. Сургута. Работа ведется в сотрудничестве с «НИИСИ РАН». В 2016–2017 учеб. году годовой цикл занятий «Алгоритмика для дошколят» успешно прошли 900 воспитанников подготовительных групп муниципальных ДОУ, в 2017–2018 учеб. году курс прошли около 2 тысяч детей в 60 муниципальных ДОУ города. В 2018–2019 учеб. году курс планируется ввести во всех муниципальных ДОУ (6 тысяч детей). Занятия ведутся штатными работниками муниципальных ДОУ, прошедшими минимальную переподготовку.

Эти усилия преследуют две цели. Первая цель – тактическая: расширение номенклатуры развивающих деятельностно-игровых активностей, предоставляемых дошкольными учреждениями; вторая – стратегическая: формирование предпосылок для более глубокого изучения информационных технологий в школе. По мнению авторов, это более глубокое изучение в перспективе должно стать обязательным и начинаться курсом бестекстового программирования в дошкольном учреждении или начальной школе.

Бестекстовый подход к изучению азов программирования. Действующие сегодня федеральные документы – ФГОС основного общего образования и Примерная программа по информатике требуют, чтобы выпускники 9-х классов школы овладели навыками практического программирования. На деле этого не происходит. Не владеет навыками практического программирования и значительная часть выпускников педагогических факультетов, получивших квалификацию учителя информатики. По мнению авторов, во многом это связано с использованием в преподавании профессионального программного обеспечения и устаревших методик, пропускающих этап знакомства с базовыми понятиями и практиками программирования.

В процессе многолетней практики преподавания программирования обучаемым самого разного возраста и уровня – от дошкольных учреждений, начальной и средней школы до педагогических и даже механико-математических факультетов университетов, авторы пришли к следующим выводам:

- существует компактный кластер основных понятий и практик программирования, освоения которого нельзя избежать при изучении программирования в любом возрасте;
- освоение этого кластера доступно детям возраста 6+ (в терминологии Ж. Пиаже, это возраст перехода от дооперационного мышления к конкретному операционному);
- освоение этого кластера требует самостоятельного решения не менее 100–150 упражнений по программированию, однако это условие необходимо, но не достаточно, изучение следует считать завершенным только в том случае, когда обучаемый не только умеет составлять программы, но и способен обсуждать условия задач, ход их решения и используемые в решении понятия и конструкции;
- время освоения этого кластера обучаемыми возраста 6–35 лет от возраста практически не зависит, и при правильной методике обучения занимает не менее 10–15 астрономических часов, т. е. годовой курс из 30 получасовых занятий в дошкольном учреждении, 12–20 уроков в начальной или средней школе, 6–10 «пар» (полтора часовых занятий) в университете и на курсах повышения квалификации.

Достижение продекларированной выше цели – «втиснуть» решение обучаемыми 100–150 задач и упражнений по программированию в 10–15 часов занятий – требует очень высокого темпа освоения материала. Такой темп достижим только при правильном выборе методики и стиля организации занятий. Наш опыт показал, что для обучаемых любого возраста эффективной оказывается бестекстовая, пиктограммная форма составления программ путем прохождения уровней компьютерных игр в системе программирования ПиктоМир, т. е. с использованием для обучаемых любого возраста методики и программного обеспечения, первоначально разработанного в Академии наук РФ для обучения шестилеток.

Программно-методическое обеспечение курса алгоритмики. ПиктоМир игры. ПиктоМир сам по себе всего лишь ничем не наполненная система программирования. Эта система может быть использована в учебном процессе лишь при наличии специально разработанного программно-методического обеспечения. Это обеспечение рассчитано на деятельностно-игровую форму использования.

Единицей программно-методического обеспечения в системе ПиктоМир является игра, состоящая из нескольких (около десятка) уровней-заданий. Игра может быть индивидуальной или командной.

В индивидуальной игре (рис. 1) стартовые условия каждого уровня-задания описаны в графической, бестекстовой форме. А именно, заданы некоторая трехмерная обстановка,

начальное положение некоторого робота, действующего в этой обстановке, а также графически задана цель работы, которую должен выполнить робот. Прохождение уровня состоит в составлении такой программы управления роботом, при выполнении которой задание окажется выполненным. Кроме обстановки, на каждом уровне задан фиксированный шаблон программы, которую нужно составить для выполнения задания. Этот шаблон полностью определяет структуру программы – размеры основного и вспомогательного алгоритма, деление каждого алгоритма на блоки, тип и размеры каждого блока (линейный, условный, циклический). Отдельные алгоритмы и блоки шаблона могут быть заполнены, то есть шаблон может содержать готовые фрагменты программы.



Рис. 1. Индивидуальная игра. Требуется закрасить все «потрескавшиеся» клетки. Задан шаблон программы (слева). Готовая программа и результат ее выполнения (справа)

В командной игре (рис. 2) участвует команда из двух игроков, решающих некоторую общую задачу. Задается некоторая трехмерная обстановка вместе с начальными положениями двух роботов, действующих в этой обстановке. Каждый из игроков на своем планшете составляет программу управления своим роботом так, чтобы при параллельном выполнении двух программ, составленных двумя членами команды, два робота, помогая друг другу, выполнили общую работу. Каждый из членов команды на своем планшете видит общую обстановку, видит свою программу и программу партнера, но может менять только свою программу, используя в ней только команды управления своим роботом.



Рис 2. Командная игра. Два Тягуна – левый и правый – должны перетащить ящик в клетку с крестиком. Решение: программы для левого Тягуна и для правого Тягуна

Как правило, к каждому занятию курса прилагается одна игра с десятком уровней. Для освоения материала очередного занятия обычно требуется успешное прохождение первых нескольких уровней. Остальные уровни являются дополнительными, их назначение – загрузить детей, справившихся со всеми основными уровнями до момента окончания занятия.

Особенности программного обеспечения и методики, обеспечивающие высокий темп выполнения заданий. Задание формулируется в графической форме, понятно ребенку без текстовых или устных пояснений. Результат выполнения программы состоит в изменении обстановки, т. е. также представлен в графической форме, и при одном взгляде на результат ясно, выполнено ли задание.

В каждом задании задан шаблон программы и образцы всех пиктограмм повторителей, команд-приказов и команд-вопросов робота, которые можно использовать при составлении программы по этому шаблону. Пиктограммы повторителей, команд-приказов и команд-вопросов имеют разную форму. Разную форму имеют и незаполненные позиции в

шаблоне программы. Поэтому невозможно разместить в данной позиции шаблона синтаксически недопустимую пиктограмму, например, в «круглой» позиции шаблона можно разместить только «круглую» пиктограмму повторителя, но нельзя разместить квадратные или ромбические пиктограммы команд робота. В итоге – при заполнении шаблона синтаксическую ошибку допустить невозможно.

Подлежащие выполнению задания организованы в виде уровней компьютерной игры, на каждом уровне задан жесткий шаблон создаваемой программы. В игру могут быть включены уровни-подсказки, обеспечивающие возможность выравнивания темпа освоения материала детьми с разным уровнем подготовки, без участия или с минимальным участием преподавателя.

В курсе предусмотрен большой объем (до 50 %) некомпьютерных коллективных активностей. Предусмотрены также коллективные компьютерные активности (командные игры). Предусмотрены и средства организации командных соревнований по кооперативному программированию.

Условия, необходимые для проведения годового цикла занятий «Алгоритмика для дошколят» в дошкольном учреждении. При работе с дошкольниками важно обеспечить чередование индивидуальной интеллектуальной деятельности по решению задач (прохождению уровней индивидуальной компьютерной игры) с коллективными играми и совместными обсуждениями условий задач и приемов их решения. Это чередование достигается разделением каждого занятия на две части – бескомпьютерную и компьютерную. Обе части занятия подробно описаны в поминутной методичке.

Для проведения компьютерной части любого занятия цикла «Алгоритмика для дошколят» необходим компьютер (предпочтительно планшет) для каждого ребенка, а также компьютер для преподавателя (воспитателя) и магнитная доска. Желательно также наличие электронной доски. Компьютеры (планшеты) учеников обезличены, по завершении занятия информация об успехах детей сохраняется на компьютере воспитателя, а на компьютерах учеников никакую информацию от занятия к занятию хранить не требуется.

Программное и методическое обеспечение курса «Алгоритмика для дошколят» разработано по заказу Академии наук в отделе учебной информатики ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, является свободно распространяемым и включает:

- систему ПиктоМир для персональных компьютеров, ноутбуков и планшетов с операционными системами семейств Windows, Linux, Android, iOS (в процессе освоения ПиктоМира можно также использовать web-версию ПиктоМира);
- ПиктоМир игру для каждого занятия – последовательность усложняющихся индивидуальных или коллективных заданий на программирование виртуальных роботов или реальных роботов-игрушек, ряд игр рассчитан на командное выполнение, в том числе и в режиме олимпиады;
- подробную многостраничную методичку – поминутное (поэпизодное) планирование бескомпьютерной и компьютерной части каждого занятия, включая файлы для распечатки раздаточных материалов формата А4, которые используются на некоторых занятиях.

Опыт внедрения курса в Сургуте показал, что с проведением занятий успешно справляются воспитатели муниципальных ДООУ, прошедшие минимальную переподготовку.

В условиях увеличения доступности планшетов, смартфонов и других компьютерных гаджетов желательно включить в занятия игры с реальными роботами. В систему ПиктоМир встроен модуль, обеспечивающий управление реальным роботом-игрушкой по радиоканалу. Несколько игр ПиктоМира предназначены для составления программ, которые могут параллельно управлять виртуальным роботом на экране и реальным роботом на полу игровой комнаты. Реальный радиоуправляемый робот-игрушка может быть собран из комплекта LEGO MINDSTORMS Education EV3 или приобретен в готовом виде (рис. 3). При отсутствии реального робота занятие может быть проведено только с использованием робота виртуального.



Рис. 3. Реальный (<https://youtu.be/wuXirQhryQs>) и виртуальный роботы выполняют ПиктоМир-программу

Продолжение изучения алгоритмики, робототехники и программирования в начальной и основной школе. Курс «Алгоритмика для дошколят» задумывался как первая часть единого курса «детского», бестекстового программирования «Алгоритмика для дошкольников и первоклассников». Вторая, заключительная часть курса, должна проводиться на первом году обучения ребенка в школе. В целом, курс должен подготовить детей к переходу на «взрослые» текстовые языки программирования. Первokлассникам г. Сургута, закончившим курс «Алгоритмика для дошколят» в 2018 г., во втором полугодии 2018–2019 учеб. года планируется предоставить возможность пройти полугодовой курс «Алгоритмика для первоклассников».

В планах Департамента образования г. Сургута в сотрудничестве с Академией наук разработать и внедрить курсы алгоритмики, программирования, робототехники в начальной и основной школе, продолжающие линию, начатую в курсе «Алгоритмика для дошкольников и первоклассников».

Содержание курса «Алгоритмика для дошкольников и первоклассников». В этом курсе дети в деятельностно-игровой форме с помощью системы ПиктоМир и специально подготовленного комплекта ПиктоМир игра знакомятся со следующим набором понятий и конструкций программирования:

Тема 1. Парадигма программного управления. Программное управление без обратной связи. Реальные и виртуальные роботы. Робот и его система команд. Обстановка, в которой действует робот. Передача команд роботу с помощью звука, света, радиосигналов. Выполнение команды роботом, подтверждение успешного выполнения, отказ. Реальный робот-игрушка и его виртуальный двойник. Реальная и виртуальная обстановки. Пиктограммное представление команд робота. Шаблон программы в системе ПиктоМир. Процесс управления роботом. Команды-приказы и команды-вопросы. Режим непосредственного управления роботом. Пульт управления роботом.

Программа – план действий по управлению роботом. Линейная программа. Процесс составления программы и процесс исполнения программы. Программист – человек, составляющий программы. Возможность исполнения программы человеком. Компьютер – устройство для автоматического выполнения программ по управлению реальными и виртуальными роботами. Принцип программного управления – разделение процессов составления и выполнения планов по управлению роботом. МАНАЕВА

Тема 2. Способы составления программ, позволяющие сделать программу короче – повторители и подпрограммы. Пиктограммы повторителей. Обозначение подпрограммы однобуквенной пиктограммой. Технология отладки программы: непрерывное и пошаговое исполнение программы. Технология составления программы: запоминание последовательности выполненных команд в «копилке», откатка. Совместное использование повторителей и подпрограмм.

Параллельное управление несколькими однотипными исполнителями с помощью одной и той же программы без обратной связи (SIMD-режим).

Совместная работа двух роботов в общей обстановке. Кооперативное составление программ управления двумя роботами для решения общей задачи. Параллельная работа двух

программ. Отказы при параллельной работе двух роботов в общей обстановке. Включение в систему команд каждого робота команды «мигнуть» (подождать один такт). Синхронизация действий двух роботов с помощью команд «мигнуть».

Тема 3. Программное управление с обратной связью: цикл «пока». Диалог человека с роботом при решении задачи «дойти до стены». Способ записи этого диалога с помощью конструкции цикл «пока». Возможность составления «универсальной» программы, которая правильно работает в нескольких однотипных обстановках. Команды-вопросы и конструкция «ветвление». Задания на составление универсальных программ в системе ПиктоМир.

Тема 4. Программное управление с обратной связью: использование подсчетов в программах управления роботами. Счетчик «Кувшин с камнями» в системе ПиктоМир. Команды-действия и команды-вопросы счетчика «Кувшин». Решение задачи «дойти до стены и вернуться» с помощью счетчика. Использование содержимого счетчика (числа камней в Кувшине) в качестве повторителя. Использование команд-вопросов Кувшина для синхронизации при кооперативном выполнении двух программ.

Тема 5. Пиктограммные (детские) и текстовые (взрослые) языки программирования. Демонстрация примеров перевода программы управления реальным или виртуальным роботом из пиктограммной формы в текстовую.

Темы 1–5 охватывают замкнутый набор понятий и практик программирования и могут быть освоены в комфортной обстановке, с использованием системы бестекстового программирования.

На дошкольном этапе обучения полностью проходятся темы 1 и 2 и частично темы 3 и 4. На школьном этапе углубляется знакомство с темами 3 и 4 и демонстрируется на примерах возможность переход от пиктограммного стиля программирования к текстовому (тема 5). Этот переход требует использования учебной системы программирования, основанной на языке программирования с русской лексикой и должен быть завершен на следующей ступени. По нашему опыту, для обучаемых любого возраста, будь то первоклассники или первокурсники, переход к текстовому программированию оказывается трудным. Во-первых, в текстовой системе программирования появляется возможность допустить синтаксические ошибки, во-вторых, в текстовой системе программирования обучаемый должен сам выработать структуру программы. Средства для частичного смягчения второй трудности предусмотрены в практикумах КуМира, но средств КуМира и других текстовых систем программирования недостаточно, чтобы провести переход с наименьшими затратами учебного времени. Поэтому в планах НИИСИ РАН разработка пиктограммно-текстовой системы программирования ПиктоМир-К (ПиктоМир-КуМир).

Работа выполнена по теме 0065-2018-0017 госзадания 2018 года в отделе учебной информатики ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН.

Литература

1. Richtel M. Reading, Writing, Arithmetic and Lately, Coding // The New York Times. 2014. May 10. URL : <http://www.nytimes.com/2014/05/11/us/reading-writing-arithmetic-and-lately-coding.html> (дата обращения: 30.04.2018).
2. A is for Algorithm // The Economist. 2014. April 23. URL: <https://www.economist.com/news/international/> (дата обращения: 30.04.2018).
3. Hardesty L. Teaching programming to preschoolers // MIT News. 2015. March 11. URL: <http://news.mit.edu/2015/> (дата обращения: 29.04.2018).
4. Первин Ю. А. От операционного стиля мышления через педагогические компетенции к универсальным учебным действиям // ИТО-РОИ. 2010. URL: <http://ito.edu.ru/> (дата обращения: 29.04.2018).

5. Rogozhkina I. B., Kushnirenko A. G. PiktoMir: Teaching programming concepts to preschoolers with a new tutorial environment // *Procedia-Social and Behavioral Sciences* 2011. № 28. P. 601–605.
6. Рогожкина И. Б. Пиктомир: дошкольное программирование как опыт продуктивной интеллектуальной деятельности // *Ярослав. пед. вестн.* 2012. № 2. Т. II. С. 27–31.
7. ПиктоМир. ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН. URL: <https://www.niisi.ru/piktomir/> (дата обращения: 30.04.2018).
8. Besshaposhnikov N. O., Kushnirenko A. G., Leonov A. G. Pictomir: how and why do we teach textless programming for preschoolers, first graders and students of pedagogical universities // *CEE-SECR '17 Proceedings of the 13th Central & Eastern European Software Engineering Conference in Russia, St. Petersburg, Russia. October 20–21, 2017.* NY : USA : ACM, 2017. doi>10.1145/3166094.3166115.

УДК 614.841.42:630:004

КОМПЛЕКСНОЕ АЛГОРИТМИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ БОРЬБЫ С ЛЕСНЫМИ ПОЖАРАМИ

С. Ю. Антонов¹, Г. Н. Исаков²

¹ Главное управление МЧС России по ХМАО – Югре, santonov1971@mail.ru

² Сургутский государственный университет, isak_nik@mail.ru

В статье на основе большого количества отечественных и зарубежных научных публикаций проведен анализ существующих моделей и алгоритмов, которые применяются или могут быть применены для моделирования, прогнозирования и поддержки принятия решений при борьбе с лесными пожарами. Предложена структура комплексной информационно-аналитической компьютерной системы по борьбе с лесными пожарами. Предложена классификация задач, которые могут быть решены с помощью такой системы, а также соответствующих моделей и алгоритмов.

Ключевые слова: лесной пожар, математическое и имитационное моделирование, управление процессом тушения лесного пожара, система поддержки принятия решений, методы принятия управленческих решений, критерии управления.

COMPLEX ALGORITHMIC SUPPORT OF INFORMATION ANALYSIS COMPUTER SYSTEM FOR FIGHTING FOREST FIRES

S. Yu. Antonov¹, G. N. Isakov²

¹ Central Administration of the Ministry of Emergency Situations of the Russian Federation, Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Ugra, santonov1971@mail.ru

² Surgut State University, isak_nik@mail.ru

The article considers an analysis of existing models and algorithms that are or can be applied for simulating, forecasting and supporting decision-making in fighting forest fires. The analysis is based on a large number of domestic and foreign scientific publications. The structure of a complex information analysis computer system for fighting forest fires is proposed. A classification of problems that can be solved by such system, as well as by corresponding models and algorithms, is proposed.

Keywords: forest fire, mathematical and simulation modeling, forest fire extinguishing process control, decision support system, management decision support system, control measure.

Структура информационно-аналитической компьютерной системы для борьбы с лесными пожарами. Леса России являются одним из главных национальных достояний и важнейшей сырьевой базой для многих отраслей промышленности и народного хозяйства. Кроме того, леса являются экосистемной основой для ведения охотхозяйства, сбора дикорастущих растений, обладающих уникальными лечебными и пищевыми свойствами, составляют базу для туристического и рекреационного бизнеса. Особая важность лесов как источника перечисленных ресурсов определяется их принципиальной возобновляемостью. Площадь, занятая лесами, особенно широколиственными, является важным фактором контроля динамики содержания парникового газа диоксида углерода в атмосфере.

Одним из важнейших факторов обеспечения стабильности, возобновления и развития лесного фонда и лесных ресурсов Российской Федерации является обеспечение комплексных мер по борьбе с лесными пожарами. Для регулирования такой деятельности Правительством Российской Федерации, профильными министерствами и ведомствами, прежде всего

Министерством по чрезвычайным ситуациям Российской Федерации и Рослесхозом, разработаны пакеты соответствующих нормативных документов [1–3].

Эффективное выполнение положений нормативных документов невозможно без своевременного мониторинга ситуации с возникновением, предотвращением, локализацией и устранением лесных пожаров, включая заблаговременное размещение и проверку состояния готовности сил и средств пожаротушения в пожароопасных районах лесных массивов на территориях субъектов Российской Федерации.

Одним из важнейших инструментов обеспечения перечисленных направлений деятельности является разработка комплексной информационно-аналитической компьютерной системы (ИАКС), состоящей как минимум из следующих подсистем:

- хранилища данных, в том числе о лесных пожарах прошлых сезонов, их обнаружении, протекании, принятых мерах с оценкой эффективности принятых мер по локализации и устранению, а также оценкой достаточности/недостатков в отношении имевшихся в распоряжении сил и средств, использованных при тушении пожара;
- системы сбора, обработки и анализа данных мониторинга и прогнозирования развития текущей ситуации по лесным пожарам;
- системы поддержки принятия решений по предупреждению, локализации и устранению лесных пожаров в текущем сезоне;
- системы анализа достаточности и эффективности использования сил и средств и стратегического планирования действий по предупреждению лесных пожаров на будущие сезоны.

Целесообразно, чтобы указанная комплексная информационно-аналитическая система была организована в виде структуры кластеров как минимум трех уровней:

- совокупности локальных территориальных информационно-аналитических и прогнозных центров (возможно, соотнесенных с субъектами Российской Федерации);
- информационно-аналитических центров федеральных округов Российской Федерации;
- головного информационно-аналитического центра федерального уровня (рис. 1).

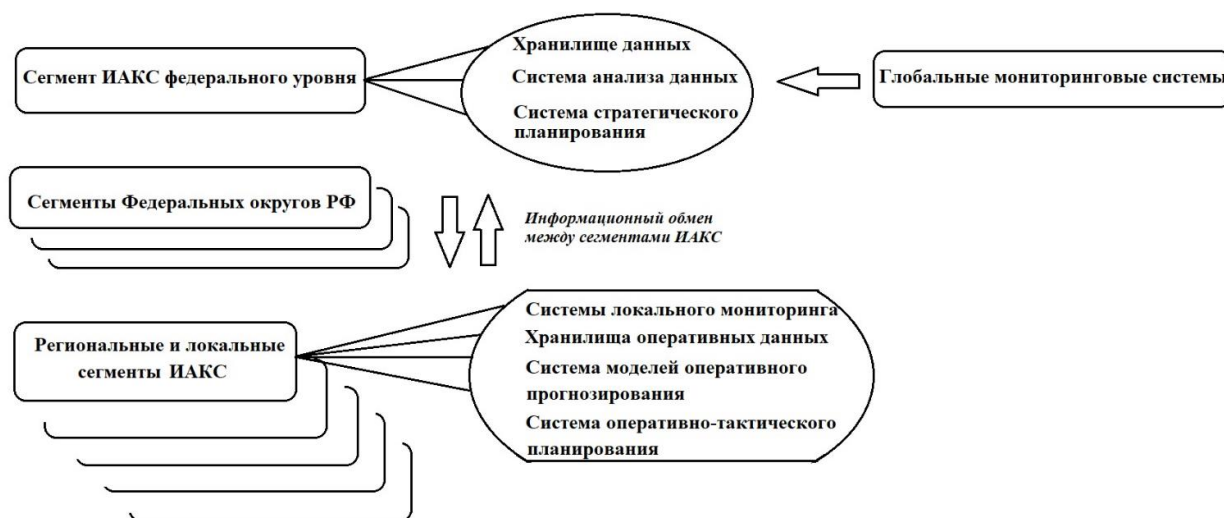


Рис. 1. Территориальная структура ИАКС

Взаимодействие между кластерами ИАКС должно осуществляться на основе новейших сетевых технологий с применением надежных средств авторизации доступа и защитой передаваемых сообщений, т. е. должно быть основано на современных принципах информационной безопасности.

Для обеспечения эффективного функционирования ИАКС необходимо использование в ее составе проверенных (практически верифицированных) математических компьютерных алгоритмов, предназначенных для своевременного и эффективного решения поставленных

перед ИАКС задач. Как задачи, так и применяемые для их решения алгоритмы должны быть классифицированы по основным направлениям использования (применения) ИАКС (рис. 2).



Рис. 2. Классификация задач ИАКС и алгоритмов для их решения

Ввиду того, что процессы возникновения, распространения, локализации и устранения лесных пожаров являются сложными многофакторными процессами, существующие в настоящее время математические модели и алгоритмы имеют ограниченную применимость в зависимости от конкретных ситуаций, начальных данных и условий реальных задач. Поэтому целесообразно проведение целенаправленной работы по комплексному тестированию, отбору и классификации алгоритмов, применяемых в рамках отдельных направлений ИАКС, с целью наиболее адекватного и эффективного их применения при анализе, прогнозировании и принятии решений в реальных ситуациях. Так же, как при отборе существующих математических моделей и алгоритмов для ИАКС для борьбы с лесными пожарами, так и при разработке новых эффективных моделей и алгоритмов должны быть учтены новые долгосрочные факторы и глобальные тенденции, которые будут оказывать существенное влияние на возникновение лесных пожаров на территории РФ в ближайшем будущем.

Ключевые долгосрочные факторы и глобальные тенденции, влияющие на динамику возникновения и развития лесных пожаров на территории РФ. К основным факторам, повышающим вероятность возникновения лесных пожаров на территории РФ в долгосрочной перспективе, следует отнести глобальное потепление и увеличение присутствия людей на территории лесных массивов в пожароопасный период. Причем следует отметить, что действуя в совокупности, оба этих фактора обеспечивают возникновение синергетического системного эффекта, который еще более увеличивает вероятность возникновения лесных пожаров в пожароопасный период.

В докладе, составленном специалистами Почвенного института им. В. В. Докучаева совместно с Институтом географии РАН и Институтом физико-химических и биологических проблем почвоведения РАН, его авторы отмечают, что потепление практически во всех регионах Российской Федерации идет быстрее, чем на других территориях и в среднем по планете[11]. Так, рост среднегодовых температур на территории Российской Федерации за последнее десятилетие составляет 0,45 °С. Если же рассматривать статистику температурных измерений только на европейской части территории РФ, то среднегодовые температуры на этой территории выросли за десять лет на 0,54 °С. При этом на суше северного полушария рост среднегодовых температур составил 0,38 °С за десятилетие, а глобальный рост (в целом

по Земле) составил 0,17 °С. Относительно плавное увеличение летних температур в период до 2006 г. сменилось неравномерным ростом с большими пиками в 2010 г. и в 2014–2016 гг., когда летние температуры на территории РФ достигали рекордных значений. Также ожидается более быстрое сокращение длительности зимних волн холода по сравнению с увеличением продолжительности волн тепла летом. Указанные тенденции означают, что существует большая вероятность увеличения длительности засушливых периодов и периодов повышенной температуры именно в пожароопасный период, а это, в свою очередь, приведет к повышению вероятности возникновения лесных пожаров практически по всей территории Российской Федерации.

Вместе с температурой воздушной среды повышается и среднегодовая температура почв вплоть до глубины в 50–100 см. Отдельного рассмотрения и учета в плане последствий требует изменение границы вечной мерзлоты, которая на данный момент занимает более половины территории Российской Федерации.

Повышение концентрации диоксида углерода в атмосфере вместе с увеличением среднегодовых температур является фактором потенциального увеличения продуктивности как природных геобиоценозов, включая лесные массивы, так и сельскохозяйственных угодий. Если для сельского хозяйства и лесоводства данная тенденция может быть оценена как позитивная, однако она усложняет ситуацию с возникновением лесных пожаров, так как может вызвать разрастание почвопокровных растений нижнего яруса, подлеска и древовидных кустарников в лесных массивах, что станет фактором усложнения ситуации при возникновении и распространении лесных пожаров. Помимо этого, указанная тенденция потребует дополнительного мониторинга и усилий по поддержанию противопожарных просек, рвов и проходимости лесных дорог.

Вторым фактором повышения риска возникновения лесных пожаров является увеличение присутствия людей на территории лесных массивов в пожароопасный период. Известно, что до 70 % лесных пожаров на территории РФ возникают по вине человека, а для лесных массивов, расположенных вблизи населенных пунктов, эта величина возрастает. Особую опасность представляет неконтролируемый туризм, охота и рыболовство, включая браконьерскую деятельность в лесах в весенне-летний период.

Обзор существующих моделей и алгоритмов для моделирования лесных пожаров и их классификация по основным направлениям использования ИАКС. Как уже отмечалось выше, применяемые в составе ИАКС модели и алгоритмы должны быть классифицированы относительно направлений применения ИАКС, следовательно, относительно основных составляющих ее подсистем. В соответствии с приведенным ранее перечнем подсистем ИАКС может быть предложена следующая классификация моделей и алгоритмов по моделированию лесных пожаров.

Класс А. Фундаментальный уровень моделирования, к которому относятся модели, описывающие процессы совместного горения различного рода горючих материалов, составляющих ярусы леса, исходя из их физико-химических свойств и влажности, а также процессы экстракции масел и газообразных веществ из указанных лесных горючих материалов при их нагревании с различной интенсивностью тепловых потоков (включая нагревание солнечными лучами, потоком нагретых дымовых газов, а также тепловым излучением от фронта пламени), пиролизные процессы.

Класс В. Гидродинамические и иные модели локального тепло-массопереноса при распространении пламени в лесном массиве с учетом текущей метеорологической обстановки и ключевых метеорологических факторов, таких как влажность воздуха, температура и скорость ветра.

Класс С. Моделирование распространения лесного пожара на реальной территории с учетом ландшафтного рельефа и фактической неоднородности характеристик горючих материалов лесного массива, с прогнозом контуров распространения, локального класса опасности и иных характеристик лесного пожара, определяющих оперативно-тактические

действия по его локализации и тушению, а также моделирование сценариев применения сил и средств пожаротушения в текущей конкретной ситуации и априорная оценка эффективности такого применения.

Класс D. Моделирование лесных пожаров как событий в системе функционирования охраны леса и наборы соответствующих алгоритмов.

Каждому из классов моделей могут быть соотнесены определенные характерные временной и пространственный масштабы. Так, для класса А указанные характерные масштабы определяются скоростями протекания основных физико-химических процессов при возгорании и последующем горении лесных горючих материалов. Эти масштабы могут быть оценены от нескольких секунд до нескольких минут по времени и от нуля до нескольких метров по пространству.

Характерные масштабы для моделей класса В – от нескольких минут до одного-двух часов по времени и от нескольких десятков до нескольких сотен метров по пространству. Однако необходимо отметить, что уже для моделей класса В, как и для моделей класса С, характерные временной и пространственный масштабы зависят от скорости ветра и от преимущественного типа пожара, поскольку, например, в зависимости от скорости ветра беглый верховой пожар может распространяться со скоростью до 4 500–4 800 м/ч (70–80 м/мин).

Характерные масштабы для моделей класса С составляют от одного-двух до нескольких часов по времени и от нескольких сотен метров до нескольких километров (в случае верхового пожара – до 10–20 км) по пространству.

Модели класса D оперируют площадями лесных массивов, начиная от нескольких десятков гектар, и временными промежутками, определяемыми волнами потепления и похолодания в пожароопасный период, периодами засухи и тому подобными временными диапазонами, вплоть до длительности пожароопасного периода в целом.

Отметим, что модели и соответствующие им алгоритмы, относящиеся к классу D, по используемому математическому аппарату могут быть отнесены преимущественно к статистическим методам анализа данных, а также к таким разделам так называемого машинного обучения, как автоматизированная классификация и кластеризация данных.

В классе С, к которому относятся модели и алгоритмы непосредственного обеспечения оперативно-тактического планирования действий по локализации и устранению лесных пожаров, в настоящее время применяются преимущественно эмпирические и полуэмпирические модели распространения контура пожара. Среди наиболее широко используемых современных моделей такого типа следует упомянуть модели Фонса [28], Байрама [27], Н. П. Курбатского и Г. П. Телицина [20], а также Ротермела [29] и др. При их разработке были использованы экспериментальные данные о горении лесных горючих материалов, полученные либо в ходе лабораторных и стендовых экспериментов, либо исходя из анализа распространения реальных пожаров.

Следует отметить, что в существующих эмпирических моделях класса С слабо учитываются или совсем не учитываются профили ландшафта, на котором размещен лесной массив. Так, для горных склонов крутизной до 30–45 градусов скорость распространения пламени вверх по склону, особенно при наличии попутного ветра, возрастает из-за наличия естественных восходящих вверх конвективных потоков, которые являются особенно интенсивными в утренние часы и в первой половине светового дня для склонов, освещаемых солнцем. Напротив, при распространении лесного пожара в низинах могут возникать устойчивые аэродинамические конфигурации типа конвективной колонки или квази-стационарного вихря. Такие явления частично учтены в модели Байрама.

К классу С следует отнести также модели и алгоритмы, предназначенные для решения задач локализационного управления лесным пожаром [14, 24]. В таких моделях в явном виде учитывается воздействие на пожар сил и средств пожаротушения.

Модели класса А составляют основу для моделей класса В, поскольку предоставляют для них термохимические и кинетические данные в части процессов горения твердых фракций лесных горючих материалов, их сушки подходящим фронтом пламени, пиролиза и газификации. Модели класса А вместе с соответствующими экспериментальными данными, использованными для их идентификации, описаны, в частности, в работах [17, 20] и др.

Модели класса В основаны на законах сохранения энергии и массы в форме, применяемой в задачах тепло- и массопереноса, и записываются обычно в форме системы уравнений в частных производных. Такого рода уравнения аналогичны уравнениям гидродинамики и механики реагирующих сред [5, 12, 18], и модели содержит несколько десятков уравнений. Численное решение столь высокоразмерной системы уравнений требует привлечения специальных методов типа метода крупных частиц [5], контрольного объема [25], расщепления по физическим процессам [18], что, в свою очередь, может привести к дальнейшему накоплению вычислительных погрешностей и снижению точности модели. Проблема размерности может быть также разрешена с использованием суперкомпьютерных кластеров [6, 10] и так называемых интеграционных вычислительных платформ, которые могут быть развернуты на кластерных или облачных сетевых вычислительных ресурсах [23].

Таким образом, на современном этапе модели класса В далеки от всеобъемлющего решения практических задач, связанных с борьбой с лесными пожарами. Однако важность моделей данного класса состоит в выяснении глубинных закономерностей распространения лесных пожаров и подробном анализе частных модельных случаев, таких как распространение пожаров через искусственные и естественные преграды, возникновение новых очагов возгорания перед фронтом пламени, распространения пламени с повышенной скоростью в виде узких полос и т. п. [25–26].

К важному подклассу моделей класса В относятся полуэмпирические модели, в которых выводятся и используются системы уравнений для изменения во времени границы лесного пожара. Именно положение границы лесного пожара и его изменение с течением времени является одним из основных компонентов входных данных для оперативно-тактического планирования мероприятий по локализации и тушению лесных пожаров. В работах [15–16] построены мажорирующие оценки в рамках методов множеств достижимости, которые на плоскости сводятся к тому, что реальный профиль границы лесного пожара описывается мажорирующим эллипсом или системой эллипсов. При этом параметры эллипса и их изменение во времени могут быть определены по нескольким профилям границы пожара в различные моменты времени, которые могут быть получены посредством спутниковой или аэрофотосъемки, либо по наземным наблюдениям на местности путем определения конечного набора реперных точек (рис. 3).

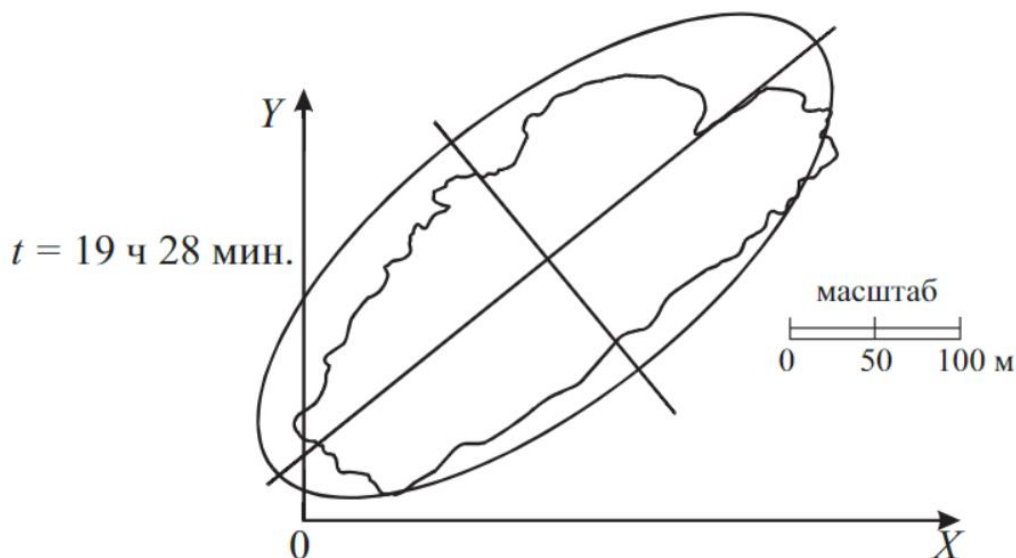


Рис. 3. Аппроксимация контура лесного пожара мажорирующим эллипсом

В заключение данного раздела отметим, что для обеспечения превентивных мер по предупреждению лесных пожаров в состав системы моделей должны быть включены модели прогнозирования пожарной опасности в данной местности. Простейшей моделью такого рода является показатель Нестерова [21], а также показатели пожарной опасности ПВ-1 и ПВ-2. Поскольку одним из главных предикторов пожароопасности является влажность лесных горючих материалов, ее прогнозирование с использованием моделей, верифицированных на реальных данных, является важной составляющей адекватной оценки пожароопасности в данный период на данной территории [19].

Наконец, необходимо учитывать, что измерение показателей и параметров даже для эмпирических или полумэмпирических моделей для реальных лесных массивов является трудоемкой задачей, в связи с чем возникает необходимость оценки параметров моделей косвенным образом по результатам измерения других параметров, допускающих измерение дистанционным образом (на основе данных спутниковых систем или аэрофотосъемки). При этом выбор методов дистанционного зондирования составляет отдельный круг задач. Здесь возможно использование фотосъемки лесных массивов со спутников или самолетов в инфракрасном диапазоне [13], с использованием гиперспектрального подхода [4, 7] или с применением радиометрических методов [8–9].

Выводы. Совокупность рассмотренных глобальных долгосрочных факторов, которые будут существенно влиять на возникновение лесных пожаров и увеличение вероятности их возникновения в пожароопасный сезон на различных территориях Российской Федерации в будущие периоды времени, определяет очевидную необходимость разработки и внедрения комплексной информационно-аналитической компьютерной системы ИАКС для мониторинга и прогнозирования возникновения и развития (распространения) лесных пожаров, а также стратегического и оперативно-тактического планирования мероприятий по их локализации и устранению, включая планирование необходимых сил и средств и их территориального распределения.

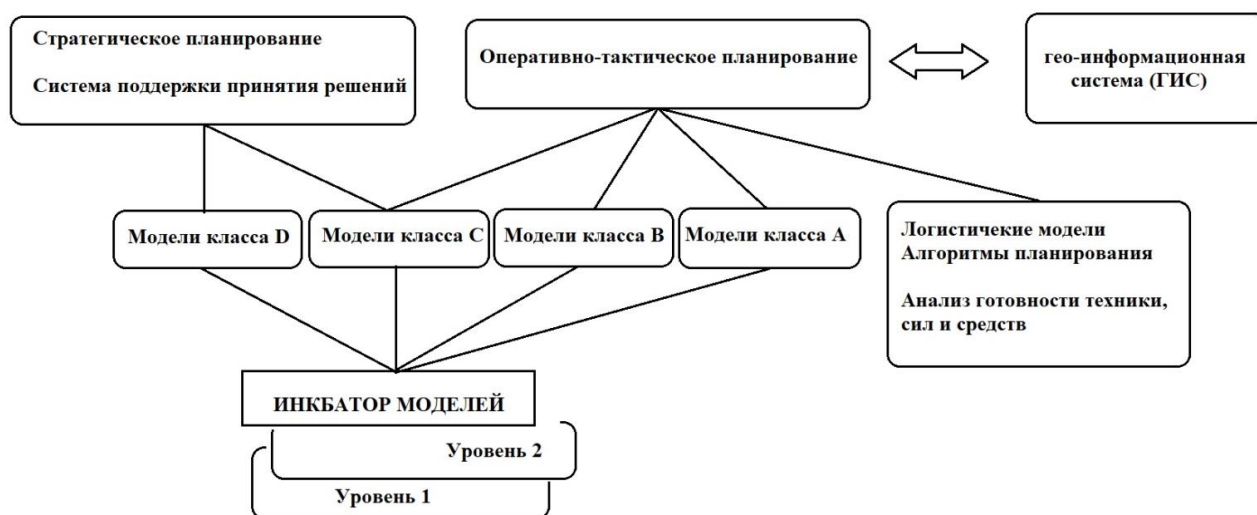


Рис. 4. Алгоритмическая структура ИАКС

По вышеуказанным причинам в состав ИАКС необходимо включить двухуровневый инкубатор моделей. На первом уровне инкубатора специалисты ведомственных организаций (МЧС, Рослесхоз, Минприроды) и независимые исследователи из университетов и частных профильных компаний проверяют разработанные ими модели на основе статистических и иных данных о лесных пожарах на территории РФ за прошедшие периоды времени. На втором уровне новые модели проходят системную проверку, верификацию и апробацию профильными специалистами соответствующих ведомств, по результатам чего принимается решение о практическом использовании данных моделей в борьбе с лесными пожарами (рис. 4).

Литература

1. Об утверждении Правил осуществления контроля за достоверностью сведений о пожарной опасности в лесах и лесных пожарах : постановление Правительства РФ от 18.08.2011 № 687, ред. от 09.06.2014.
2. Об утверждении классификации природной пожарной опасности лесов и классификации пожарной опасности в лесах в зависимости от условий погоды : приказ Рослесхоза от 05.07.2011 № 287, зарегистрировано в Минюсте РФ 17.08.2011 № 21649.
3. Методика тушения ландшафтных пожаров. М. : МЧС РФ, 2015. 52 с.
4. Родионов И. Д., Родионов А. И., Ведешин Л. А., Виноградов А. Н., Егоров В. В., Калинин А. П. Авиационные гиперспектральные комплексы для решения задач дистанционного зондирования // Исследование Земли из космоса. 2013. № 6. С. 81.
5. Асылбаев Н. А. Математическое моделирование распространения степного пожара // Компьютер. исслед. и моделирование. 2010. Т. 2. № 4. С. 377–384.
6. Барановский Н. В. Ландшафтное распараллеливание и прогноз лесной пожарной опасности // Параллельные вычислительные технологии ПАВТ 2007 : тр. Междунар. науч. конф. Челябинск : Изд-во ФУрГУ, 2007. Т. 1. С. 227–236.
7. Борзов С. М., Потатуркин О. И. Классификация типов растительного покрова по гиперспектральным данным дистанционного зондирования земли // Электрон. архив НГУ. 2014. URL: <http://www.nsu.ru/xmlui/handle/nsu/7712> (дата обращения: 20.03.2018).
8. Бородин Л. Ф., Валендик Э. Н., Миронов А. С. СВЧ радиометрические методы и проблемы лесных и торфяных пожаров // Радиотехника и электроника. 1978. № 10. С. 2120–2131.
9. Валендик Э. Н., Богомолов А. А. Дистанционная оценка влагосодержания растительного напочвенного покрова по его СВЧ-излучению // Прогнозирование лесных пожаров : тр. ИЛИД СО АН СССР. Красноярск : ИЛИД СО АН СССР, 1978. С. 26–40.
10. Вдовенко М. С., Доррер Г. А. Моделирование лесных пожаров с использованием кластерных вычислительных систем // Хвойные бореальной зоны. 2009. № 2. XXVI.
11. Кудеяров В. Н., Демкин В. А., Гиличинский Д. А., Горячкин С. В., Рожков В. А. Глобальные изменения климата и почвенный покров // Почвоведение. 2009. № 9. С. 1027–1042.
12. Гришин А. М. Общие математические модели лесных и торфяных пожаров и их приложения // Успехи механики. 2002. Т. 1. № 4. С. 41–89.
13. Доррер Г. А., Василевский В. В. Оперативная оценка параметров лесных пожаров по их ИК-снимкам на основе решения обратной задачи распространения // Оперативное управление охраной лесов : тез. докл. Всесоюзн. науч.-техн. совещания. Красноярск, 1984. С. 14–16.
14. Доррер Г. А., Ушанов С. В. Расчет оптимальных путей локализации лесных пожаров // Горение и пожары в лесу : тез. докл. Межреспубл. конф. Красноярск, 1984. С. 72–74.
15. Доррер Г. А. Оптимальные гарантированные оценки параметров процессов распространения // Совещание-семинар по механике реагирующих сред : тез. докл. VII Всесоюзн. конф. Красноярск, 1988. С. 115–117.
16. Доррер Г. А. Теория распространения лесного пожара как волнового процесса : дис. ... д-ра техн. наук. Красноярск, 1989.
17. Конев Э. В. Физические основы горения растительных материалов. Новосибирск : Наука, 1977. 239 с.

-
18. Кулешов А. А., Мышецкая Е. Е., Якуш С. Е. Моделирование распространения лесных пожаров на основе модифицированной двумерной модели // Матем. моделирование. 2016. Т. 28. № 12. С. 20–32.
19. Курбатский Н. П. Сезонные изменения влажности хвои, листьев и веточек у основных древесных пород тайги // Вопр. лесной пирологии : тр. ИЛИД СО АН СССР. Красноярск : ИЛИД СО АН СССР, 1970. С. 155–185.
20. Курбатский Н. П. Исследование количества и свойств лесных горючих материалов // Вопр. лесной пирологии : тр. ИЛИД СО АН СССР. Красноярск : ИЛИД СО АН СССР, 1970. С. 5–58.
21. Нестеров В. Г. Горимость леса и методы ее определения. Л. : Гослесбумиздат, 1949. 74 с.
22. Остриков В. Н., Плахотников О. В., Кириенко А. В. Обработка гиперспектральных данных, получаемых с авиационных и космических носителей // Соврем. проблемы дистанц. зондирования Земли из космоса. 2013. Т. 10. № 2. С. 243–251.
23. Перминов В. А., Шатохин А. А. Математическое моделирование процессов теплопереноса при пожарах с использованием программного обеспечения Phoenix // Вестн. науки Сибири. 2014. № 1 (11). С. 34–39. URL: <http://sjs.tpu.ru> (дата обращения: 23.03.2018).
24. Фадеенков О. В. Оптимальная маршрутизация при управлении борьбой с лесными пожарами : дис. ... канд. техн. наук. СибГТУ, Красноярск, 2006.
25. Халдина Е. А. Математическое моделирование распространения верховых лесных пожаров с учетом противопожарных преград // Вестн. науки Сибири. 2013. № 4 (10). С. 98–103. URL: <http://sjs.tpu.ru> (дата обращения: 23.03.2018).
26. Шипулина О. В. Математическое моделирование распространения фронта вершинного лесного пожара в однородном лесном массиве и вдоль просеки : дис. ... канд. физ.-мат. наук. Томск, 2000. 25 с.
27. Byram G. M., Martin R. E. The modeling of fire whirlwinds // Forest Science. 1970. V. 16. № 4. P. 386–398.
28. Fons W. L. Analysis of fire spread in light forest fuels // Journal of Agricultural Researches. 1946. Vol. 72. № 3. P. 93–121.
29. Rothermel R. C. A mathematical model for fire spread predictions in wildland fuels // USDA Forest Service Research. 1972. № 115. 40 p.

УДК 37:004

ЦИФРОВИЗАЦИЯ ОБРАЗОВАНИЯ – НОВЫЕ ВОЗМОЖНОСТИ УПРАВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫМИ ТРЕКАМИ

Н. О. Бесшапошников¹, А. Г. Леонов^{1, 2, 3}, А. А. Прилипко¹¹ *Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований РАН*² *Московский педагогический государственный университет*³ *Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова
nbesshaposhnikov@vip.niisi.ru, dr.l@vip.niisi.ru, aaprilipko@niisi.msk.ru*

Стратегия развития цифровой экономики в РФ предусматривает глобальные изменения во всех сферах жизни как государства, так и общества. Новые вызовы современности ставят новые задачи ускорения темпов развития производства, технологий, образования. Темпы цифровизации образования и широта внедрения цифровой образовательной среды должны соответствовать целям и задачам современных образовательных процессов. В статье обсуждаются вызовы, стоящие перед современным образованием, исследуются технология внедрения и развития цифровых процессов в образовании, предлагается комплексный подход к построения индивидуальных треков обучаемых.

Ключевые слова: цифровизация образования, индивидуальный образовательный трек, система программирования, алгоритмика.

DIGITALIZATION OF EDUCATION – NEW OPPORTUNITIES FOR CONTROLLING EDUCATIONAL TRACKS

N. O. Besshaposhnikov¹, A. G. Leonov^{1, 2, 3}, A. A. Prilipko¹¹ *System Research Institute, Russian Academy of Sciences,*² *Moscow Pedagogical State University,*³ *Lomonosov Moscow State University,**nbesshaposhnikov@vip.niisi.ru, dr.l@vip.niisi.ru, aaprilipko@niisi.msk.ru*

The development strategy of the digital economy in the Russian Federation provides global changes in all spheres of life, both for the state and society. New challenges of modern times set new tasks to accelerate the rates of development of production, technology and education. The pace of digitalization of education and the breadth of implementation of the digital educational environment must meet the goals and objectives of modern educational processes. The article considers the challenges facing modern education, examines the technology of implementation and development of digital processes in education. A comprehensive approach to the construction of individual tracks of students is proposed.

Keywords: digitalization of education, individual educational track, programming system, algorithmic.

Перед современным образованием стоят непростые вызовы и задачи. С одной стороны, вхождение общества в цифровую эпоху предоставляет педагогам множество новых инструментов, которые можно использовать в образовательном процессе, с другой – к обучающимся, уже погруженным в цифровой мир, слабо применимы отточенные годами методики преподавания.

«... Цифровая экономика – это не отдельная отрасль, по сути, это основа, которая позволяет создавать качественно новые модели бизнеса, торговли, логистики, производства, изменяет формат образования, здравоохранения, госуправления, коммуникаций между людьми, а следовательно, задает новую парадигму развития государства, экономики и всего общества», – убежден Президент Российской Федерации В. В. Путин [1].

Цифровизация образования – это не только использование современных информационно-коммуникационных технологий для повышения эффективности преподавания с использованием разработанных вчера и эксплуатируемых сегодня педагогических моделей.

По состоянию на начало 2018 г. более половины населения Земли (более 4 млрд человек) имеют постоянный доступ во всемирную электронную сеть – Интернет. Число школ в Российской Федерации, подключенных к высокоскоростному Интернету, превышает 28 из 42 тысяч школ. Лишь менее 5 % школ не имеют регулярного доступа к Интернет. Ликвидация этого цифрового неравенства намечена на ближайший год [2].

Основное средство коммуникации – мобильный телефон, за последнее десятилетие превратился из беспроводного кнопочного аналога классического телефона в мощный мобильный компьютер. На рубеже 2017–2018 гг. число владельцев сотовых телефонов превысило 2/3 населения Земли, и охват сотовой связью продолжает расти более чем на 200 млн человек в год. В образовании эти процессы приводят к тому, что главное достижение цифровой эпохи – получение легкого и простого доступа к информации, начинает обесценивать традиционные классические схемы и методы обучения.

Традиционные библиотеки с читальными залами постепенно вытесняются базами данных с удаленным доступом, лекционные материалы оцифровываются и становятся доступными студентам как в необработанном виде (видеозаписи лекций), так и в виде обширных комплектов текстовых и графических сопровождающих материалов, выполняемых программных кодов и т. п. Учебные фильмы сегодня доступны учащимся в Интернете. Химические опыты можно не проводить в классе, достаточно набрать в поисковой системе ключевые слова и, как правило, можно увидеть десятки видеофрагментов с проведенными экспериментами. Географию можно изучать, визуально путешествуя вместе с участниками экспедиции. Конспекты и справочники также хранятся в цифровой форме.

Но цифровизация не сводится к механической оцифровке используемых педагогами материалов или предоставлению доступа учащимся к аудио-визуальным цифровым копиям лекций, или замене аудиторных занятий на вебинары с использованием Интернет. Цифровизация не сводится также ко введению линейки оценочных средств от простых автоматизированных вопросно-ответных системы до цифровых лабораторий, в которых учащиеся выполняют зачетные задания.

В бизнесе для описания процессов цифровизации используется более широкий термин – цифровая трансформация – переход на новые цифровые операционные и бизнес-модели в производстве и управлении [3]. По аналогии, под цифровизацией в образовании нужно понимать полную перестройку образовательного процесса, в который включаются не только методика и средства преподавания, но и изменения в модели компетенций, в семантической модели образовательной программы, изменения подходов к оценке труда педагога, а также цифровое управление рутинными процессами в учебном заведении: кадровым учетом, управлением педагогической нагрузкой, финансовым управлением, документооборотом, т. е. всей деятельностью подразделений образовательной организации: учебной, методической, научной-исследовательской и пр.

На этом пути встречается немало объективных трудностей. Авторитетная международная организация The New Media Consortium (NMC), ставящая своей целью внедрение новых медийных технологий в образование, в обстоятельном докладе «Отчет NMC Horizon: высшее образование-2017» [4] перечисляет общие проблемы цифровизации образования:

Цифровое неравенство. Студенты имеют различный уровень подготовки к использованию цифровых информационно-коммуникационных технологий.

Устаревание знаний. Проблемой для образовательных организаций становится непрерывная поддержка актуальности курсов, образовательных компетенций и поддерживающего эти процессы программного обеспечения.

Переосмысление роли преподавателей. Преподавателям необходимо владение современными цифровыми технологиями и техническими средствами: цифровыми учебными ре-

курсами или программным обеспечением для учебных курсов; участие в онлайн-дискуссиях и коллективных исследованиях. От компетентности преподавателей зависит эффективность использования современных методов активного обучения, например, проектного и проблемного обучения.

Необходимость достижения цифрового равенства. Образовательным организациям необходимо адаптировать образовательные модели под нужды не получающих должного внимания студентов.

Работы по обеспечению цифрового равенства, формированию и ведению индивидуальных образовательных треков для обучаемых нельзя откладывать на годы до появления ответов на все возникающие вопросы, их нужно начинать уже сегодня. Принятие этого тезиса приводит к идее внедрения смешанной модели обучения, в которой сочетаются привычные, комфортные для преподавателя классические подходы с использованием привычного и комфортного для современных студентов цифрового окружения, которое преподаватель может использовать для размещения онлайн-контента и встраивания систем, автоматизирующих рутинные работы преподавателя – проверка работ студентов и ведение учета результатов работы студентов в семестре.

Такой комбинированный подход хорош тем, что не отменяет традиционных очных методов преподавания, правила ведения которых жестко встроены сегодня в корпус нормативных документов, обязательных к выполнению студентами и преподавателями.

Около 5 лет назад на механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова был поставлен эксперимент по внедрению смешанной формы обучения в курсах программирования. Для организации доступа к образовательному онлайн-контенту студентов факультета использовалась социальная сеть ВКонтакте. Для предоставления преподавателю возможности конструирования онлайн-курсов с большим объемом цифрового материала, автоматизированной проверки не только итоговых зачетных, но и рутинных еженедельных классных и домашних заданий и накоплению в базе данных результатов выполнения заданий студентами, в 2015–2016 гг. была спроектирована и реализована обособленная компонента цифровой образовательной среды как элемент цифровой трансформации образовательного процесса в смешанную форму обучения. Использование данной модели обучения повысило эффективность учебного процесса, позволило нарастить объем знаний и навыков у студентов, получить новый уровень компетенции в изучаемом предмете, однако нагрузка на преподавателя возросла в несколько раз [5–6].

Смешанное обучение также позволяет выстроить процесс обучения на сильных сторонах студента и найти индивидуальный подход, формируя индивидуальные образовательные треки для обучаемых.

Использование смешанной формы обучения освобождает преподавателя от выполнения рутинных операций по проверке текущей успеваемости студентов и верификации результатов студенческих заданий. С одной стороны, это позволяет преподавателю контролировать учебный процесс и в любой момент времени иметь актуальную информацию об успеваемости студентов курса. С другой стороны, в этой методической парадигме преподаватель избавлен от необходимости ежедневной «ручной» проверки заданий, что позволяет существенно увеличить число заданий, выдаваемых и выполняемых студентами в рамках изучаемого курса, за счет сокращения времени, затрачиваемого преподавателем на разъяснение типовых ошибок (теперь единожды выполненный преподавателем анализ типовой ошибки средствами социальной сети может быть доведен до всех студентов группы, либо только до студентов, допустивших данную ошибку).

В процессе изучения курсов результаты решений студентами заданий по темам (контекстам), контрольным и экзаменам хранятся в базе данных цифровой образовательной среды, причем эти данные формируются на протяжении всего срока обучения студента в вузе и в перспективе могут быть использованы по завершении обучения (наподобие выписки из зачетной книжки студента). Создание подобного портфолио (портфеля достижений учащегося)

теоретически позволит в любой момент обратиться к сохраненной информации о пройденных курсах, выполненных заданиях и даже к содержанию решенных заданий в рамках прослушанного курса. Такой подход позволит облегчить освоение смежных курсов, так как все информационные материалы и результаты самостоятельной работы по пройденным дисциплинам всегда доступны студенту. Портфель достижений учащегося можно использовать в будущем при поиске работы, соответствующей квалификации соискателя. Работодателю будет достаточно познакомиться с результатами выполнения заданий прослушанных соискателем курсов по интересующим работодателя направлениям, чтобы адекватно оценить уровень компетенций будущего работника.

Изложенный подход непрерывного накопления информации об обучаемом позволит формировать индивидуальные образовательные треки для студента. Стандартный подход состоит в построении курса как сформированной жесткой последовательности подачи изучаемого материала студенту, при котором выделено несколько контрольных точек освоения учебной дисциплины в виде устных собеседований и/или письменных тестов (зачет, коллоквиум, экзамен) и контрольных работ. Как правило, все обучаемые получают одни и те же типовые задания и вопросы для контроля уровня достигнутой компетенции. Такой контроль гарантированно осуществляется несколько раз в семестр. Иногда преподаватель выделяет дополнительное личное время отстающим студентам для помощи в освоении сложного, с точки зрения студента, материала.

Результат прослушивания курса при стандартном подходе практически бинарен: курс либо целиком засчитан, либо нет. При переходе в цифровую образовательную среду появляется возможность засчитывания прохождения не курса целиком, а его отдельных модулей.

При работе студента в цифровой образовательной системе кроме результатов выполнения заданий сохраняется и накапливается целый пул дополнительной информации, анализируя которую педагог может принять решение об изменении образовательного трека конкретного студента. К дополнительной информации относится, например:

- общее расписание активности обучаемого при работе с системой в рамках курса: время входа/выхода в/из системы; время, затраченное на каждую тему курса, констест, задания и т. п.;
- активность при выполнении заданий: частота сдачи решений, результаты сдачи заданий, число ошибочных сдач с диагностикой допущенных ошибок;
- статистика затрат на изучение разных тем материала: график и число подходов к материалам данной темы, общее время, затраченное на изучение темы и т. д.;
- индивидуальные характеристики студента при выполнении работ, требующих высокой клавиатурной и другой мышечной активности: частота нажатия на клавиши, активности манипулятора мыши, активности при работе с планшетом/смартфоном;
- статистика общения с одноклассниками по теме курса: вопросы, ответы, обсуждения, даты и время, в/вне образовательного учреждения;
- статистика общения с преподавателем: вопросы, ответы, обсуждения, даты и время, в/вне образовательного учреждения;
- общение в групповом чате по теме курса: вопросы, ответы, обсуждения, в/вне образовательного учреждения;
- активность при работе над проектными заданиями: состав группы, результат работы и история работы над проектным заданием, даты и время, в/вне образовательного учреждения;
- обратная связь по курсу: пожелания студентов, анкетирование;
- расписание аудиторных занятий, контрольных, экзаменов с результатами и пр.

На основании непрерывно пополняемых данных об активности студента при прохождении курса преподаватель может не только самостоятельно анализировать состояние успеваемости обучаемого, но и использовать предлагаемые цифровой средой рекомендации, основанные на правилах успешности освоения курса, установленного его автором, как прави-

ло, преподавателем настоящего курса. Например, для студента могут быть установлены в расписании временные «красные линии» на выполнение контеста в рамках самостоятельной работы, которые напомнят преподавателю и студенту о приближении дедлайна на выполнение задания.

Цифровой образовательной системой также могут быть предоставлены следующие результаты первичного анализа хранимых данных о выполнении студентами работы в изучаемых курсах:

- общее состояние выполнения студентом учебной нагрузки: состояние выполнения курсов, затраченное время на выполнение и т. п.;
- оценка активности при выполнении заданий: отношение числа успешных сдач к общему числу попыток сдачи заданий, средняя частота сдачи решений, распределение числа ошибок с весами по заданиям/контестам и т. п.;
- затраты при изучении материала: распределение времени изучения материала по заданиям/контестам и т. п.;
- оценка активности студента: соотношение активности использования планшета/смартфона/компьютера и успехов/ошибок по заданиям/контестам и т. п.;
- оценка активности студента при общении с одноклассниками по теме курса: распределение вопросов/ответов/обсуждений по календарному плану обучения и т. п.;
- оценка активности общения с преподавателем: распределение вопросов/ответов/обсуждений по календарному плану обучения и т. п.;
- оценка активности общения в групповом чате по теме курса: распределение вопросов/ответов/обсуждений по календарному плану обучения в/вне образовательного учреждения и т. п.;
- оценка активности при работе над проектными заданиями: график загруженности группы по студентам при работе над проектным заданием и т. п.;
- оценка результативности обратной связи по курсу: распределение числа принятых/отвергнутых пожеланий студентов по курсам и т. п.;
- оценка посещаемости аудиторных занятий, контрольных, экзаменов в соотношении с результатами и т. д.

Проведенный анализ является основанием для управляющего воздействия на образовательный трек студента. Так, например, студентам успешно и досрочно закрывающим контесты, будут предложены усложненные контесты с меньшим числом рутинных задач, а при групповом проектном задании сильные студенты могут, например, быть распределены в разные группы с целью избежать конкурентных преимуществ у одной группы по сравнению с другой.

В общих чертах, формирование образовательного трека студента может быть описано следующим образом:

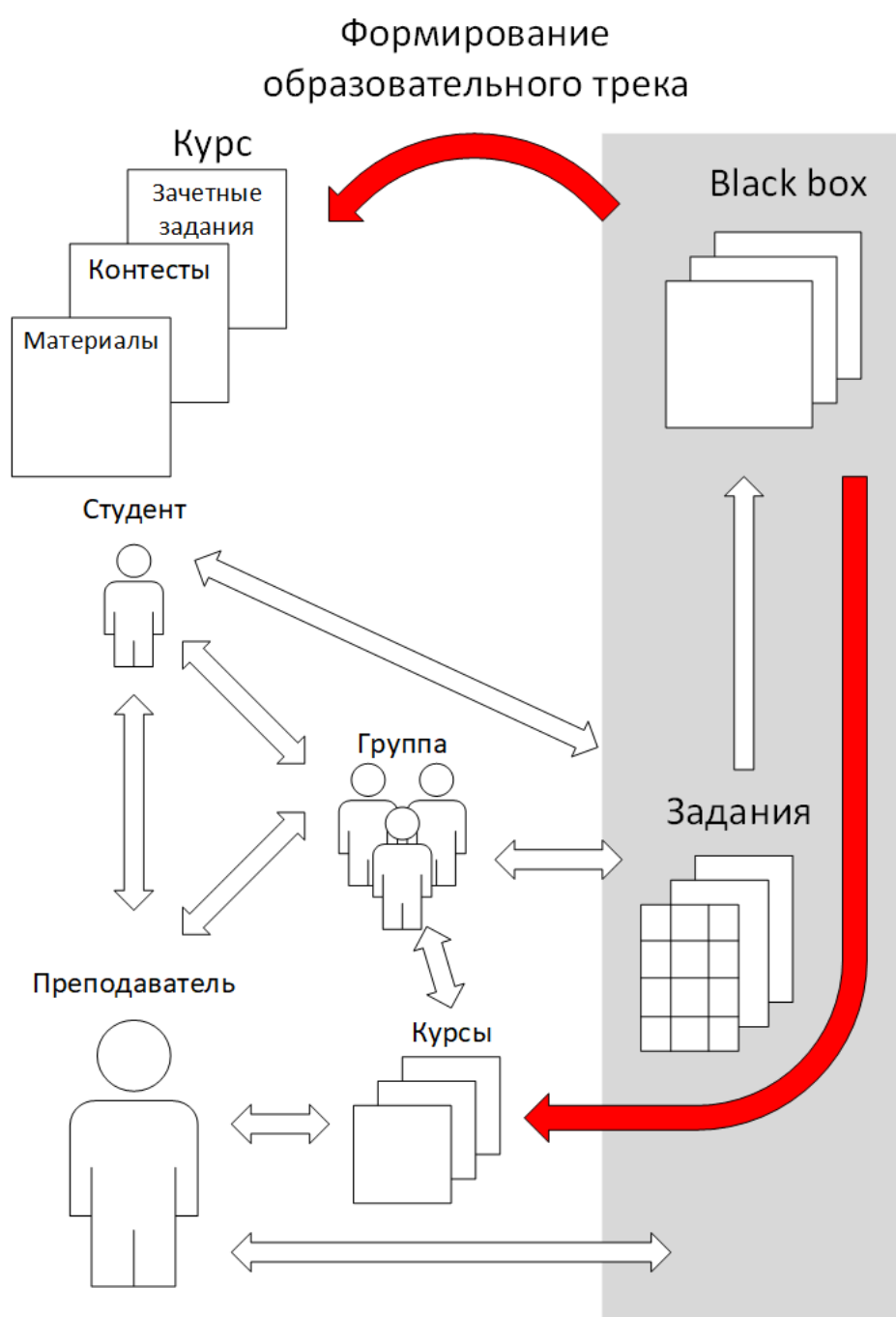
1. В рамках изучаемого курса студент в соответствии с расписанием получает материалы, контесты, контрольные работы.
2. Студент в соответствии с расписанием курса выполняет задания, посещает аудиторные занятия, участвует, если требуется, в проектной и иной активной форме обучения индивидуально или в составе группы. Выполненные задания студента проверяются автоматически, преподаватель является последней инстанцией при оценке контестов и заданий и может отклонить то или иное задание с пояснением причины.
3. В состав цифровой образовательной системы включен набор неких «черных ящиков», библиотеки эвристических программных модулей, базирующиеся на технологиях нейронных сетей, которые, используя данные анализа и накопленные данные в системе, формируют изменения в образовательном треке студента. Так, при одних условиях происходит корректировка или замена заданий контестов у студента, при других – формируется новый набор контестов, при третьих – происходит наполнение индивидуального образователь-

ного трека дополнительными материалами, контестами и контрольными заданиями. Наконец, возможно изменение расписания курса для конкретного студента.

4. Изменения образовательного трека студента по одному предмету может привести к дальнейшему изменению курсов по смежным или иным дисциплинам.

5. Преподаватель играет активную и ведущую роль в освоении студентом курса, имеет полную и адекватную информацию о состоянии учебного процесса в группе и индивидуально по каждому студенту, конструирует новые образовательные треки в рамках своего курса.

Как правило, индивидуальные образовательные треки могут быть объединены в группы по идентичным или почти идентичным контестам, материалам, контрольным работам. Таким образом, формируются подгруппы студентов, проходящих обучение по схожим образовательным трекам. Схема обучения студента в рамках динамически изменяемого образовательного трека представлена на рис.



Преодоление трудностей цифровизации образования долгий и непростой процесс, и дело здесь не в консерватизме образовательных учреждений. Некоторые университеты уже вложили силы и средства в образовательные платформы и в создание дистанционных курсов. Естественно, что они не мотивированы на перемены и будут стремиться повысить отдачу от имеющихся решений. Однако цифровизация образования, как и цифровизация экономики не может представлять собой легкий путь перестройки образовательных процессов, рассчитанных на короткий срок использования [7]. Процесс цифровой трансформации в образовании должен проходить вдумчивым последовательным внедрением цифровых технологий одновременно во всех сферах жизнедеятельности образовательной организации [8].

В процессе цифровизации образования приходится решать многочисленные юридические проблемы. Ряд подобных проблем разрешим в рамках полномочий преподавателя, кафедры или образовательного учреждения, другие – могут потребовать решений на отраслевом или федеральном уровне.

Работа выполнена по теме 0065-2018-0017 госзадания 2018 г. в отделе учебной информатики ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН.

Литература

1. Пленарное заседание Петербургского международного экономического форума. 2 июня 2017 г. Санкт-Петербург. URL: <http://www.kremlin.ru/events/president/news/54667> (дата обращения: 20.03.2018).
2. В Минобрнауки рассказали, сколько школ в стране не подключены к интернету. 5 апреля. 2017 // РИА Новости : сайт. URL: <https://ria.ru/society/> (дата обращения: 20.03.2018).
3. Гимранов Р.Д., Холкин И. Н. Изобретая информационные системы будущего. Сургут, 2017. 192 с.
4. Отчет NMC Horizon: высшее образование-2017 // New Media Consortium-2017 : сайт. URL: <https://www.nmc.org/> (дата обращения: 20.03.2018).
5. Кушниренко А. Г., Кузьменко М. А., Леонов А. Г. Элементы цифровизации образовательного процесса на примере системы Мирера // Свободное программное обеспечение в высшей школе : сб. материалов 13-й конф. М. : BaseAlt, 2018. С. 66–68.
6. Леонов А. Г., Райко М. В., Бесшапошников Н. О., Ерёмин Д. Б. Мирера – система поддержки непрерывного образования // Свободное программное обеспечение в высшей школе : тез. докл. 12-й конф. М. : Basealt, 2017. С. 47–50.
7. Бетелин В. Б. Проблемы и перспективы формирования цифровой экономики в России // Вестн. РАН. 2018. Т. 88. № 1. С. 3–9.
8. Бетелин В. Б. О новой технологической революции и готовности к ней экономики России // Экономист. 2018. № 2. С. 3–9.

УДК 621.311.22:004.9

ПОСТРОЕНИЕ МНОГОФУНКЦИОНАЛЬНОГО ТРЕНАЖЕРА ПО УПРАВЛЕНИЮ ТЕПЛОЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ СИСТЕМОЙ

М. Я. Брагинский, Д. В. Тараканов

Сургутский государственный университет, mick17@mail.ru, sprtdv@mail.ru

В представленной работе рассмотрена адаптивная архитектура многофункционального компьютерного тренажера, решающего задачу аналитико-имитационного моделирования технологического процесса, обучения и анализа эффективности обучения человека-оператора. Математическая модель компонентов моделируемой системы настраивается с учетом выбранного режима работы тренажера, что обеспечивает баланс временных параметров компьютерного тренажера. Данная задача является особенно актуальной при моделировании параллельных разнородных процессов, протекающих в автоматизированных системах управления. Особенностью предлагаемой математической модели человеко-машинной системы является возможность ее адаптации с помощью компонентов нейросетевой идентификации как объекта управления, так и результатов действий обучаемого, что обеспечивает гибкость функционирования компьютерного тренажера. В качестве примера построения аналитической модели приведена динамическая модель нагрева теплоносителя. Предлагается подход построения профессионального тренажера, в котором к традиционным задачам обучения и контроля добавляется оценка эффективности функционирования человеко-машинной системы в виде численных показателей, связанных с использованием имеющихся ресурсов. Такие оценки можно представить графически в виде диаграмм показателей качества и динамики участия группы операторов. Наличие таких показателей качества работы компьютерного тренажера и обучаемого персонала позволяют повысить эффективность функционирования компьютерного тренажера. Рассмотрена классификация и принципы построения многофункционального компьютерного тренажера для обучения персонала.

Ключевые слова: компьютерный тренажер, человек-оператор, модель.

CONSTRUCTION OF MULTIFUNCTIONAL SIMULATOR FOR CONTROLLING HEAT AND POWER SYSTEM

M. Ya. Braginsky, D. V. Tarakanov

Surgut State University, mick17@mail.ru, sprtdv@mail.ru

In this paper the adaptive architecture of a multifunctional computer simulator is considered. This simulator solves the problem of analytical and simulation modeling of the technological process, training and analysis of the training efficiency of the human operator. The mathematical model of the components of the simulated system is adjusted taking into account the selected operating mode of the simulator that provides a balance of time parameters for the computer simulator. This task is especially relevant in the modeling of parallel dissimilar processes occurring in automated control systems. A feature of the proposed mathematical model of the human-machine system is the possibility of its adaptation by means of an artificial neural network (ANN). The ANN provides an identification of the control object and the results of the operator's actions. As an example of constructing an analytical model, a dynamic model for heating the coolant is given. The paper proposes the approach to constructing a simulator in which an evaluation of the effectiveness of the human-machine system is carried out. Numerical indicators of resource consumption are used. Such evaluation can be represented by a diagram form (quality indicators and the dynamics of some operators' participation). The availability of such performance indicators allows improving

the efficiency of the computer simulator. The paper presents a classification and principles of multifunctional computer simulator development for personnel training.

Keywords: computer simulator, human-operator, model.

При разработке современных сложных автоматизированных комплексов и систем возникает множество задач, среди которых наиболее трудоемкой является задача обеспечения высокой эффективности взаимодействия человека-оператора (или группы операторов) с автоматизированной частью систем [1–5].

Оператор часто принимает сложные, ответственные решения по управлению технологическим процессом. Данные задачи в ряде случаев носят слабо формализованный характер, особенно в случае противоаварийного и восстанавливающего управления. От корректных действий оператора или группы операторов зависит эффективность работы технической системы в целом. В ряде случаев деятельность человека-оператора определяет целостность самого объекта управления (ОУ), безопасность людей и окружающей среды. Как показывает статистика аварийных ситуаций, основные причины аварий – неверные действия операторов вследствие недостаточной профессиональной подготовки и некорректного взаимодействия операторов друг с другом. При работе оператора необходимо учитывать следующие показатели: качество, быстродействие и надежность функционирования человеко-машинной системы в целом. Кроме того, человек-оператор является во многих практических случаях наиболее эффективной компонентой системы управления для решения задачи противоаварийного и восстанавливающего управления.

Существующие задачи в области человеко-машинных систем управления остро ставят проблему совершенствования методических и технических средств профессионального отбора и подготовки операторов. Как известно, одним из наиболее эффективных средств формирования профессиональных компетенций, необходимых оператору в реальных условиях деятельности, являются тренажеры [4–10].

Работа человека-оператора представляет собой совокупность взаимосвязанных процессов не только с аппаратно-программными средствами АСУ ТП, но и взаимодействия с другими участниками технологического процесса. Проектирование и эксплуатация многофункционального компьютерного тренажера не могут выполняться в отдельности, без учета особенностей взаимодействия коллектива операторов. Наличие параллельных и разнородных процессов человеко-машинной системы требует разработки и развития оригинальных принципов и методов моделирования. При решении данной задачи одним из центральных вопросов является формирование показателей качества компьютерного тренажера и работы человека-оператора.

Существующие подходы к оценке эффективности проектирования компьютерного тренажера представлены, например, в [10].

Предлагаемый авторами подход позволяет шире использовать показатели в задачах оптимизации производственных процессов, оценки эффективности работы человека-оператора, а также интегрировать предлагаемую систему показателей с логико-динамической моделью АСУ ТП.

В работе предлагается ввести численные показатели качества, связанные с затратами ресурсов. Первый из них – относительный показатель использования ресурсов R_i на выполнение i -й операции (задания):

$$R_i = \frac{t_i}{T_{Hi}}, \quad (1)$$

где t_i – фактическое время выполнения i -й операции (задания); T_{Hi} – нормативное время выполнения i -й операции, $i = 1...n$.

Если $R_i = 1$, то затрата ресурса (например, времени выполнения текущей операции) равняется нормативу. В формуле (1) при $R_i < 1$ текущие затраты меньше нормативного времени.

Среднее значение расхода ресурса вычисляется по формуле:

$$R_{cp} = \frac{\sum_{i=1}^n R_i}{n}. \quad (2)$$

По значению относительного показателя качества можно судить об экономии или перерасходе данного вида ресурсов.

Если необходимо учесть значимость i -го ресурса, то необходимо рассчитать среднее взвешенное значение расхода ресурса

$$R_{срв} = \frac{\sum_{i=1}^n w_i R_i}{n}, \quad (3)$$

где w_i – весовые коэффициенты i -го параметра.

Для визуального представления показателей качества работы КТ целесообразно представить эти показатели в виде лепестковой диаграммы (рис. 1).

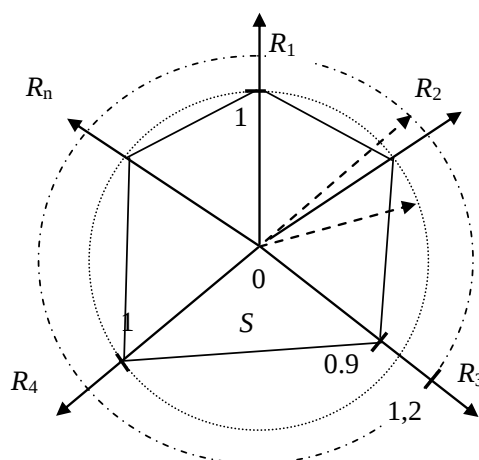


Рис. 1. Лепестковая диаграмма относительных показателей качества

По координатным осям этой диаграммы откладываются относительные показатели качества R_i . По представленной диаграмме можно судить об эффективности работы компьютерного тренажера: чем меньше площадь фигуры S , тем выше эффективность работы тренажера. Кроме того, с помощью данной диаграммы можно отследить степень разброса отдельных показателей.

Представленные выше показатели качества характеризуются полнотой оценки используемого ресурса, простотой вычисления и наглядностью. На рис. 2 представлена диаграмма участия группы N операторов от временных затрат на этапах Э1...Э4.

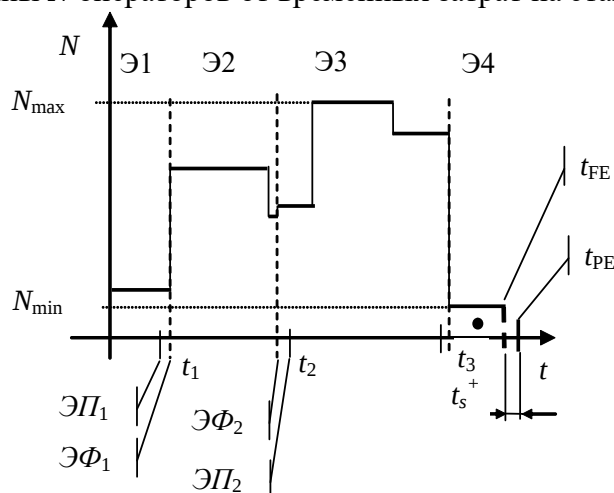


Рис. 2. Динамика участия группы операторов в работе над k задачами

На рис. 2 введены следующие обозначения:

t_{FE} , t_{PE} – фактическое и плановое окончание проекта;

t_s^+ , t_s^- – суммарное фактическое время выполнения поставленной задачи, индекс «+» или «-» указывает на досрочное или несвоевременное выполнение задачи;

ЭП – окончание этапа работы согласно плану;

ЭФ – фактическое окончание этапа работы.

Совокупность требований, предъявляемых к компьютерному тренажеру, формирует иерархию режимов его функционирования. Режимы работы многофункционального тренажера (МКТ) представлены на рис. 3 в виде дерева иерархии [8–10].

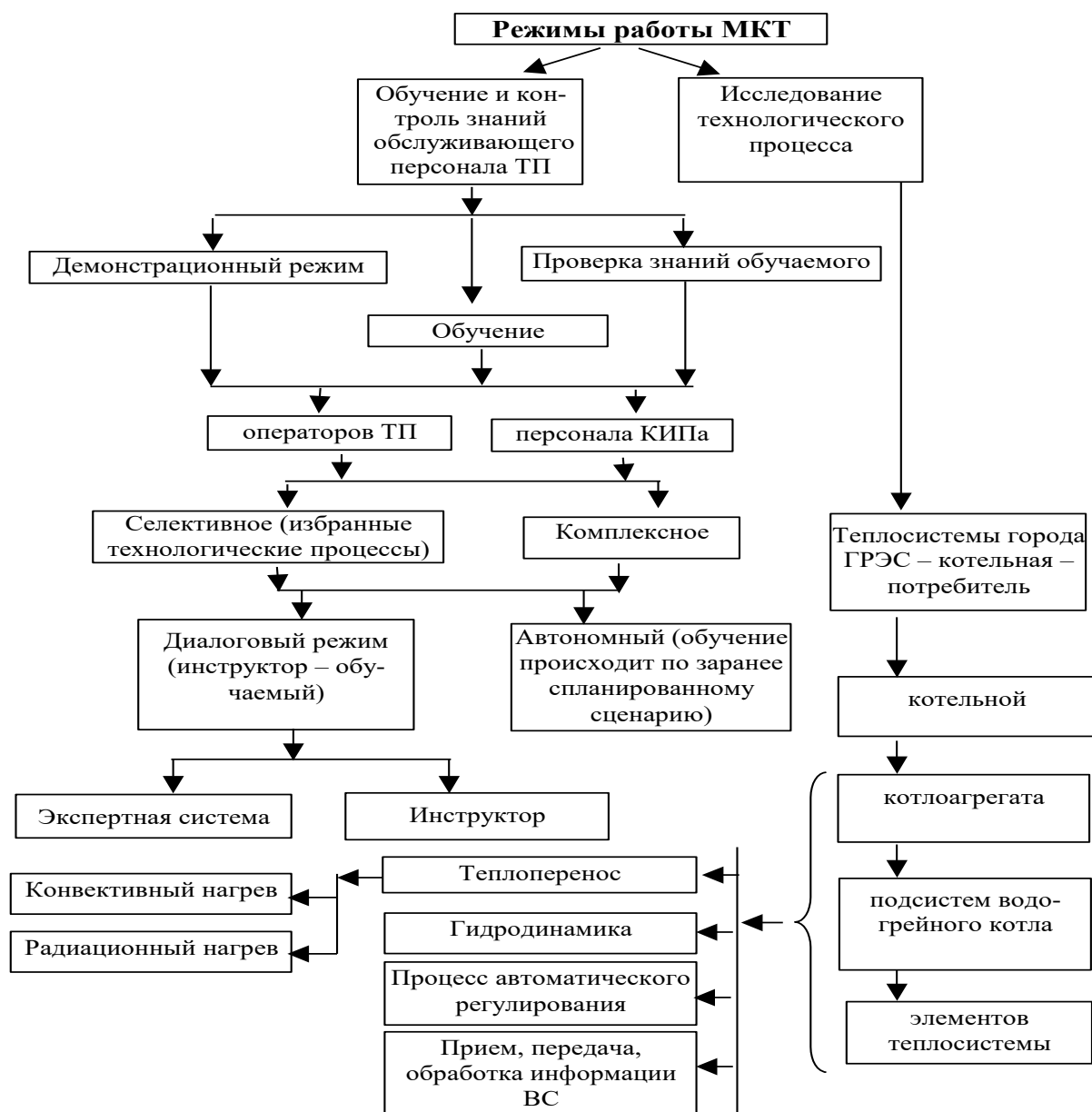


Рис. 3. Иерархическое дерево режимов работы МКТ теплоэнергетической системы

МКТ может работать в режиме обучения и контроля знаний операторов теплоэнергетической системы. Обучение базируется на использовании следующих основополагающих составляющих: имитация технологического процесса; визуализация и

сопровождение хода технологического процесса комментариями. Кроме того, режим моделирования компьютерного тренажера позволяет исследовать режимы работы АСУ ТП, т. е. ставить виртуальный физико-технологический эксперимент, что необходимо для детального анализа процессов, протекающих в исследуемой системе. Это позволяет эффективно проводить дальнейшую модернизацию АСУ ТП.

Работа тренажера должна быть основана на использовании виртуальной модели среды деятельности обслуживающего персонала и специалистов в области теплоэнергетики, управления и т. д. В основе тренажера лежит совокупность моделей объектов с детальным отражением конструкции и принципа действия технологического оборудования. На основе этих взаимодействующих моделей во времени может быть воссоздана работа как отдельных подсистем, так и всего технологического процесса предприятия.

Очевидно, что использовать постоянно развернутую модель технологического объекта в МКТ с максимальным числом компонентов и максимальным уровнем детализации нет необходимости, а часто и невозможно из-за наличия существующих ограничений средств вычислительной техники. Поэтому необходимо использовать адаптивную архитектуру модели, которая требуется в конкретном сеансе работы. Для обеспечения адекватного функционирования модели МКТ согласно заданному режиму работы предлагается использовать механизм адаптации динамической модели тренажера. Для этого в структуру тренажера введено средство структурно-параметрического профилирования [11] динамической модели (рис. 4).

Система профилирования динамической модели осуществляет:

- 1) оценку характеристик аппаратного обеспечения МКТ;
- 2) выбор существующей динамической модели согласно заданному режиму работы;
- 3) тестирование динамической модели с целью оценки ее соответствия заданным требованиям.

требованиям.

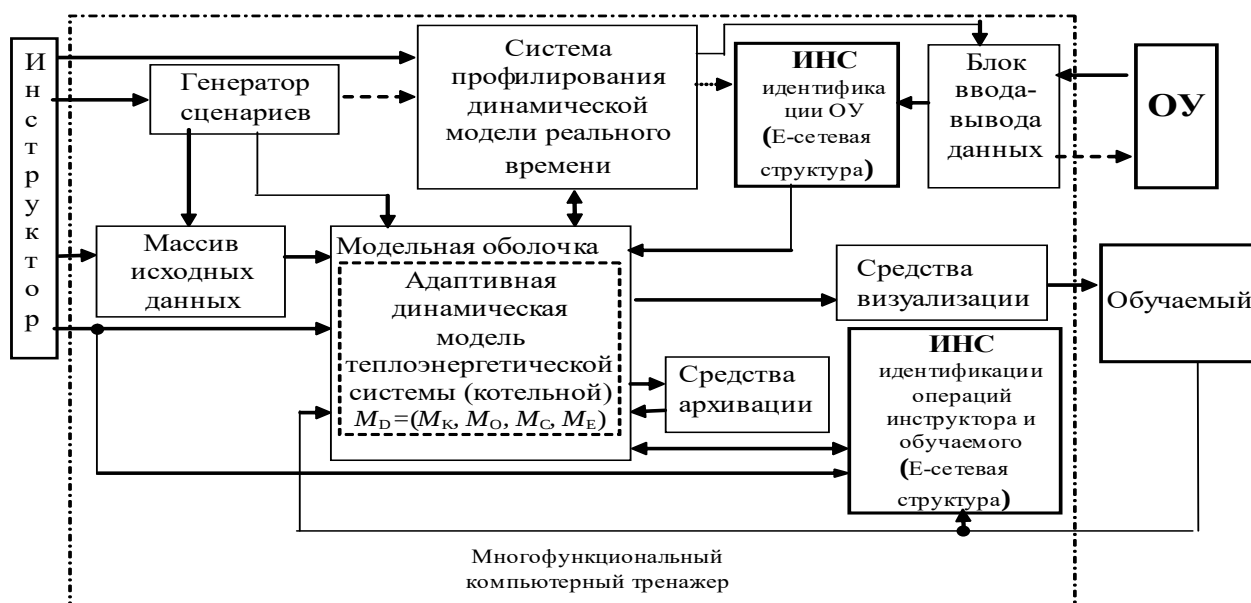


Рис. 4. Структурная схема многофункционального компьютерного тренажера

Работа тренажера основана на использовании виртуальной модели среды деятельности обслуживающего персонала и специалистов в области теплоэнергетики, управления и т. д. Основой МКТ является совокупность моделей объектов, с детальным отражением конструкции и принципа действия технологического оборудования [1–3, 12]. На основе эмуляции взаимодействующих процессов во времени может быть воссоздана работа как отдельных подсистем, так и всего технологического процесса предприятия. Предлагаемая подсистема тренажера активизирует те компоненты модели с требуемыми

параметрами, которые необходимы и достаточны для адекватного воспроизведения процесса, и тем самым формируется требуемая архитектура модели.

Архитектура модели определяется на основании выбора пользователем режима работы МКТ. Согласно выбранному режиму средство профилирования формирует необходимый набор компонент с требуемым уровнем детализации и вычислительными параметрами системы. С другой стороны, архитектура модели определяется ресурсными возможностями средств вычислительной техники, т. е. временными затратами на воспроизведение процессов в моделируемой системе. Реконфигурация модели позволяет отключать или включать те или иные компоненты с требуемым профилем в общую архитектуру модели и тем самым обеспечивать баланс временных параметров системы реального времени. Кроме того, для получения (уточнения) моделей технологического объекта управления, динамических свойств человека-оператора введена искусственная нейронная сеть (ИНС). Кроме того, ИНС позволяет осуществлять идентификацию операций (поведения) как инструктора, так и обучаемого.

Таким образом, при выборе формализованного аппарата моделирования человеко-машинных систем необходимо учесть возможность реализации структурно-параметрической реконфигурации модели и возможности имитации работы искусственных нейронных сетей.

Центральной подсистемой в компьютерном тренажере, например, теплоэнергетической системы, является адаптивная динамическая модель M_D , состоящая из трех взаимодействующих между собой моделей: $M_D = (M_K, M_C, M_E)$, где M_K – модель технологического объекта управления, M_C – модель АСУ ТП и M_E – модель окружающей среды. Вышеуказанные модели строятся по иерархической архитектуре: т. е. подмодели состоят из совокупности моделей более низкого уровня, например, $M_K = \{M_T, M_G, M_{VOZ}\}$, где M_T – модель тепловых процессов в топочной и конвективной камере; M_G – модель гидродинамических процессов в водяном тракте котла; M_{VOZ} – модель газовых процессов в топочной камере.

Генератор сценариев (ГС) (рис. 4) в структуре МКТ необходим для организации процесса обучения операторов в автоматическом режиме. Инструктор указывает тематику задания, после чего ГС синтезирует ситуацию, которую необходимо разобрать и отработать обучаемому. ГС на основании выбранной задачи осуществляет подстройку M_D через систему профилирования, что позволяет адаптировать модели согласно выбранному сценарию.

Остальные элементы МКТ: массив исходных данных, средства визуализации и архивации – являются типовыми и необходимыми для работы любого компьютерного тренажера [10].

Для построения математической модели M_D необходимо учитывать протекание разнородных дискретно-непрерывных многомерных процессов. Например, для построения адекватной динамической модели нагрева теплоносителя согласно режиму работы МКТ необходимо обеспечить моделирование системы с распределенными параметрами согласно формуле в операторной форме. Например, для определения температуры теплоносителя в динамическом режиме системы с распределенными параметрами необходимо найти оригинал функции

$$T_{\text{теп}}(\xi, s) = E_1(s)e^{\frac{n_1(s)\xi}{\alpha}} + E_2(s)e^{\frac{n_2(s)\xi}{\alpha}} + \frac{\beta_3\Delta\omega_0}{s} \left[\frac{a_1}{\beta_2} + (\beta_4 + \xi\beta_5)e^{-a_3\xi} \right], \quad (4)$$

где $T_{\text{теп}}(\xi, s)$ – изображения Лапласа температуры теплоносителя, зависящая от цилиндрической координаты ξ ; $\alpha, a_1, a_3, \beta_2, \beta_3, \beta_4, \beta_5, E_1(s); E_2(s)$ – коэффициенты уравнения, учитывающие структурно-параметрические характеристики теплоэнергетического объекта, которые приведены в [10].

При моделировании температуры теплоносителя в качестве системы с сосредоточенными параметрами можно использовать аппарат передаточных функций

$$W(s) = \frac{e^{-\tau s} k}{(T_1 s + 1)(T_2 s + 1)}, \quad (5)$$

где τ – время запаздывания; T_1 , T_2 – постоянные времени модели; k – статический коэффициент передачи технологического объекта регулирования.

Таким образом, для реализации современного многофункционального компьютерного тренажера становится актуальной проблема выбора формализма моделирования с единых методологических позиций, обладающего следующими свойствами:

- 1) адекватно описывать и программно реализовывать сложные системы, функционирующие в заданном масштабе времени;
- 2) предоставлять пользователю возможность адаптации модели с использованием принципов технологии «блочного» программирования, что позволит даже малоподготовленному пользователю изменять структуру и параметры модели;
- 3) поддерживать технологию объектно-ориентированного моделирования;
- 4) поддерживать эмуляцию искусственных нейронных сетей.

Для удобства построения модели в МКТ необходимо обеспечить как технологию «блочного» моделирования – Block Function Diagram, так и моделирование с позиций диаграмм состояний Харела [2, 10].

Литература

1. Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V., Tsapko S. G. E-Network Modelling of Process Industrial Control Systems in Building Computer Simulators // Control and Communications (SIBCON) : Proceedings of the XII International Siberian Conference. Moscow, May 12–14, 2016. M., 2016. P. 185–191.
2. Бенькович Е. С., Колесов Ю. Б., Сениченков Ю. Б. Практическое моделирование динамических систем. СПб. : БХВ-Петербург, 2002. 464 с.
3. Виттих В. А., Волхонцев Д. В., Горбунова Т. Ф., Лахин О. И., Ройтам Е. М., Скобелев О. П., Скобелев П. О. Мультимедиа-онтологии и виртуальные объекты: проблемы управления и моделирования в сложных системах : тр. III Междунар. конф. / под ред. акад. В. П. Мясникова, акад. Н. А. Кузнецова, проф. В. А. Виттиха. Самара : Самар. науч. центр РАН, 2001. С. 459–468 с.
4. Григорьев Л. И., Свистунов А. А. Единый подход к разработке компьютерных тренажеров для диспетчерского управления нефте- и газотранспортными системами // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефт. пром-сти. 2003. № 3. С. 14–18.
5. Дозорцев В. М. Компьютерные тренажеры для обучения операторов технологических процессов: теория, методология построения и использования : дис. ... д-ра техн. наук. М., 1999. 442 с.
6. Дозорцев В. М., Левит М. Ю. Объектно-ориентированное моделирование технологических процессов в задачах обучения и инжиниринга // Математические методы в технике и технологиях : тр. XII Междунар. науч. конф. Вел. Новгород, 1999. Т. 4.
7. Рабенко В. С. Компьютерные тренажеры как средство повышения качества профессиональной подготовленности операторов // Вестн. ИГЭУ. 2004. Вып. 2. С. 19–27.
8. Магид С. И. Теория и практика тренажеростроения для тепловых электрических станций. М. : Изд-во МЭИ, 1998. 154 с.
9. Магид С. И., Аракелян, Э. К., Зверьков В. П. и др. Сетевой компьютерный тренажер для комплексной подготовки оперативного персонала тепловых электрических станций // Вестн. МЭИ. 1998. № 3. С. 15–20.
10. Цапко Г. П., Цапко С. Г., Тараканов Д. В. Е-сетевой метод информационно-логического проектирования компьютерных тренажеров : моногр. Томск : Изд-во Томск. ун-та, 2005. 228 с.

11. Цапко Г. П., Цапко С. Г., Тараканов Д. В. Базовые принципы построения Е-сетевой модели сложной технической системы // Изв. Томск. политех. ун-та. 2006. Т. 309. № 4. С. 152–157.
12. Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V., Tsapko S. G. Hierarchical analytical and simulation modelling of human-machine systems with interference // Journal of Physics : Conference Series. 2017. Vol. 803. Information Technologies in Business and Industry (ITBI2016) : International Conference, 21–26 September 2016. Tomsk, Russian Federation. Tomsk, 2016. P. 120–126.

УДК 622.276.432:004.9

ПРИМЕНЕНИЕ ФАКТОРНОГО АНАЛИЗА ДЛЯ РЕДУКЦИИ ПРИЗНАКОВОГО ПРОСТРАНСТВА НАГНЕТАТЕЛЬНЫХ СКВАЖИН

А. Ю. Вирстюк¹, В. С. Микшина²

¹ Сургутский государственный университет, Nastua5.1991@mail.ru

² Сургутский государственный университет, Mikshinavs@gmail.ru

В данной статье рассмотрена проблема определения эффективности работы нефтяных скважин. Проведены выбор и краткое описание показателей работы нагнетательных скважин, оказывающих косвенное влияние на основную характеристику нефтяной скважины – дебит. Между выделенными характеристиками нагнетательных скважин установлена взаимозависимость, в связи с чем проведен факторный анализ с целью объединения их в группы (факторы), независимые между собой. Для определения и прогнозирования эффективности работы нефтяных скважин между полученными факторами и дебитом установлена зависимость в виде уравнения регрессии. Для проведения многомерного анализа исходных данных применен программный пакет статистической обработки данных Statistica.

Ключевые слова: факторный анализ, нагнетательная скважина, нефтяная скважина.

FACTOR ANALYSIS APPLICATION FOR REDUCTION OF THE ATTRIBUTE SPACE OF INJECTION WELLS

A. Yu. Virstyuk¹, V. S. Mikshina²

¹ Surgut State University, Nastua5.1991@mail.ru

² Surgut State University, Mikshinavs@gmail.ru

The article considers the problem of determining the efficiency of oil wells. A choice and a brief description of performance indicators of injection wells are presented. These indicators have the indirect effect on the main feature of an oil well – the production rate. The correlation between highlighted characteristics is established; therefore the factor analysis to combine them into the independent groups (factors) is carried out. The regression equation for determining and predicting the efficiency of wells is applied to describe the relation between obtained factors and the production rate. Software package STATISTICA is used for the multivariate analysis of the initial data.

Keywords: factor analysis, injection well, oil well.

Окружающий нас мир многомерен в том смысле, что каждый объект характеризуется множеством параметров. Человеческий мозг не способен одновременно оперировать более чем тремя измерениями пространства, что приводит к сложностям при анализе данных. Для сведения многомерных данных к нескольким измерениям с минимальными потерями информации была разработана специальная группа методов статистического анализа данных – многомерный анализ данных.

Одним из методов статистического многомерного анализа является факторный анализ. Этот метод применяется при наличии взаимозависимых показателей и преследует две цели: сокращение числа переменных и классификация переменных с целью определения структуры взаимосвязей между ними [6].

В рамках данной работы будет рассмотрено применение факторного анализа для редукции признакового пространства нагнетательных скважин с целью дальнейшего прогнозирования дебита нефтяных скважин и оценки их эффективности.

Эффективность работы нефтяных скважин во многом определяется такими показателями, как: вязкость, нефтенасыщенность, однородность, темпы отбора жидкости и пр., то есть группами геологических и технологических параметров, число которых может измеряться несколькими десятками.

Но, зачастую, большой, хотя и косвенный вклад в объемы добываемой нефти вносят нагнетательные скважины, которые оказывают влияние на зависимые от них нефтяные скважины, осуществляя закачку воды в пласты. В геологии данный процесс носит название интерференции.

Поэтому очень важно при оценке работы нефтяных скважин учитывать и параметры влияющих на них нагнетательных скважин. Для того, чтобы исключить взаимозависимость между показателями работы нагнетательных скважин и объединить наиболее близкие из них в группы (так называемые факторы), требуется применение факторного анализа.

В общем виде, зависимость между дебитом нефтяной скважины и нормированными показателями работы влияющей нагнетательной скважины, объединенными в группы (факторы), можно представить формулой (1):

$$Y = b_0 + b_1 F_1 + b_2 F_2 + \dots + b_m, \quad (1)$$

где Y – дебит нефтяной скважины;

b_0 – прочие факторы, влияющие на работу нефтяной скважины;

b_i – коэффициенты уравнения регрессии;

F_i – группы (факторы) показателей работы влияющих нагнетательных скважин.

Наиболее важные показатели работы нагнетательных скважин, к которым и будет применен факторный анализ, представлены ниже:

1. Время работы скважины (час) – P_1
2. Объем закачиваемой жидкости (м^3) – P_2
3. Давление закачки или буферное давление (ат) – P_3
4. Приемистость ($\text{м}^3/\text{сут}$) – P_4
5. Коэффициент охвата пласта заводнением (%) – P_5
6. Эффективная мощность пласта (м) – P_6 .

Если первые три показателя интуитивно понятны, то остальные следует рассмотреть подробнее.

Приемистость нагнетательной скважины определяется объемом воды (жидкости, реагентов), закачиваемым в пласт в единицу времени. Коэффициент охвата пласта заводнением рассчитывается при анализе профиля приемистости скважины по формуле (2):

$$K_{\text{ИП}}^{\text{охв зав}} = \left(\frac{H_1^{\text{раб}} + H_2^{\text{раб}} + \dots + H_n^{\text{раб}}}{\sum_1^i H_i^{\text{раб+нераб}}} \right) \times 100, \quad (2)$$

где $K_{\text{ИП}}^{\text{охв зав}}$ – охват пласта заводнением в интервале перфорации, %;

$H_1^{\text{раб}}, H_2^{\text{раб}}, \dots, H_n^{\text{раб}}$ – мощность 1, 2..... n работающих пропластков в интервале перфорации, м;

$\sum_1^i H_i^{\text{раб+нераб}}$ – суммарная мощность работающих и неработающих пропластков в интервале перфорации, м [1–2].

Эффективная мощность пласта представляет собой суммарную мощность (толщину) нефтяных (газонасыщенных) прослоев в пласте, способных отдавать нефть (газ).

Для проведения факторного анализа были отобраны данные со 100 нагнетательных скважин. Полученные данные актуальны на декабрь 2017 г. Так как исходные показатели несопоставимы в силу различной размерности, то сначала целесообразно получить нормированные (стандартизированные) данные, которые рассчитываются по формуле (3):

$$X_{i,j} = \frac{P_{i,j} - \mu_i}{\sigma_i}, \quad (3)$$

где $X_{i,j}$ – нормированное значение показателя;

$P_{i,j}$ – исходное значение показателя;

μ_i – математическое ожидание i -ого показателя работы, полученное по 100 нагнетательным скважинам;

σ_i – среднеквадратическое отклонение [3].

В табл. 1 представлены показатели работы по некоторым нагнетательным скважинам, а также μ_i и σ_i для каждого показателя, необходимые для стандартизации исходных значений.

Таблица 1

Показатели работы нагнетательных скважин и параметры выборки

№	P_1	P_2	P_3	P_4	P_5	P_6
1	720	27979	137	935	81,82	11
2	720	4316	144	150	100	8
3	720	18943	137	590	100	4
4	720	17574	97	429	17,95	4,6
5	720	1663	137	58	100	2
6	528	55	130	2	100	3,2
7	720	6635	123	130	100	3,8
8	720	3775	129	178	100	4,2
9	96	23	122	10	94,2	13,8
10	720	79	127	3	7,79	15,4
...	...	...	...	...	...	...
100	720	3775	127	450	100	4
μ_i	679,92	5529	104,01	184	85,43	9,57
σ_i	140,82	5337,61	27,57	180	22,58	6,59

Как уже отмечалось ранее, показатели работы нагнетательных скважин характеризуются взаимозависимостью, исключить которую можно путем объединения их в факторы. Для оценки взаимозависимости необходимо построить корреляционную матрицу, которая представляет собой матрицу коэффициентов корреляции. Кроме того, корреляционная матрица позволяет определить возможность сокращения признаков пространства.

Связь между показателями работы скважины можно считать сильной, если коэффициент корреляции составляет от $\pm 0,7$ до ± 1 ; средней – если коэффициент имеет значения от $\pm 0,3$ до $\pm 0,699$. В остальных случаях связь можно считать слабой [7].

В табл. 2 представлена корреляционная матрица, полученная на основе нормированных показателей работы нагнетательных скважин. Из нее видно, что сильная и средняя корреляционная связь проявляется между нормированными переменными X_2 и X_4 , X_3 и X_6 , X_5 и X_6 .

Таблица 2

Корреляционная матрица

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6
X_1	1,00	0,17	-0,07	0,13	0,13	0,00
X_2	0,17	1,00	0,01	0,89	-0,15	0,10
X_3	-0,07	0,01	1,00	0,04	0,03	-0,25
X_4	0,13	0,89	0,04	1,00	-0,15	0,15
X_5	0,13	-0,15	0,03	-0,15	1,00	-0,27
X_6	0,00	0,10	-0,25	0,15	-0,27	1,00

Соответственно, предварительный анализ данных подтверждает возможность сокращения размерности признакового пространства и выделение факторов, число которых будет меньше числа исходных переменных (т. е. меньше 6). Полученные таким образом факторы будут исключать взаимозависимость исходных показателей и упростят уравнение регрессии (1), позволяющее прогнозировать эффективность работы нефтяной скважины в зависимости от показателей работы влияющих нагнетательных скважин.

Для редукции исходных данных был выбран программный пакет Statistica. В ходе проведения факторного анализа методом главных компонент каждому выделенному фактору ставится в соответствие своя дисперсия, называемая собственным значением [4–5, 8]. Если предположить, что число главных факторов равно числу исходных переменных, т. е. 6, то можно получить следующие значения:

Таблица 3

Некоторые характеристики выделенных факторов

№	Собственные значения	% от общей дисперсии
1	2,018785	33,64642
2	1,333924	22,23206
3	1,119885	18,66475
4	0,775039	12,91731
5	0,642738	10,71229
6	0,109629	1,82716

Собственное значение фактора, меньшее единицы, указывает на то, что изменчивость соответствующего главного фактора меньше изменчивости любого из исходных показателей, и тогда такие факторы исключаются из дальнейшего анализа в силу своей малой информативности [3]. Этот метод определения числа главных факторов носит название метода Кайзера. Из табл. 3 видно, что у первых трех выделенных факторов собственные значения больше 1. Это указывает на то, что фактор выделяет дисперсию, эквивалентную, по крайней мере, дисперсии одной переменной.

Далее следует рассмотреть матрицу с факторными нагрузками, которая показывает корреляции между переменными и выделенными факторами.

Таблица 4

Матрица факторных нагрузок

	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5	F_6
X_1	-0,237	-0,266	0,727	0,581	-0,087	-0,008
X_2	-0,931	-0,224	-0,029	-0,164	-0,042	0,233
X_3	0,059	-0,581	-0,592	0,432	0,350	0,014
X_4	-0,936	-0,198	-0,069	-0,157	0,040	-0,234
X_5	0,333	-0,551	0,470	-0,423	0,431	0,005
X_6	-0,327	0,730	0,122	0,143	0,569	0,020

Из табл. 4 видно, что первым трем факторам соответствуют большие значения коэффициентов корреляции, чем остальным факторам. Причем, с увеличением номера фактора значения коэффициентов корреляции стремительно уменьшаются. Как известно, факторные нагрузки должны объединять переменные в группы, для которых коэффициенты корреляции с факторами принимают большие значения по одной группе и меньшие значения по другой [5, 9]. В данном случае, в первом факторе доминируют первый и третий показатели, второй описывает пятый и шестой, а третий фактор, в свою очередь, первый и третий исходный показатель.

Матрица факторных нагрузок показывает, что остальные факторы являются малоинформативными, поэтому их не стоит интерпретировать.

В основном, процедура поиска главных факторов подобна вращению, максимизирующему дисперсию (варимакс) исходного пространства переменных [3, 10]. Вращение факторов приводит к повороту осей, что, в свою очередь, позволяет получить интерпретируемое решение. К примеру, второй фактор (табл. 4), описывающий пятый и шестой исходные показатели работы скважин, имеет достаточно высокий коэффициент и для третьего параметра, что ставит под сомнение правильность выделения факторов.

После проведения процедуры *Varimax row* (варимакс исходных) пакета Statistica была получена матрица факторных нагрузок (табл. 5).

Таблица 5

Матрица факторных нагрузок после вращения

	F_1	F_2	F_3
X_1	0,409	-0,138	-0,638
X_2	0,973	0,068	0,026
X_3	0,235	-0,117	0,777
X_4	0,965	0,045	0,022
X_5	-0,183	-0,801	-0,249
X_6	-0,031	0,797	-0,321

На основе табл. 5 можно сделать вывод, что выполненный поворот осей подтверждает правильность выделения главных факторов, так как первый фактор отвечает за процессы закачки, второй – за профиль приемистости, а третий – за режим нагнетания, так как в течение всего периода работы нагнетательной скважины давление закачки (нагнетания) должно быть оптимальным.

После всех выполненных процедур можно записать линейные уравнения регрессии, которые связывают исходные показатели работы нагнетательных скважин и выделенные факторы:

$$F_1 = 0,21 * X_1 + 0,46 * X_2 + 0,11 * X_3 + 0,45 * X_4 - 0,04 * X_5 - 0,05 * X_6, \quad (4)$$

$$F_2 = -0,15 * X_1 + 0 * X_2 - 0,07 * X_3 - 0,02 * X_4 - 0,61 * X_5 + 0,6 * X_6, \quad (5)$$

$$F_3 = -0,55 * X_1 + 0,01 * X_2 + 0,65 * X_3 + 0,01 * X_4 - 0,24 * X_5 - 0,24 * X_6. \quad (6)$$

Учитывая вклад каждого показателя в фактор на основе матрицы факторных нагрузок, полученной после вращения, можно уравнения (4)–(6) свести к виду (7)–(9):

$$F_1 = 0,46 * X_2 + 0,45 * X_4, \quad (7)$$

$$F_2 = -0,61 * X_5 + 0,6 * X_6, \quad (8)$$

$$F_3 = -0,55 * X_1 + 0,65 * X_3. \quad (9)$$

Предварительный графический анализ регрессионных остатков подтвердил адекватность построенных моделей для каждого выделенного фактора, об этом свидетельствует стремление распределения к нормальному виду.

Уравнение регрессии (1), определяющее зависимость дебита интерферирующих нефтяных скважин от эффективности работы нагнетательной скважины, можно представить в следующем виде:

$$Y = b_0 + b_1 F_1 + b_2 F_2 + b_3 F_3, \quad (10)$$

где b_i – коэффициенты регрессии, которые будут получены экспериментальным путем;

b_0 – прочие факторы, влияющие на работу нефтяной скважины;

F_i – факторы, объединяющие показатели работы нагнетательных скважин.

Таким образом, можно сделать вывод, что факторный анализ применим для исследования нагнетательных скважин с целью снижения признакового пространства. В

работе была подтверждена возможность сокращения 6 исходных признаков до 3 главных факторов. Для этого были получены и проанализированы корреляционная матрица, матрица факторных нагрузок до и после вращения, собственные значения. Выделенный первый фактор отвечает за процессы закачки, второй – за профиль приемистости нагнетательной скважины, а третий – за режим нагнетания. С их помощью составлено уравнение регрессии (10), которое в дальнейшем будет использовано для оценки эффективности работы нефтяных скважин на основе собственных характеристик нефтяных скважин и влияющих показателей работы нагнетательных скважин.

Литература

1. Вирстюк А. Ю. Разработка модуля по контролю нагнетательных скважин с неравномерным профилем приемистости // Север России: стратегии и перспективы развития : материалы II Всерос. науч.-практич. конф. 2016. Сургут, 2016. С. 140.
2. Вирстюк А. Ю., Микшина В. С. Применение математических моделей для оценки эффективности работы добывающих скважин // Информационная безопасность регионов России (ИБРР-2017) : материалы юбилейной X Санкт-Петербургской межрегион. конф. СПб., 1–3 ноября 2017 г. СПб. : СПОИСУ, 2017. С. 373–374.
3. Тихомиров Н. П. Методы эконометрики и многомерного статистического анализа. М. : Экономика, 2011. 647 с.
4. Токарев М. А., Чинаров А. С. Статистические методы прогноза нефтеотдачи и оценки эффективности воздействия на пласт : моногр. Уфа, 2007. 96 с.
5. Халафян А. А. Statistica 6: стат. анализ данных. М. : БиномПресс, 2007. 512 с.
6. Basilevsky A. Statistical factor analysis and related methods: theory and applications. John Wiley & Sons, Inc., 2008. 737 p.
7. Hastie T., Tibshirani R., Friedman J. The Elements of Statistical Learning. Data Mining, Inference, and Prediction. Second Edition. Springer, 2009. 764 p.
8. James G., Hastie T., Tibshirani R., Witten D. An Introduction to Statistical Learning: With Applications in R. Springer, 2013. 426 p.
9. Marques de Sá J. P.. Applied Statistics Using SPSS, Statistica, MATLAB and R. Springer, 2007. 505 p.
10. Kettaneh N., Berglund. A. PCA and PLS with very large data sets // Computational Statistics & Data Analysis. 2005. Vol. 48. P. 69–85.

УДК 614.841.42:553.97:004.92

МОДЕЛИРОВАНИЕ И МОНИТОРИНГ ЛАНДШАФТНЫХ ТОРФЯНЫХ ПОЖАРОВ

С. Н. Грицков¹, Г. Н. Исаков²

¹ Учебный центр ФПС по ХМАО – Югре, gd3s@mail.ru

² Сургутский государственный университет, isak_nik@mail.ru

В работе рассмотрены некоторые подходы к моделированию возникновения и распространения ландшафтных торфяных пожаров и их связь с новыми методами мониторинга. Дан краткий обзор дистанционных методов мониторинга. Рассматривается возможность их применения не только для обнаружения уже возникших торфяных пожаров, но и для выявления участков, на которых в силу текущих метеорологических и иных условий вероятность возникновения торфяных пожаров высока. Такие участки должны стать объектами дополнительных усилий по предупреждению или раннему выявлению торфяных пожаров.

Ключевые слова: информационное проектно-ориентированное управление, система локального мониторинга на торфяных полях УрФО, безопасность, чрезвычайные ситуации, геометрическое моделирование.

MODELING AND MONITORING OF LANDSCAPE PEAT FIRES

S. N. Gritskov¹, G. N. Isakov²

¹ Training Center of the Federal Fire Service,
Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Ugra, gd3s@mail.ru

² Surgut State University, isak_nik@mail.ru

The paper considers some approaches to modeling the occurrence and spread of landscape peat fires and their connection with new monitoring methods. A brief overview of remote monitoring methods is given. The potential for their use not only for discovery of started fire, but also for the purposes of areas detection where current meteorological and other conditions could possibly contribute to peat fires is described. Such places should become objects of additional efforts to prevent or detect early of peat fires.

Keywords: information project-oriented management, local monitoring system on peat fields of Ural Federal District, safety, emergency situations, geometric modeling.

Торфяные пожары по степени своей опасности занимают среди ландшафтных пожаров, будь то пожары естественного или искусственного происхождения, особое место. Это вызвано как сложностью борьбы с ними, так и широким перечнем вызываемых ими негативных последствий, многие из которых имеют долгосрочный характер. Связанные с торфяными пожарами факторы риска в современных условиях заставляют по-новому взглянуть на организацию способов борьбы с этим видом бедствия, зачастую приводящего к возникновению чрезвычайных ситуаций.

К краткосрочным и среднесрочным негативным последствиям торфяных пожаров относятся:

- переход торфяного пожара в лесной пожар через границу «торфяник-лес»;
- возникновение пожароопасной экстренной ситуации в населенных пунктах, примыкающих к торфяникам;
- влияние смога и дымовых газов на самочувствие людей, а также видимость в населенных пунктах, на автотрассах и объектах промышленности, расположенных в зоне достижимости потоков дымовых газов торфяных пожаров;

- негативные экологические последствия, связанные с гибелью уникальных экосистем, расположенных на торфяных болотах.

Долгосрочные негативные тенденции, вызываемые торфяными пожарами, связаны преимущественно с рассеянием в атмосфере газообразных и твердых (в виде мелкодисперсной фазы – золы, смога и т. д.) продуктов горения торфа. Такого рода загрязнения оказывают негативное влияние на дыхательную, кровеносную и сердечно-сосудистую систему человека, особенно для людей, уже страдающих хроническими заболеваниями указанных видов, лиц пожилого возраста и детей. Помимо этого, перечисленные загрязнения оказывают негативное влияние на экосистемы, в первую очередь, лесные массивы, нарушая обменные процессы в растениях, преимущественно молодой поросли. Дымовые газы и смог также являются фактором усиления процессов глобального потепления и развития парникового эффекта на поверхности Земли.

По данным государственного земельного учета по состоянию на начало 2002 г. земельный фонд Российской Федерации составляет 1 709,8 млн га, из них болотами занято 140 млн га, что составляет более 8 % территории РФ. Площадь заболоченных земель составляет около 230 млн га. Таким образом общая площадь болот и заболоченных земель с торфяным слоем в Российской Федерации равна почти 370 млн га, что составляет 21 % от общей площади территории РФ. Более 2/3 от площади болот и заболоченных земель приходится на территорию Сибири.

Значительная часть лесных массивов на территории Российской Федерации расположена в составе ландшафтных комплексов, включающих также болота. Перемежаемость лесов и болот различных типов в рамках единой территориальной ландшафтной системы является характерным явлением для более чем 50 % лесных массивов на территории РФ. Это характерно для европейского Севера РФ, но в особенности – для Сибири. Возникновение торфяных пожаров в труднодоступных районах зачастую приводит к их неконтролируемому распространению и переходу в лесные пожары.

Перечисленные выше факты и данные определяют важность мероприятий по борьбе с ландшафтными торфяными пожарами, причем наряду с деятельностью по оперативной локализации и устранению уже возникших пожаров необходима реализация комплексных долгосрочных мер по предотвращению возникновения торфяных пожаров.

Эта деятельность невозможна без продолжения всесторонних исследований процессов возгорания и горения торфяных залежей, что, в свою очередь, невозможно без развития методов компьютерного моделирования таких процессов.

Первые модели горения торфа [15, 18] носили полуэмпирический характер и были основаны на балансовых соотношениях для массы и тепловой энергии сгорающего торфа. Развитие как методов математической физики, так и вычислительной техники привели к разработке более точных моделей, основанных на методах механики сплошных реагирующих сред [11–12, 14, 19]. Однако системы дифференциальных уравнений, с помощью которых указанные модели записываются, допускают лишь численное решение ввиду своей сложности, нелинейности и большой размерности. Решение таких систем осуществляется с использованием таких подходов как метод контрольного объема, метод крупных частиц, метод разделения по процессам и т. п.

Торф относится к числу относительно молодых геологических образований, возникающих в результате отмирания болотной растительности в избыточно-влажной среде при недостатке кислорода [22]. С химической точки зрения торф являет собой многокомпонентную смесь, в отличие от бурого угля, наиболее близкого к торфу геологического образования и следующего за ним по степени «молодости» в геологическом масштабе времени, который в большей степени уже может быть отнесен к твердым растворам. Вместе с тем, элементный состав торфов и бурых углей можно считать близкими. В известном ряду «антрацит – каменный уголь – бурый уголь – торф» свойства торфов различных степеней разложения подтверждают общую тенденцию. Торф с высокой

степенью разложения имеет меньшую влажность и пористость, больший объемный вес и большую теплоемкость. Он более подвержен возгоранию. Из торфов могут быть выделены такие химические вещества, как битуминозные компоненты, углеводы (как остатки биомассы растительного происхождения), лигнин, а также гуминовые кислоты, которые образуются при разрушении углеводов. Степень разложения торфа зависит от свойств и характеристик продуцирующего биоценоза, прежде всего, структуры торфообразующих растений, влажности среды, динамики окружающей температуры. Как уже отмечалось, торфы с высокой степенью разложения, как правило, менее гигроскопичны и более пожароопасны.

Торфяная залежь обычно имеет высокую влажность на уровне 92–95 % массовых. Казалось бы, столь высокая влажность делает ее сравнительно пожаробезопасной. Однако пористость торфа часто приводит к так называемому фильтрационному режиму горения. Представим себе, что некоторый участок торфяной залежи оказался в текущих условиях достаточно сухим для возгорания. Недостаток кислорода зачастую также снижает порог воспламенения, так как режим газификации (полуокисления) требует меньше тепловыделения для перехода в самоподдерживающийся режим. Более того, влажность твердого топлива (торфа) до определенного предела может сыграть для развития процесса газификации положительную роль, поскольку нагретые частицы углерода при взаимодействии с водяным паром выделяют водород и угарный газ, которые, распространяясь по пористой матрице торфяного топлива, могут послужить инициаторами и катализаторами процессов газификации и горения новых участков торфяной залежи. Помимо перечисленного в пористой матрице торфяного топлива происходит рекуперация тепла, которое при иных режимах горения уносилось бы с газообразными продуктами в атмосферу. Таким образом, происходит сушка все новых участков торфяной залежи, что приводит к возникновению режима тления. Распространение тепловой волны происходит в толще торфяной залежи сложным образом, в процесс включаются слои торфа на различной глубине залегания от поверхности до уровня грунтовых вод или минерального слоя. При прохождении тепловой волны через более пористые и более сухие участки, насыщенные атмосферным кислородом в достаточной степени, процессы тления и газификации торфа переходят в режим интенсивного горения, тем более, если указанные участки расположены на поверхности. Сухие участки торфяной залежи возникают естественным образом и в природной среде. Так, при относительно мелком локальном залегании минерального слоя или при выходе на поверхность скальных пород отдельные участки торфяных залежей при недостатке атмосферной влаги и высокой температуре воздуха могут осушаться и прогреваться до той степени, при которой уже возможно самовоспламенение. Известно, что при превышении температуры атмосферного воздуха в течение 10 дней порога в 25 °С при условии отсутствия осадков за тот же период времени с высокой вероятностью начинается самопроизвольное очаговое возгорание торфа.

Однако при разработке торфяных месторождений с осушением залежи, неконтролируемом в плане пожарной безопасности складировании добытого торфа вероятность осушки торфа до пожароопасного уровня возрастает. Более того, на оставленных без присмотра торфяных разработках и осушенных под сельхозугодья болотах, на которых прекращен процесс искусственной мелиорации, благодаря в том числе эрозийным процессам, количество осушенного до предела воспламенения торфа возрастает. Дополнительную опасность в этой ситуации представляет то обстоятельство, что, как правило, такие разработки и немелиорируемые сельхозугодья находятся вблизи населенных пунктов, так что в случае торфяного пожара возникает непосредственная угроза для людей и имущества. Отметим, что сухой торф, например, фрезерный торф, добываемый на торфяных разработках, является топливом с достаточно высокой теплотой сгорания, достигающей 2 600 ккал/кг.

Кинетика произвольного возгорания торфа хорошо известна. Подсушенный торф разогревается, а затем загорается. Возможно саморазогревание торфа, происходящее под влиянием взаимосвязанных физических, биохимических и химических процессов. Оно аналогично нагреванию биомассы при гниении и процессах образования компоста. Саморазогревание ведет к выделению дополнительного тепла, так что процесс может принять автокаталитический характер. При достижении температуры в 60 °С и более торф в течение нескольких дней превращается в обугливающуюся пористую сухую массу, которая по своему качеству похожа на полукокс. После начала самовозгорания торфа процесс резко ускоряется при проникновении в него кислорода воздуха.

Современные экспериментальные исследования кинетики биохимического окисления, самовозгорания, тления, сушки, газификации и полукоксования торфа проводятся как на экспериментальных установках [23], так и в полевых условиях с применением таких дистанционных методов экспериментального исследования, как инфракрасная спектроскопия и термометрия [20]. В работе [23] приведены результаты исследования кинетики самовозгорания наиболее распространенных в Западной и Восточной Сибири видов торфа. В ходе проведения экспериментов было исследовано более 80 образцов различных видов торфа с территорий Иркутской, Новосибирской и Тюменской областей. При этом процесс самовозгорания сухого торфа рассматривался как одностадийная агрегированная химическая реакция, кинетические характеристики которой подчиняются теории Н. Н. Семенова [21]. Далее авторы исследования, получив оценки для энергии активации процесса самовозгорания и предэкспоненциального множителя адиабатической скорости самонагрева, определили с использованием теории теплопроводности критические линейные размеры подсушенного фрагмента торфа для торфов различных типов, так что при превышении данных критических размеров процесс самовозгорания становится весьма вероятным.

Обзор более актуальных математических моделей торфяных пожаров был проведен А. М. Гришиным в работе [14]. По мнению А. М. Гришина, основным недостатком многих современных моделей является неучет закона сохранения количества движения, многокомпонентности среды и многокомпонентной диффузии, отсутствие конкретных формул для скоростей химических реакций и уравнения состояния смеси газов, образующихся в слое торфяной залежи при ее воспламенении и горении.

Модели воспламенения и горения торфа, разработанные самим А. М. Гришиным и описанные, например, в [13], в этой же работе [14] были подвергнуты им критическому анализу. Разработанная с использованием методов механики сплошных реагирующих сред общая математическая модель торфяных пожаров учитывает законы сохранения массы, количества движения и энергии, а также уравнение состояния для смеси реагирующих газов, но не учитывает процессы переноса влаги внутри торфа вследствие фильтрации. В результате анализа существующих моделей торфяных пожаров, в работе [14] была представлена модель второго поколения в новой постановке исходной задачи. А именно, процесс возгорания слоя торфа был рассмотрен с учетом слоя воды под ним, а также процессов сушки, пиролиза, окисления и полуокисления газообразных и конденсированных продуктов. Установлено, что с уменьшением толщины слоя торфа над слоем воды при одинаковой глубине воды под ним и равных значениях плотности теплового потока от внешнего очага горения, время зажигания увеличивается. На основе этих результатов был предложен способ борьбы с торфяными пожарами, основанный на изоляции очагов тления закачкой воды под слой реагента малой толщины.

Проведенный обзор моделей показывает, что для их упрощения при практическом использовании возможно применение агрегированной химико-кинетической схемы, в которой процесс сушки торфа рассматривается как отдельная химическая реакция со своими показателями энергии активации и предэкспоненциального множителя. Для этой реакции, равно как и для других реакций в составе процесса, необходимо знание численных значений

указанных кинетических параметров. Установлено, что термокинетические постоянные процесса сушки всех видов торфа имеют близкие значения не только для торфов Западной и Восточной Сибири, но и для образцов торфа из Шотландии (район г. Эдинбург). В то же время подобные параметры для процессов пиролиза, полуокисления и полукоксования существенно зависят от конкретного типа торфа, в то время как для процесса пиролиза они значительно отличаются. Также необходимо знание термохимических данных, особенно для процессов сушки и пиролиза торфа.

Следующая группа моделей, применяемых для моделирования процессов возникновения и развития ландшафтных торфяных пожаров, относится к моделям, основанным на анализе данных. Эта группа моделей тесно связана с процессом мониторинга и сбора данных.

Математическим аппаратом такого моделирования являются методы и алгоритмы кластерного анализа, нейросетевые технологии, методы машинного обучения и искусственного интеллекта. Задача такого подхода состоит в том, чтобы на основе данных измерений различных величин и параметров самой торфяной залежи, покрывающей ее растительности и окружающего атмосферного воздуха предсказать возникновение и развитие торфяных пожаров [3–4, 6, 16].

Задачи мониторинга для борьбы с торфяными ландшафтными пожарами могут быть сформулированы в двух постановках. Первая группа задач – это собственно задачи обнаружения возгорания торфа на возможно более ранних стадиях. Вторая группа задач состоит в выявлении потенциально наиболее пожароопасных участков торфяных залежей, на которых в текущей метеорологической ситуации и при метеорологической истории текущего пожароопасного сезона вероятность возгорания торфа очень высока. После выявления таких участков они должны быть подвергнуты мониторингу в усиленном режиме. Такой подход тем более оправдан, что ввиду больших расстояний и площадей, занятых торфяными залежами в РФ, практически всегда стоит задача оптимального распределения и использования сил и средств с высоким приоритетом для наиболее пожароопасных районов и направлений [3, 16].

Для практической реализации второго подхода необходимо сформировать набор признаков для районов торфяных залежей с высокой вероятностью возгорания. Далее каждому признаку из полученного набора должны быть поставлены в соответствие методы его определения или измерения с указанием точности определения или измерения, характерной для данного метода. Следует отметить, что и самим признакам может быть приписан такой показатель, как «степень достоверности». Этот показатель определяет, насколько однозначно измерение данного признака позволяет судить об угрозе воспламенения торфа на данном участке земной поверхности (торфяной залежи). Показатель достоверности может определяться на основе обработки статистических данных по ранее удачно или неудачно предсказанным возгораниям торфа. Либо этот показатель для данного признака может оцениваться на основе экспертного рассмотрения. Отметим, что при наличии одновременной совокупности признаков оценка вероятности возгорания может быть повышена. Так, например, при сочетании уже обсуждавшегося выше метеорологического фактора (высокая температура воздуха в течение 10 или более дней при отсутствии атмосферных осадков) показатель (степень) достоверности таких признаков, как наличие на территории данной торфяной залежи значительных сухих участков, эрозионных явлений, выходов на поверхность скальных образований может считаться высокой, поскольку для перечисленных признаков ландшафтной организации торфяной залежи метеорологический фактор почти достоверно обеспечивает возникновение самовозгораний.

Также среди признаков следует отдавать предпочтение тем из них, которые допускают уверенное определение или измерение дистанционными методами. Помимо этого, ввиду наличия режимов тления и подземного горения торфа в толще пластов, задачи мониторинга в первой и второй постановке оказываются между собой тесно связанными.

Действительно, такие признаки подземного горения, как эмиссия угарного газа или повышение концентрации летучих фракций в атмосфере над торфяной залежью свидетельствуют не только о распространении подземного торфяного пожара (возможно, в режиме тления), но и указывают на высокую вероятность выхода этого пожара на поверхность, тем более при наличии сопутствующего метеорологического фактора. Эти обстоятельства указывают также на необходимость развития методов мониторинга во все сезоны года, включая осень и зиму.

Рассмотрим кратко некоторые группы признаков и методы их определения или измерения. Уже упоминавшаяся эмиссия газообразных продуктов тления или подземного горения торфа относится к числу признаков, которые допускают определение с помощью газоанализаторов авиационного базирования. При этом следует учитывать, что концентрации далеко не всех газов, потенциально являющихся продуктами окисления торфа, могут быть отнесены к предикторам (признакам) его возгорания с высоким показателем (степенью) достоверности. Дело в том, что такие газы, как метан, диоксид углерода, легкие летучие органические соединения являются продуктами не только окисления или пиролиза торфа, но и продуктами биохимических процессов в экосистемах болота, а также продуктами процессов геологического старения торфа, увеличения степени его разложения. В этом смысле торф подобен молодым (бурым) углям, геологическое старение которых также сопровождается выходом в атмосферу метана и легких фракций. С другой стороны, монооксид углерода и смог, при их повышенной концентрации в атмосфере над залежью, являются достоверными признаками подземного возгорания торфа, равно как и открытого торфяного пожара на данной торфяной залежи.

Теоретически указанные признаки могут быть дистанционно измерены спектральными методами, например, с помощью активной лидарной технологии. Однако более достоверным является дистанционное определение локальных изменений растительного покрова, вызванных эмиссией продуктов подземного окисления торфа и сопровождающими такое окисление тепловыми потоками. Дистанционное определение (измерение) изменений растительного покрова может быть осуществлено по фотоснимкам в инфракрасном диапазоне спектра [10], либо по коротковолновому излучению растительного покрова [8–9]. Чрезвычайно перспективным представляется использование гиперспектральных методов [2, 5], однако при обработке и интерпретации гиперспектральных данных имеются проблемы, разрешенные на сегодняшний день не полностью [24].

В заключение отметим, что в условиях ограниченности ресурсов весьма перспективным и целесообразным представляется использование для борьбы с ландшафтными торфяными пожарами в качестве авиационных носителей средств и устройств дистанционного мониторинга наряду с обычными самолетами беспилотных дистанционно управляемых летальных аппаратов [1] или специализированных дирижаблей [17].

Литература

1. Абшаев М. Т., Абшаев А. М., Анаев М. А., Соловьев В. В., Шагин С. И. Многоцелевой авиационный комплекс мониторинга, предупреждения и защиты от стихийных бедствий на базе беспилотного летательного аппарата «НАРТ» // Изв. ЮФУ. Технические науки. Разд. IV. Беспилотные летальные аппараты. 2015. С. 229–238.
2. Родионов И. Д., Родионов А. И., Ведешин Л. А., Виноградов А. Н., Егоров В. В., Калинин А. П. Авиационные гиперспектральные комплексы для решения задач дистанционного зондирования // Исследование Земли из космоса. 2013. № 6. С. 81.
3. Арутюнян С. А., Доррер Г. А., Якимов С. П. Оценка пожарной зрелости леса на основе методов распознавания образов // Современные методы профилактики, обнаружения

и тушения лесных пожаров : тез. докл. всесоюз. науч.-технич. совещания. Апрель, 1985. Петрозаводск ; М., 1985. С. 22–23.

4. Берестенькова М. В., Акинфеев Р. С., Коморовский В. С. Применение нейронных сетей с учителем для прогнозирования прироста площади лесного пожара на основе данных ИСДМ-Рослесхоз // Проблемы информатизации региона : материалы 11-й Всерос. науч.-практ. конф. ПИР-2009. Красноярск, 2009. С. 165–167.

5. Борзов С. М., Потатуркин О. И. Классификация типов растительного покрова по гиперспектральным данным дистанционного зондирования земли // Электрон. архив НГУ. 2014. URL: <http://www.nsu.ru/xmlui/handle/nsu/7712> (дата обращения: 26.03.2018).

Борисов А. Н., Кашкин В. Б., Хлебопрос Р. Г. Фурье-методы обработки изображений лесных территорий : препринт ИЛИД СО АН СССР. Красноярск : ИЛИД СО АН СССР, 1984, 50 с.

6. Борисов А. А., Киселёв Я. С., Удилов В. П. Кинетические характеристики низкотемпературного горения торфа // Теплофизика лесных пожаров. Новосибирск : Изд-во Ин-та теплофизики СО АН СССР, 1984. С. 23–30.

7. Бородин Л. Ф., Валендик Э. Н., Миронов А. С. СВЧ радиометрические методы и проблемы лесных и торфяных пожаров // Радиотехника и электроника. 1978. № 10. С. 2120–2131.

8. Валендик Э. Н., Богомолов А. А. Дистанционная оценка влагосодержания растительного напочвенного покрова по его СВЧ-излучению // Прогнозирование лесных пожаров : тр. ИЛИД СО АН СССР. Красноярск : ИЛИД СО АН СССР, 1978. С. 26–40.

9. Валендик Э. Н., Доррер Г. А., Калинина Н. А. и др. Идентификация скоростей распространения лесных пожаров по их инфракрасным снимкам // Исследование Земли из космоса. 1982. № 5. С. 46–53.

10. Винокуров В. Н., Удилов Т. В., Александрой В. И. О математическом моделировании процессов возгорания торфа и динамики торфяного пожара // Соврем. проблемы науки и образования. 2015. № 1 (ч. 1). URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17734> (дата обращения: 27.03.2018).

Голованов А. Н., Якимов А. А., Абрамовских А. А., Суков Я. Р. О математическом моделировании процессов зажигания и тления торфа // Теплофизика и аэромеханика. 2008. Т. 15. № 4.

11. Гришин А. М. Математические модели лесных пожаров. Томск : Изд-во Томск. ун-та, 1981. 277 с.

12. Гришин А. М. Общие математические модели лесных и торфяных пожаров и их приложения // Успехи механики. 2002. Т. 1. № 4. С. 41–89.

13. Гундар С. В. Об энергетическом балансе беспламенного горения органической части почвы при лесных пожарах // Вопр. лесной пирологии. Красноярск, 1974. С. 74–82.

14. Доррер Г. А., Якимов С. П. Оценка пожарного состояния леса на основе методов распознавания образов // Соврем. методы профилактики, обнаружения и тушения лесных пожаров : тез. докл. всесоюз. науч.-техн. совещания. Апрель, 1985. Петрозаводск ; М., 1985. С. 27–28.

15. Кондратюк В. А., Воскобойников И. В., Крылов В. М., Кирилин А. Н., Кондратюк Д. В. Универсальный комплекс УМК-д на базе многоцелевого дирижабля а-300МУ для мониторинга наземной, воздушной и водной среды, предупреждения, оперативного обнаружения и тушения лесных пожаров // Лесн. вестн. 2012. Вып. 8. С. 16–18.

16. Конев Э. В. Физические основы горения растительных материалов. Новосибирск : Наука, 1977. 239 с.

17. Лобода Е. Л., Якимов А. С. Моделирование процесса зажигания торфа // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2012. № 1 (17). URL: <http://journals.tsu.ru/mathematics/> (дата обращения: 27.03.2018).

18. Лобода Е. Л. Экспериментальное исследование глубины фронта горения торфа ИК-метода // Фундамент. и приклад. вопр. механики и процессов управления : сб. докл.

Всерос. науч. конф., посвящ. 75-летию со дня рождения акад. В. П. Мясникова. 11–17 сентября 2011 г., Владивосток. Владивосток : ИАПУ ДВО РАН, 2011. С. 358–361.

19. Семенов Н. Н. Тепловая теория горения и взрывов. // Успехи физич. наук. 1940. Т. 24. Вып. 4. С. 433–486.

20. Справочник по торфу / под ред. А. В. Лазарева, С. С. Корчунова. М. : Недра, 1982. 440 с.

21. Удилов В. П. Кинетические характеристики процессов самовозгорания торфов Сибири и их использование при прогнозе и профилактике пожаров : дис. ... канд. техн. наук. М., 1986. 211 с.

22. Чабан Л. Н., Вечерук Г. В., Гаврилова Т. С. Исследование возможностей классификации растительного покрова по гиперспектральным изображениям в пакетах тематической обработки данных дистанционного зондирования // Тр. МФТИ, 2009, Т. 1. № 3. С. 171.

УДК 004.896:658.562.3:628.1

ОЦЕНКА УРОВНЯ УГРОЗ ИНФОРМАЦИОННОЙ БЕЗОПАСНОСТИ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ВОДЫ

Р. А. Сабилов, С. У. Увайсов

¹ Сургутский государственный университет, mr.a.lincoln@mail.ru, uvaysov@yandex.ru

Выделены особенности функционирования автоматизированных систем управления технологическим процессом (АСУ ТП) контроля качества воды в водооборотных системах (ККВВС) промышленных предприятий (ПП). Исходя из общей системы оценки уязвимостей (CVSS), предложен алгоритм методики оценки угроз информационной безопасности (ИБ) АСУ ТП ККВВС. Получена оценка уровня наиболее распространенных угроз информационной безопасности по критериям исследовательской группы Positive Technologies и показано, что угроза исполнения вредоносного кода является наиболее опасной для нормального функционирования данной системы.

Ключевые слова: автоматизированная система управления технологическим процессом, контроль качества воды водооборотных систем, информационная безопасность.

ESTIMATION OF THREAT LEVEL TO INFORMATION SECURITY OF AUTOMATED WATER QUALITY CONTROL SYSTEMS

R. A. Sabirov, S. U. Uvaysov

Surgut State University, mr.a.lincoln@mail.ru, uvaysov@yandex.ru

Features of the functioning of automated process control systems for water quality control in water circulation systems of industrial enterprises are singled out. Based on the general system of vulnerability assessment, an algorithm for assessing the threats to information security of the automated process control system for water quality control in water circulation systems is proposed. An estimate of the level of the most common threats to information security upon the criteria of the research group Positive Technologies is derived. It is shown that the threat of malicious code execution is the most dangerous for the normal functioning of this system.

Keywords: automated process control system, quality control of water circulation systems, information security.

Вода имеет важное значение и широкое применение в разных технологических процессах на большинстве промышленных предприятиях России и всего мира. Большой объем воды используется для охлаждения производственных агрегатов ПП. При этом в процессе охлаждения агрегатов вода загрязняется и нагревается. Принудительное охлаждение оборотной воды за счет испарения в градирнях и подпитка необработанной водой из природных источников повышают количество солей в системе, изменяя свойства оборотной воды. В ряде случаев экономически оправдано такую воду очищать и остужать, подавая снова для повторного использования. Данный процесс определяет эффективность работы различных теплообменных механизмов и устройств на предприятии. Таким образом, изменение качества воды является фактором, приводящим к снижению производительности процесса. Строительные нормы и правила (СНиП) предусматривают продувание системы, подщелачивание, окисление, осветление добавочной воды и удаление из оборотной системы части взвешенных веществ. Также применяются новые способы защиты: в систему впрыскиваются разнообразные полимерные присадки – реагенты, предотвращающие формирование кальциевидных отложений, ржавчины и биообрастания в элементах водооборота предприятия. Применение АСУ ТП с целью автоматического дозирования и

коррекции подачи реагентов в зависимости от качества оборотной воды способствует поддержания ее постоянных свойств [7].

Сбор данных об используемых АСУ ТП ККВВС затруднено вследствие того, что такие технологии считаются интеллектуальной собственностью создателей и тщательно утаиваются, поддерживая отсутствие конкуренции на рынке.

Функции системы управления разделяются на управляющие и информативные [8] (получение, обработка, передача и преобразование информации), а сами системы можно классифицировать по отличительным особенностям функционирования: по уровню, занимаемому в производственной иерархии; виду протекания ТП; информативной способности; степени функциональной надежности; типу функционирования.

По уровню, занимаемому в производственной иерархии, АСУ ТП ККВВС классифицируется как система с многоуровневой организацией, так как на нижних уровнях приборы измерений собирают данные о количестве примесей в составе воды, а на верхнем уровне – программно-логический контроллер (ПЛК), используя исполнительные устройства, корректирует подачу реагентов.

Вид протекания ТП во времени определяется характером поступления реагентов в систему. Данный процесс является постоянным с безостановочной подачей реагентов в воду.

Информативная способность характеризуется количеством, измеряемых или регулируемых переменных [3]. Система контроля качества воды имеет наименьшую (< 40) информативную способность.

Степень функциональной надежности определяются наличием документов, регламентирующих работу технологического объекта управления (ТОУ).

Тип функционирования АСУ ТП определяет совокупность автоматически исполняемых управляющих и информативных функций [3].

Таким образом, АСУ ТП ККВВС является многоуровневой системой с непрерывным технологическим процессом, имеющую наименьшую информативную способность и среднюю степень функциональной надежности с автоматическим управлением.

К современным АСУ ТП предъявляются высокие требования по защите от угроз ИБ в области обеспечения: конфиденциальности (недопустимость нарушения неправомерного доступа); целостности (защита от несанкционированного изменения); доступности (обеспечению доступности разрешенному объекту).

Цель любой атаки заключается в нарушении либо конфиденциальности, целостности, доступности или нескольких требований ИБ одновременно [4, 7].

Для осуществления угроз ИБ используют уязвимости компонентов АСУ ТП. Так, экспериментально-исследовательская группа Positive Technologies, в период с 2012 по 2015 гг. выявила 743 уязвимости компонентов АСУ ТП. Максимальное количество было найдено в SCADA (Supervisory Control And Data Acquisition – диспетчерское управление и сбор данных), программируемых логических контроллерах (ПЛК), сетевых устройствах промышленного назначения и инженерном ПО, а также в компонентах человеко-машинных интерфейсов и терминалах удаленного доступа. Вероятность осуществления угрозы ИБ и уровень воздействия на ресурсы АСУ ТП характеризуют общий уровень угрозы информационной безопасности (степень критичности для нормального функционирования системы) [4–5].

Наибольшее число угроз (рис. 1) относятся к таким типам, как отказ в обслуживании (29 % от общего числа), выполнение вредоносного кода (21 %), переполнение буфера (20 %) и кража информации (8,8 %). Их реализация приводит к отказу в работе оборудования или к его несанкционированной эксплуатации, что, учитывая требования к нормальному функционированию АСУ ТП, недопустимо [10].

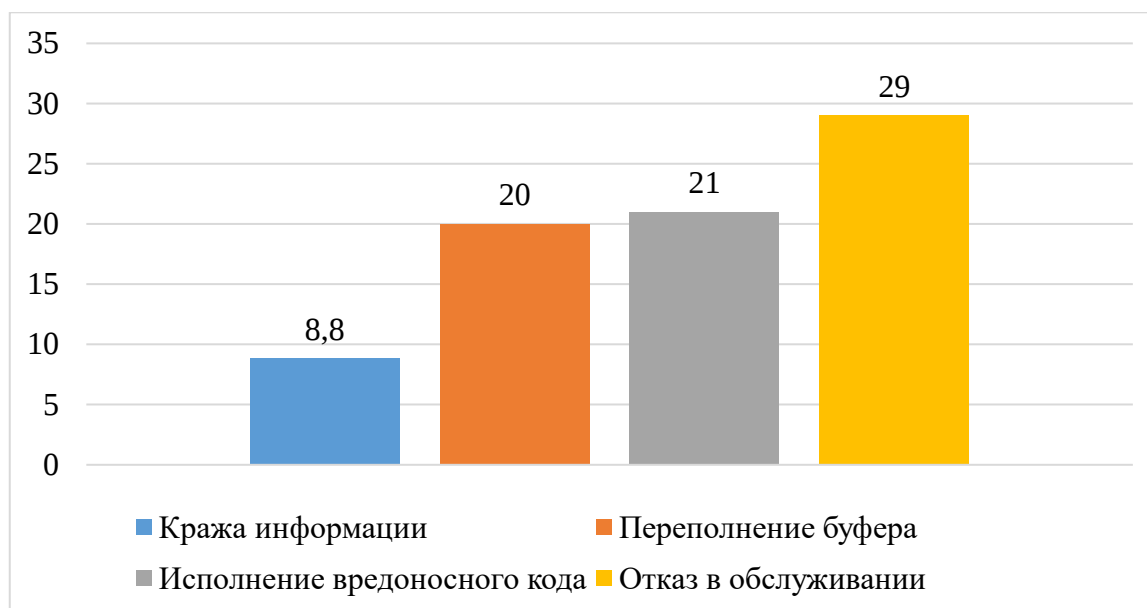


Рис. 1. Соотношение типов угроз ИБ АСУ ТП

С целью установления степени влияния угроз ИБ необходимо их ранжировать, т. е. определить, какие угрозы более значимы, а какие менее. Чем выше ранг угрозы, тем она опаснее и тем большую часть ограниченных ресурсов необходимо выделить для ее нейтрализации.

Стандарт системы оценки уязвимостей CVSS предоставляет возможность обработать ключевые характеристики и рассчитать численную оценку, характеризующую ее тяжесть. Численный итог можно перевести в качественные показатели (низкий, средний, высокий и критический). Данный метод помогает организациям верно оценить и расставить приоритеты своих процессов управления [6, 11].

Каждой угрозе ИБ присваивается показатель воздействия и использования, характеризующий степень влияния угрозы ИБ на конфиденциальность, целостность и доступность информации, обрабатываемой в АСУ ТП [9, 11].

Основу CVSS представляет базовая метрическая группа (рис. 2), которая состоит из постоянных во времени характеристик: метрик эксплуатационной способности (Exploitation) и показателей эффективности (Effect) [11].



Рис. 2. Базовая группа метрик CVSS

Метрики эксплуатации отражают легкость и технические средства, с помощью которых угрозы могут быть использованы. С другой стороны, показатели воздействия отражают прямое следствие успешного их использования (влияние на конфиденциальность, целостность и доступность) [1, 11].

Метрики эксплуатационной способности состоят из значений. Вектор атаки (VS) отображает, как угроза эксплуатируется по отношению к компонентам АСУ ТП. Вектор атаки может принимать значения:

- 0,395 – в случае, если угроза может быть осуществлена только при наличии локального доступа к ресурсам АСУ ТП [1];
- 0,46 – когда угроза может быть реализована из каналов передачи данных корпоративной сети, через коммуникационный уровень АСУ ТП;
- 1 – в случае, когда угроза может быть реализована извне (например, из Internet).

Сложность (C) – метрика измеряет сложность реализации атаки, которая нужна для осуществления угрозы:

- 0,35 – высокая сложность атаки, когда существуют специальные условия для ее реализации;
- 0,61 – средняя, при недостаточной защищенности АСУ ТП;
- 0,71 – низкая, когда отсутствуют меры защиты АСУ ТП.

Аутентификация (A) – коэффициент показывает сколько раз злоумышленнику нужно пройти проверку подлинности для осуществления угрозы:

- 0,45 – необходима постоянная проверка подлинности для доступа к компонентам АСУ ТП;
- 0,56 – однократная аутентификации;
- 0,704 – проверки подлинности не требуется.

Метрики показателей эффективности: влияние на конфиденциальность (CON), доступность (AVA) и целостность (INT) принимают значения:

- 0 – если угроза не влияет;
- 0,275 – влияние происходит при выполнении определенных условий;
- 0,66 – если угроза влияет.

Функция влияния характеризует актуальность угрозы, 0 – если $f(\text{Effect}) = 0$ и 1,176 – если $f(\text{Effect}) \neq 0$.

Базовый уровень угрозы (Base Threat Level – BTL) ИБ рассчитывается по формуле:

$$BTL = ((0,4 * \text{Exploitation}) + (0,6 * \text{Effect})) - 1,5 * f(\text{Effect}) \quad (1) [11].$$

Произведем расчет BTL для наиболее популярных угроз АСУ ТП ККВВС. Для этого необходимо рассчитать показатели эксплуатации (Exploitation), показатели эффективности (Effect) и функцию влияния, характеризующую актуальность угрозы $f(\text{Effect})$.

Показатель эксплуатации (Exploitation) угроз рассчитывается по формуле:

$$\text{Exploitation} = 20 * VS * C * A \quad (2) [11].$$

Значения метрик (вектора атаки (VS), сложности (C), аутентификации (A), конфиденциальности (CON), доступности (AVA) и целостности (INT)) получены нами методом анализа информации из «Банка данных угроз безопасности информации» с сайта «Федеральной службы по техническому и экспортному контролю» РФ [12].

Для расчета показателя эксплуатации выделенных нами угроз подставим значения метрик из табл.1 в формулу (2):

Таблица 1

Ранжирование угроз ИБ АСУ ТП ККВВС

	Вектор атаки (VS)	Сложность (C)	Аутентификация (A)	Метрики показателей эффективности: влияние на конфиденциальность (CON), доступность (AVA) и целостность (INT)
Отказ в обслуживании	VS = 1, так как в большинстве случаев угроза реализуется из Internet	C=0,35, так как для осуществления атаки нужны специальные условия	A = 0,704, проверка подлинности не требуется	CON = 0; INT = 0; AVA = 0,66
Исполнение вредоносного кода	VS = 0,395, так как для реализации необходим локальный доступ к ресурсам и компонентам АСУ ТП	C = 0,71, отсутствует специальные меры защиты	A = 0,56, необходима однократная проверка подлинности для реализации угрозы	CON = 0,66; INT = 0,66; AVA = 0,66
Переполнение буфера	VS = 0,46, так как угроза реализуется из каналов передачи данных корпоративной сети	C = 0,61.	A = 0,704	CON = 0; INT = 0; AVA = ,66
Кража информации	VS = 0,395	C = 0,35.	A = 0,45, так как необходима постоянная проверка подлинности для доступа к компонентам АСУ ТП	CON = 0,66; INT = 0; AVA = 0

В результате значения показателя эксплуатации для данных угроз будут равны следующим значениям:

Exploitation(Отказ в обслуживании) = 5;

Exploitation(Исполнение вредоносного кода) = 3,2;

Exploitation(Переполнение буфера) = 3,8;

Exploitation(Кража информации) = 1,3.

Подставив полученные значения в диаграмму (рис. 3), мы получили схожую с рис. 1 картину. Угроза отказа в обслуживании получила наибольшую оценку, а угроза кражи информации – наименьшую. Следовательно, можно сделать вывод, что количество реализованных угроз имеет зависимость от показателя эксплуатации, чем он выше, тем

больше количество реализованных угроз, и наоборот, чем ниже показатель эксплуатации, тем ниже общее количество угроз.

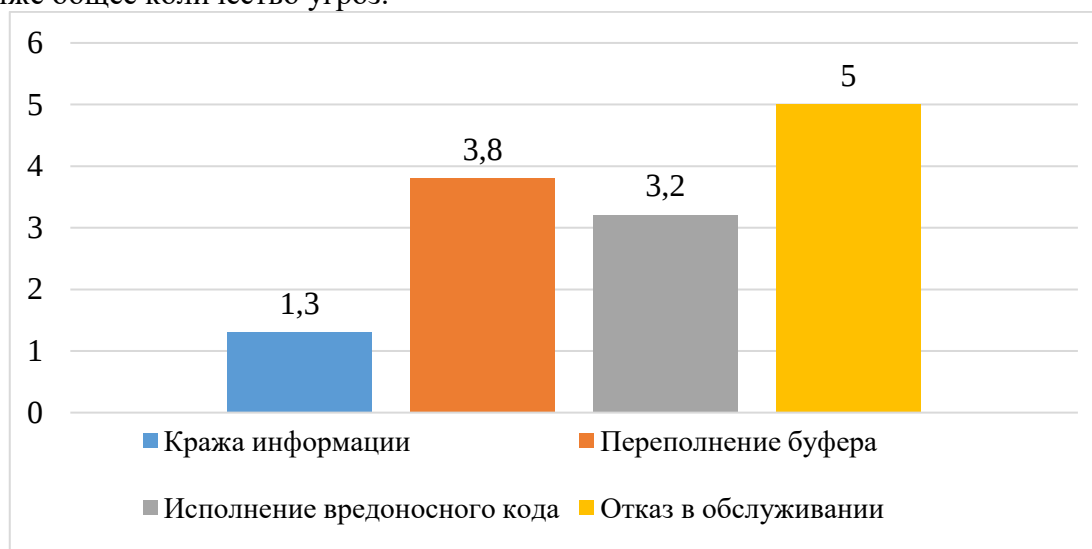


Рис. 3. Соотношение показателя эксплуатации угроз ИБ АСУ ТП ККВВС

Расчет показатель эффективности (*Effect*) рассчитывается по формуле (3). Значения метрик конфиденциальности (*CON*), доступности (*AVA*), целостности (*INT*) для каждой угрозы подставляются из табл. 1:

$$Effect = 10,41 * (1 - (1 - CON) * (1 - AVA) * (1 - INT)) \quad (3), [11]$$

$$Effect(\text{Отказ в обслуживании}) = 6,9;$$

$$Effect(\text{Исполнение вредоносного кода}) = 10;$$

$$Effect(\text{Переполнение буфера}) = 6,9;$$

$$Effect(\text{Кража информации}) = 6,9.$$

Расчет показателей эффективности показал, что угроза «Исполнение вредоносного кода» имеет самую высокую оценку, данный факт объясняется вредоносным воздействием данной угрозы одновременно на 3 направления нарушений требований ИБ (конфиденциальность, целостность и доступность).

Функция влияния $f(Effect)$ характеризует актуальность угрозы, $f(Effect) = 0$, если $Effect = 0$ и $f(Effect) = 1,176$, если $Effect \neq 0$.

Подставив полученные значения показателей эксплуатации, эффективности в формулу (1), получим базовую оценку уровня данных угроз:

$$BTL(\text{Отказ в обслуживании}) = 4,3;$$

$$BTL(\text{Исполнение вредоносного кода}) = 5,5;$$

$$BTL(\text{Переполнение буфера}) = 4;$$

$$BTL(\text{Кража информации}) = 2,9.$$

Угроза «Исполнение вредоносного кода» имеет наиболее высокую оценку, данный факт объясняется наносимым уроном (высоким показателем эффективности (*Effect*)) при ее осуществлении.

Проведя анализ наиболее популярных угроз АСУ ТП по описанному выше методу, учитывая отличительные признаки работы системы контроля воды водооборотных систем от других АСУ ТП, можно установить, что наиболее опасной является угроза «Исполнение вредоносного кода», получившая высокую оценку (5,5). В случае, если опасность некоторой атаки будет недооценена, то разработчики систем информационной безопасности АСУ ТП не предпримут эффективных мер защиты от этой атаки, что может привести к большому ущербу для владельца программного продукта, его пользователей или его правообладателя. В случае, если опасность атаки будет переоценена, то это может привести к ложной необходимости разработки усиленных мер, что означает трату дополнительных временных и человеческих ресурсов.

Литература

1. Кирсанов С. В. Метод оценки угроз информационной безопасности АСУ ТП газовой отрасли // Докл. ТУСУРа. 2013. № 2. С. 112–115.
2. Финогеев А. Г., Нефедова И. С., Тхай К. В. Проблемы безопасности беспроводной сенсорной сети в SCADA-системах АСУ ТП // Изв. ВолгГТУ. 2014. № 15 (165). С. 66.
3. Втюрин В. А. Основы АСУ ТП. СПб. : СПбГЛТУ им. Кирова, 2006. 153 с.
4. Сабиров Р. А., Увайсов С. У. Information security status analysis of automated process control systems in fuel and energy // Information innovative technologies : International Scientific-Practical Conference, 2017. Прага, 2017. С. 476–478.
5. Сабиров Р. А., Увайсов С. У. Применение средств обеспечения информационной безопасности в промышленных системах управления // Север России: стратегии и перспективы развития : материалы III Всерос. науч.-практич. конф. Сургут, 2017. С. 140–143.
6. Основные принципы создания замкнутых водооборотных систем // Vseokraskah.net. URL: <http://vseokraskah.net/> (дата обращения: 11.11.2017).
7. Создание замкнутых водооборотных систем. URL: <https://knigi.link/ekologiya/> (дата обращения: 12.11.2017).
8. Безопасность информационных систем и защита информации. URL: <http://www.studmed.ru/docs/> (дата обращения: 15.11.2017).
9. Математика криптографии и теория шифрования. URL: <https://www.intuit.ru/> (дата обращения: 19.11.2017).
10. Мощнее Stuxnet и Flame: «Лаборатория Касперского» обнаружила самого сильного на данный момент игрока в мире кибершпионажа // Kaspersky.ru : сайт. URL: <https://www.kaspersky.ru/> (дата обращения: 20.11.2017).
11. Полное руководство по общей балльной системе уязвимости. URL: <https://www.first.org/cvss/v2/guide> (дата обращения: 27.12.2017).
12. Банк данных угроз безопасности информации федеральной службы по техническому и экспортному контролю. URL: <https://bdu.fstec.ru/> (дата обращения: 04.01.2018).

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания surgu.ru и в базе данных Научной электронной библиотеки на сайте elibrary.ru, сведения о публикуемых материалах включаются в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

Адрес учредителя и издателя:
бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры
«Сургутский государственный университет»,
628412, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, Сургут, пр. Ленина, 1. Тел. (3462) 76-30-67.

Дата выхода в свет 22.03.2018.

Формат 60 × 84/8.

Усл. печ. л. 6,3. Уч.-изд. л. 9,4.

Цена свободная.