

# ВЕСТНИК КИБЕРНЕТИКИ

PROCEEDINGS IN CYBERNETICS

12+



**БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
ХАНТЫ-МАНСИЙСКОГО АВТОНОМНОГО ОКРУГА – ЮГРЫ  
«СУРГУТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**

**ВЕСТНИК КИБЕРНЕТИКИ  
PROCEEDINGS IN CYBERNETICS**

Научный журнал

**ТОМ 24, № 1**

**Сургут  
2025**

**Учредитель и издатель**  
Бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры  
«Сургутский государственный университет»

**Главный редактор**  
Острейковский Владислав Алексеевич, д. т. н., профессор

**Заместитель главного редактора**  
Тараканов Дмитрий Викторович, к. т. н., доцент

**Ответственный секретарь**  
Брагинский Михаил Яковлевич, к. т. н., доцент

**Члены редакционной коллегии:**  
Советов Б. Я., академик РАН и РАО, д. т. н., профессор  
Юсупов Р. М., член-корреспондент РАН, д. т. н., профессор  
Абрамов О. В., д. т. н., профессор  
Анохин А. Н., д. т. н., профессор  
Антонов А. В., д. т. н., профессор  
Бурханов Р. А., д. филос. н., профессор  
Бушмелева К. И., д. т. н., профессор  
Гетман А. Ф., д. т. н., профессор  
Григорьев Л. И., д. т. н., профессор  
Древс Ю. Г., д. т. н., профессор  
Ельников А. В., д. ф.-м. н., профессор  
Инютин С. А., д. т. н., профессор  
Каштанов В. А., д. ф.-м. н., профессор  
Керимов Т. Х., д. филос. н., профессор  
Крамаров С. О., д. ф.-м. н., профессор  
Леонов Д. Г., д. т. н., профессор  
Малышев Д. С., д. ф.-м. н., профессор  
Мельников А. В., д. т. н., профессор  
Певзнер Л. Д., д. т. н., профессор  
Увайсов С. У., д. т. н., профессор  
Цибульский В. Р., д. т. н., профессор  
Юрков Н. К., д. т. н., профессор

**Выпускающий редактор**  
Ларина С. С.  
**Редактор**  
Зелексон Л. А.  
**Верстка**  
Чорньенского С. И.  
**Переводчики**  
Бенская М. О., Кондратьева В. А.

**Рисунок на обложке:**  
Визуализация магнитогидродинамических расчетов для точного решения внутри сферы  
© Галкин В. А., Гореликов А. В.

Решением Высшей аттестационной комиссии с 29 мая 2017 года журнал включен в «Перечень рецензируемых научных изданий, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученой степени кандидата наук, на соискание ученой степени доктора наук».  
С 29.03.2022 издание принимает к публикации статьи по следующим научным специальностям: 2.3.1. Системный анализ, управление и обработка информации; 1.2.2. Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ; 2.2.2. Электронная компонентная база микро- и нанoeлектроники, квантовых устройств.

Журнал зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций. Свидетельство о регистрации средства массовой информации  
Эл № ФС77-83015 от 31.03.2022.

Издается с 2002 года. Выпускается 4 раза в год.

Адрес редакции:  
БУ ВО «Сургутский государственный университет»,  
628412, Россия, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, г. Сургут, пр. Ленина, 1  
Тел.: +7 (3462) 76-29-88, факс: +7 (3462) 76-29-29, e-mail: proceed.cyber@mail.ru. Сайт: vestcyber.ru

**Founder and Publisher**  
Surgut State University

**Chief Editor**

Prof. Vladislav A. Ostreikovskiy, Doctor of Sciences (Engineering)

**Vice Chief Editor**

Dmitry V. Tarakanov, Candidate of Sciences (Engineering), Docent

**Executive Editor**

Mikhail Ya. Braginsky, Candidate of Sciences (Engineering), Docent

**Editorial Board:**

Prof. Sovetov B. Ya., Doctor of Sciences (Engineering), member of the Russian Academy of Sciences (RAS), the Russian Academy of Education (RAE)

Prof. Yusupov R. M., Doctor of Sciences (Engineering), member of the Russian Academy of Sciences (RAS)

Prof. Abramov O. V., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Anokhin A. N., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Antonov A. V., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Burkhanov R. A., Doctor of Sciences (Philosophy)

Prof. Bushmeleva K. I., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Getman A. F., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Grigoryev L. I., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Drevs Yu. G., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Elnikov A. V., Doctor of Sciences (Phys&Math)

Prof. Inyutin S. A., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Kashtanov V. A., Doctor of Sciences (Phys&Math)

Prof. Kerimov T. Kh., Doctor of Sciences (Philosophy)

Prof. Kramarov S. O., Doctor of Sciences (Phys&Math)

Prof. Leonov D. G., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Malyshev D. S., Doctor of Sciences (Phys&Math)

Prof. Melnikov A. V., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Pevzner L. D., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Uvaisov S. U., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Tsibulsky V. R., Doctor of Sciences (Engineering)

Prof. Yurkov N. K., Doctor of Sciences (Engineering)

**Publishing Editor**

Larina S. S.

**Editor**

Zelekson L. A.

**Layout**

Chornenkiy S. I.

**Translators**

Benskaya M. O., Kondrateva V. A.

**Cover Image:**

A visualization of magnetohydrodynamic analysis used to find an exact solution within a sphere

© Galkin V. A., Gorelikov A. V.

May 29, 2017, the journal is included in the List of Leading Peer-Reviewed Scientific Journals of the Higher Attestation Commission, which publishes main scientific results of Doctor's and Candidate's theses.

Since March 29, 2022, the journal is included in the List on the following subject groups:

- 2.3.1. System Analysis, Data Management and Processing; 1.2.2. Mathematical Modeling, Calculus and Program Complexes;  
2.2.2. Electronic Component Base of Micro- and Nanoelectronics, Quantum Devices.

The journal is registered with the Federal Service for Supervision of Communications, Information Technology and Mass Media. Mass media registration certificate EI No. FS77-83015 of March 31, 2022.

Published since 2002. 4 issues per year.

**Editorial Board Address:**

Surgut State University, Russia 628412, Khanty-Mansi Autonomous Okrug – Yugra, Surgut, Lenina pr., 1

Tel.: +7 (3462) 76-29-88, fax: +7 (3462) 76-29-29, e-mail: proceed.cyber@mail.ru. Web: vestcyber.ru

## СОДЕРЖАНИЕ

### ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Берестин Д. К., Еловой С. Г.</i> Программное обеспечение для записи экрана рабочего стола .....	6
<i>Зорькин Д. Ю., Тарасова И. А., Клячина Н. В.</i> Триангуляция методом измельчения плоской области, заданной системой неравенств .....	11
<i>Катаев М. Ю., Брагинский М. Я., Тараканов Д. В., Тараканова И. О.</i> Применение нейросетевого классификатора для оценки эмоционального состояния человека .....	19
<i>Кислицин Е. Ю., Лукашов Д. С., Борисов И. Ю., Назаров А. А.</i> Моделирование режимов работы асинхронного двигателя с учетом несимметрии напряжения питающей сети .....	26
<i>Цао И.</i> Метод визуально управляемого захвата 7-степенного манипулятора на основе обучения с подкреплением .....	31
<i>Швец Е. С.</i> Особенности интерпретации гидродинамических исследований нагнетательных скважин методом кривой падения давления низкопроницаемых коллекторов при наличии трещин гидроразрыва пласта и «автогидроразрыва пласта» .....	39
<i>Швец Е. С.</i> Особенности планирования и проведения импульсного гидропрослушивания без остановки скважин .....	46

### ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

<i>Богнюков А. А., Зорькин Д. Ю., Шведов Е. Г.</i> Имитационное моделирование и анализ систем массового обслуживания .....	53
<i>Никулин Р. Н., Авдеюк О. А.</i> Компьютерное моделирование динамики численности популяций на основе модифицированной модели Лотки – Вольтерра .....	60
<i>Носков С. И., Беляев С. В.</i> Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$ .....	68

## CONTENTS

### ENGINEERING

<i>Berestin D. K., Elovoy S. G.</i> Software for desktop screen recording .....	6
<i>Zorkin D. Yu., Tarasova I. A., Klyachina N. V.</i> Triangulation of plane domain by grinding method defined by system of inequalities.....	11
<i>Kataev M. Yu., Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V., Tarakanova I. O.</i> Implementation of neural network classifier for assessing human emotional state .....	19
<i>Kislitcin E. Yu., Lukashov D. S., Borisov I. Yu., Nazarov A. A.</i> Modeling of induction motor operation modes considering supply voltage asymmetry.....	26
<i>Cao Y.</i> Vision-based grasping method for 7-DOF manipulator using reinforcement learning .....	31
<i>Shvets E. S.</i> Interpretation peculiarities of injection wells hydrodynamic research using pressure draw-down curve method of low-permeable reservoir with autonomous and non-autonomous hydraulic fracturing .....	39
<i>Shvets E. S.</i> Peculiarities of planning and running pulse test without well shutdown.....	46

### PHYSICS AND MATHEMATICS

<i>Bognyukov A. A., Zorkin D. Yu., Shvedov E. G.</i> Simulation modeling and analysis of queuing systems .....	53
<i>Nikulin R. N., Avdeyuk O. A.</i> Computer modeling of population dynamics based on the modified Lotka–Volterra model .....	60
<i>Noskov S. I., Belyaev S. V.</i> Calculation of parameters estimates in homogeneous nested piecewise linear regression with alternating min and max functions.....	68

## ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ / ENGINEERING

Научная статья

УДК 004.457

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-1>



### Программное обеспечение для записи экрана рабочего стола

Дмитрий Константинович Берестин<sup>✉</sup>, Сергей Григорьевич Еловой

Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

**Аннотация.** В данной статье представлено программное обеспечение для записи звука и видео с использованием библиотек NAudio и Accord.NET. Программа разработана на платформе Visual Studio 2022 с применением языка программирования C# WPF. Основной целью работы было создание доступного и эффективного инструмента для записи экрана рабочего стола компьютера. Методология исследования включала анализ технических аспектов разработки программного обеспечения и экспериментальное тестирование разработанной системы. Результаты показали, что система обладает простым интерфейсом, гибкими настройками и обеспечивает высокое качество записи звука и видео. Подход программы к выбору дисплея для записи и захвату экрана рабочего стола является уникальным и обеспечивает гибкость пользовательских возможностей.

**Ключевые слова:** запись звука, запись видео, архитектура приложения

**Для цитирования:** Берестин Д. К., Еловой С. Г. Программное обеспечение для записи экрана рабочего стола // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 6–10. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-1>.

Original article

### Software for desktop screen recording

Dmitry K. Berestin<sup>✉</sup>, Sergey G. Elovoy

Surgut State University, Surgut, Russia

**Abstract.** This article presents software for recording audio and video using the NAudio and Accord.NET libraries. The program is developed on the Visual Studio 2022 platform using the C# WPF programming language. The main objective of the work is to create an accessible and efficient tool for recording the computer desktop screen. The research methodology includes an analysis of the technical aspects of software development and experimental testing of the developed system. The results reveal that our system has a simple interface, flexible settings, and provides high-quality audio and video recording. In its approach to selecting a display for recording and capturing the desktop screen, the program is unique and provides flexible user options.

**Keywords:** sound recording, video recording, application architecture

**For citation:** Berestin D. K., Elovoy S. G. Software for desktop screen recording. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):6–10. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-1>.

### ВВЕДЕНИЕ

В современном информационном обществе, где визуальные и мультимедийные материалы занимают все более важное место, создание и обмен видеоконтентом становятся неотъемлемой частью нашей повседневной

жизни. От обучения и демонстрации рабочих процессов до создания обучающих видеороликов и игрового стриминга запись экрана рабочего стола является необходимой задачей.

В данной статье представлено программное обеспечение, разработанное на плат-

форме Visual Studio 2022 с использованием фреймворка C# WPF, которое предназначено для удовлетворения этой потребности. Данное программное обеспечение спроектировано таким образом, чтобы оно могло быть доступно и использовано широким кругом пользователей, включая как опытных специалистов, так и тех, кто только начинает свой путь в мире записи экрана. При этом основным преимуществом является легкость использования и доступность для всех [1].

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

При разработке программного обеспечения выбор пал на библиотеки NAudio и Accord, предназначенные для записи звука и видео. Работа с библиотекой NAudio по своей сути проста. Для того чтобы начать запись звука с использованием NAudio, первым шагом является создание объекта WaveInEvent, который предоставляет доступ к звуковому вводу. Пример инициализации объекта WaveInEvent и начала записи звука представлен ниже и в источниках [2, 3]:

```
// Инициализация объекта для
// записи звука
private WaveInEvent waveIn;
// Метод для начала записи
// звука
private void StartAudioRecording()
{
    waveIn = new WaveInEvent();
    waveIn.DataAvailable +=
    WaveIn_DataAvailable;

    // Настройка формата звука
    // (частота дискретизации, бит-
    // ность и т.д.)
    waveIn.WaveFormat = new Wave-
    Format(44100, WaveInEvent.Get-
    Capabilities(0).Channels);

    // Начало записи звука
    waveIn.StartRecording();
}
```

Для записи данных звукового ввода, необходимо обработать событие DataAvailable, которое возникает при поступлении новых аудиоданных. Пример обработки этого события:

```
private void WaveIn_Data-
Available(object sender,
WaveInEventArgs e)
{
    writer?.Write(e.
    Buffer, 0, e.BytesRecorded);
}
```

Библиотека Accord.NET обеспечивает возможность записи видео. Для начала записи видео создается объект VideoFileWriter и производится его настройка. Пример кода инициализации и начала записи видео представлен в источниках [4, 5]:

```
// Инициализация объекта для
// записи видео
private VideoFileWriter vide-
oWriter;

// Метод для начала записи
// видео
private void StartAudioRecord-
ing()
{
    // Настройка параметров видео
    // (ширина, высота, кол-во
    // кадров)
    int width = 1920;
    int height = 1080;
    int fps = 30;
    // Открытие файла для записи
    videoWriter.Open(Path.
    Combine(savePath, fileName),
    width, height, fps, VideoCo-
    dec.MPEG4, bitrate);
}
```

В коде выбор определенного дисплея осуществляется с использованием библиотеки System.Windows.Forms.Screen, которая предоставляет информацию о подключенных дисплеях. В данной реализации при выборе

дисплея для записи осуществляется захват рабочего стола выбранного монитора. Информацию можно найти в источнике [6]:

```
//Получение списка доступных дисплеев
foreach (Screen screen in
Screen.AllScreens)
{
    displayInfoList.Add(new
DisplayInfo
    {
        DeviceName = screen.Devi-
ceName
        DisplayName = "Дисплей " +
        (displayInfoList.Count + 1)
    });
}

//Источник данных для ComboBox
DisplayBox.ItemsSource = dis-
playInfoList;
DisplayBox.DisplayMemberPath =
"DisplayName";
DisplayBox.SelectedValuePath =
"    DeviceName";
```

На рис. 1 представлен элемент комбинированного списка, в котором будут храниться списки доступных дисплеев для захвата. Информацию о каждом дисплее, такую как имя устройства, будем хранить в пользовательском классе DisplayInfo. В дальнейшем из пользовательского класса DisplayInfo этот список будет передаваться в комбинированный список, который реализован с помощью элемента ComboBox, из которого пользователь будет выбирать необходимый ему дисплей для захвата и записи информации.

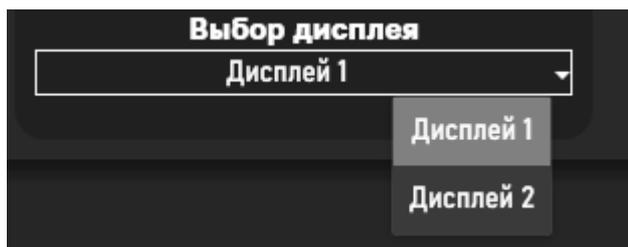


Рис. 1. Интерфейс комбинированного списка при выборе дисплея  
Примечание: составлено авторами.

После того как пользователь выберет необходимый ему дисплей, при помощи элемента комбинированного списка, происходит захват дисплея программой. Данный функционал реализован с использованием класса ScreenCaptureStream из библиотеки Accord.NET. Пример реализации кода представлен ниже [7]:

```
// Определение экрана для записи на основе выбранного имени
Screen selectedScreen =
Screen.AllScreens.FirstOrDefault(s => s.DeviceName == se-
lectedDeviceName);
if (selectedScreen != null)
{
    // Запускаем захват рабочего стола выбранного дисплея
    screenCapture = new Screen-
CaptureStream(selectedScreen.
Bounds, fps);
    screenCapture.NewFrame +=
ScreenCapture_NewFrame;
    screenCapture.Start();
}
```

В строковой переменной selectedDeviceName содержится имя выбранного дисплея. Далее с использованием класса ScreenCaptureStream происходит захват информации рабочего стола с дисплея, который выбрал пользователь, после чего запускается процесс записи видео. Данный подход и интерфейс наиболее удобен в случае большого количества используемых экранов пользователем [8].

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для записи с рабочего стола существует довольно обширный перечень программного обеспечения. Разрабатываемую программу с предварительным названием MitRes сравнили с несколькими аналогичными программами, такими как OBS, Bandicam и Fraps. Для сравнения программного обеспечения между собой были выбраны следующие критерии: стоимость, объем готового файла, нагрузка на систему, наличие обновлений и совместимость с операционными системами. Результаты сравнения представлены в таблице.

Сравнение аналогов программного обеспечения

Критерии	OBS	Bandicam	FrapS	MitREC
Стоимость	Бесплатно, открытый код	Платно (нельзя купить)	Бесплатно	Бесплатно, открытый код
Объем готового файла, Мб за 5 сек.	3,7 Мб (5 секунд)	3 Мб (5 секунд)	102 Мб (5 секунд)	2,90 Мб (5 секунд)
Нагрузка на систему	Низкая	Низкая	Высокая	Низкая
Обновления	Постоянные обновления	Постоянные обновления	Больше не обновляется	Постоянные обновления
ОС	Windows 11/10, macOS 11, Linux	Windows 11/10/8/7 (64-bit)	Windows XP, 2003, Vista, and Windows 7	Windows 11/10

Примечание: составлено авторами.

Разрабатываемый программный продукт для записи информации с рабочего стола будет предлагать следующие отличительные особенности: бесплатное использование, низкая нагрузка на операционную систему, а также планируется дальнейшее регулярное обновление программного обеспечения в виде расширения функций. В настоящее время разрабатываемая программа «MitRec» совместима только с операционными системами семейства Windows, но в дальнейшем планируется адаптировать разрабатываемое программное обеспечение и на других операционных системах.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При разработке программного обеспечения для записи экрана рабочего стола были достигнуты следующие результаты: рассмотрены основные аспекты для записи звука и видео с использованием библиотек NAudio и Accord.NET. Alpha-версия программного продукта была разработана с использованием систем разработки Visual Studio 2022 и фреймворка C# WPF, которая является одним

из важных инструментов в сфере создания видео контента, обучения, и демонстрации рабочих процессов.

Одним из основных достоинств разработанной alpha-версии программного продукта являются его доступность, легкость использования и возможность выбора нужного дисплея для записи, что делает его наиболее универсальным инструментом как для опытных пользователей, так и для новичков. Библиотеки NAudio и Accord.NET позволяют достичь высокого качества записи звука и видео. Использование языка программирования C# и платформы WPF необходимо для обеспечения простого и понятного интерфейса, а также для обеспечения простой архитектуры приложения для дальнейшего расширения его функциональных возможностей.

Разработанная alpha-версия программного продукта представляет собой эффективный и простой инструмент для записи информации экрана рабочего стола компьютера, который может быть полезен в различных областях, таких как обучение, демонстрация программного обеспечения и игровая индустрия.

### Список источников

1. Сайт о программировании. URL: <https://metanit.com/sharp> (дата обращения: 20.01.2025).
2. Прайс М. Д. C# 10 и .NET 6. Современная кросс-платформенная разработка. СПб. : Питер, 2023. 848 с.
3. Стиллмен Э., Грин Д. Head First. Изучаем C#. СПб. : Питер, 2022. 768 с.
4. Гриффитс И. Программируем на C# 8.0. Разработка приложений. СПб. : Питер, 2021. 944 с.

### References

1. Sait o programmirovani URL: <https://metanit.com/sharp> (accessed: 20.01.2025). (In Russ.).
2. Price M. J. C# 10 and .NET 6. Modern Cross-Platform Development. Saint Petersburg: Piter; 2023. 848 p. (In Russ.).
3. Stellman A., Greene J. Head First C#. Saint Petersburg: Piter; 2022. 768 p. (In Russ.).
4. Griffiths I. Programming C# 8.0: Build Cloud, Web, and Desktop Applications. Saint Petersburg: Piter; 2021. 944 p. (In Russ.).

5. Video Processing in C# using Accord.NET. URL: [https://accord-framework.net/docs/html/T\\_Accord\\_Video\\_FFmpeg\\_VideoFileWriter.htm](https://accord-framework.net/docs/html/T_Accord_Video_FFmpeg_VideoFileWriter.htm) (дата обращения: 20.01.2025).
6. Документация по интегрированной среде разработки Visual Studio. URL: <https://learn.microsoft.com/ru-ru/visualstudio/ide/?view=vs-2022> (дата обращения: 20.01.2025).
7. Official C# Programming Guide. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/csharp/> (дата обращения: 20.01.2025).
8. Screen Capture in C#. URL: <https://www.c-sharpcorner.com/article/screen-capture-in-c-sharp/> (дата обращения: 20.01.2025).
5. Video Processing in C# using Accord.NET. URL: [https://accord-framework.net/docs/html/T\\_Accord\\_Video\\_FFmpeg\\_VideoFileWriter.htm](https://accord-framework.net/docs/html/T_Accord_Video_FFmpeg_VideoFileWriter.htm) (accessed: 20.01.2025).
6. Visual Studio IDE documentation. URL: <https://learn.microsoft.com/ru-ru/visualstudio/ide/?view=vs-2022> (accessed: 20.01.2025). (In Russ.).
7. Official C# Programming Guide. URL: <https://docs.microsoft.com/en-us/dotnet/csharp/> (accessed: 20.01.2025).
8. Screen Capture in C#. URL: <https://www.c-sharpcorner.com/article/screen-capture-in-c-sharp/> (accessed: 20.01.2025).

### **Информация об авторах**

**Д. К. Берестин** – кандидат физико-математических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0003-3977-3281>,  
[berestin\\_dk@surgu.ru](mailto:berestin_dk@surgu.ru)✉

**С. Г. Еловой** – старший преподаватель;

<https://orcid.org/0000-0002-1860-9303>,  
[elovoj\\_sg@surgu.ru](mailto:elovoj_sg@surgu.ru)

### **About the authors**

**D. K. Berestin** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent;

<https://orcid.org/0000-0003-3977-3281>,  
[berestin\\_dk@surgu.ru](mailto:berestin_dk@surgu.ru)✉

**S. G. Elovoy** – Senior Lecturer;

<https://orcid.org/0000-0002-1860-9303>,  
[elovoj\\_sg@surgu.ru](mailto:elovoj_sg@surgu.ru)

Научная статья

УДК 519.688

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-2>



## Триангуляция методом измельчения плоской области, заданной системой неравенств

Дмитрий Юрьевич Зорькин✉, Ирина Александровна Тарасова,  
Наталья Владимировна Клячина

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

**Аннотация.** На текущий момент времени актуализируется интеграция компьютерных технологий практически во всех, как бытовых, так и профессиональных, сферах жизнедеятельности человека. В связи с этим происходит активное развитие новых средств и методов решения задач посредством использования цифровых и информационных технологий. Одним из наиболее актуальных направлений развития является компьютерная геометрия. На текущий момент существует ряд задач, требующих решения в данной области, одной из которых является триангуляция методом измельчения плоской области, заданной системой неравенств. Основной целью представленной статьи является разработка и программная реализация алгоритма триангуляции, основанного на методе измельчения плоской области, заданной системой неравенств. В результате работы проанализированы различные алгоритмы триангуляций, в том числе алгоритма измельчения плоской области, заданной системой неравенств. Проведен анализ схемы работы приложения, а также проанализированы способы его применения. Теоретическая значимость исследования заключается в изучении общих понятий, свойств и алгоритмов триангуляции. Практическая значимость исследования состоит в приведении программной реализации алгоритма измельчения плоской области. Результаты работы могут быть использованы в последующих исследованиях, подразумевающих необходимость применения триангуляции методом измельчения плоской области.

**Ключевые слова:** триангуляция, программная реализация, алгоритм, граф, измельчение плоской области, система неравенств

**Для цитирования:** Зорькин Д. Ю., Тарасова И. А., Клячина Н. В. Триангуляция методом измельчения плоской области, заданной системой неравенств // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 11–18. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-2>.

Original article

## Triangulation of plane domain by grinding method defined by system of inequalities

Dmitry Yu. Zorkin✉, Irina A. Tarasova, Natalya V. Klyachina  
Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

**Abstract.** The integration of computer technologies in all spheres of human life, casual and professional, is becoming more and more relevant at present. In this regard, rapid development of new means and methods of problem solving through the use of digital and information technologies occurs. One of the most topical spheres of development is computer geometry. Nowadays, there is a number of problems to be solved in this area, one of which is triangulation of plain domains by grinding, defined by a system of inequalities. The main purpose of the presented article is the development and software implementation of a triangulation algorithm based on the grinding method for a plain domain defined by a system of inequalities. This work analyzes various triangulation algorithms, including the algorithm of grinding of a plain domain defined by a system of inequalities. This work considers the application's function scheme and its implementation. The theoretical significance of the study is the exploration of general concepts, properties, and algorithms of triangulation.

The practical significance of the study consists in giving a software implementation of the algorithm of plane domain grinding. Researchers can use the results of this work in subsequent studies that use triangulation for plane domain grinding.

**Keywords:** triangulation, software implementation, algorithm, graph, plane domain grinding, system of inequalities

**For citation:** Zorkin D. Yu., Tarasova I. A., Klyachina N. V. Triangulation of plane domain by grinding method defined by system of inequalities. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):11–18. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-2>.

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью статьи является разработка и программная реализация алгоритма триангуляции, основанного на методе измельчения плоской области, заданной системой неравенств. В рамках статьи решается ряд задач, каждой из которых посвящены отдельные разделы работы – рассмотрение основных понятий и определений триангуляции, а также выполнение разработки и тестирования программы на языке программирования Python с представлением визуальных примеров.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Пусть имеется множество точек, которое изначально представляет собой набор вершин графа. Необходимо провести такие ребра, чтобы все внутренние области графа образовывали треугольники. Триангуляция представляет собой плоский граф, каждая внутренняя область которого является треугольником [1]. Также данный метод триангуляции применим для разбиения фигур в многомерных пространствах (рис. 1). Существует множество различных подходов и методов для разделения областей на треугольники [2].

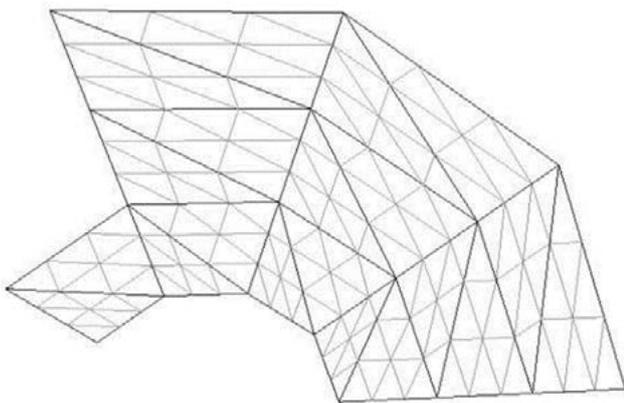


Рис. 1. Вид триангуляции  
Примечание: составлено авторами.

Выпуклая триангуляция представляет собой триангуляцию, в которой минимальный многоугольник, охватывающий все треугольники, является выпуклым.

Такая невыпуклая триангуляция называется невыпуклой [3].

Задачи построения триангуляции заключаются в следующем: пусть задан такой набор точек, что, расположив его на плоскости, каждая точка будет иметь две координаты:  $(x, y)$ . Нужно, чтобы эти точки были соединены таким образом, чтобы в результате получилась триангуляция [4].

Перед тем как углубляться в подробное изучение метода измельчения, нужно рассмотреть основную суть алгоритма. Рассмотрим на примере произвольной области, ограниченной кривыми. Для корректного выполнения триангуляции области точки, находящиеся на границе триангуляции внутри области, должны смещаться к границам области с использованием градиентного спуска по следующей формуле (1):

$$(x_1, y_1) = (x_0, y_0) + \alpha * \text{grad}F(x_0, y_0), \quad (1)$$

где  $\alpha$  – сдвиг с определенным шагом;

$(x_0, y_0)$  – начальные координаты точек;

$\text{grad}F$  – градиентная функция;

$F(x, y)$  – функция, зависящая от двух переменных.

Точки  $(x_1, y_1)$  представляют собой новые координаты исходных точек  $(x_0, y_0)$  после их сдвига по заданной формуле.

Сдвиг выполняется для того, чтобы точки приблизились к границам области, не выходя за их пределы [5].

Рассмотрим алгоритм измельчения триангуляционной области более подробно.

Дано конечное множество точек  $\{P_i\}$  в плоскости  $R^2$  и триангуляция  $T = \{T_j\}$ , где каждый треугольник содержит три точки из  $\{P_i\}$ , а каждая точка является вершиной хотя бы одного треугольника. Обозначим минимальный угол триангуляции как  $\alpha(T)$ . Объединение всех треугольников образует многоугольник. Пусть  $\Omega$  – ограниченная область в  $R^2$ ; триангуляцией области  $\Omega$  называется триангуляция конечного набора точек в замыкании  $\Omega$ . Треугольники с двумя или тремя вершинами на границе  $\partial\Omega$  называются граничными, остальные – внутренними [6].

Для построения треугольной сетки предлагаем подход с одним проходом по вершинам: выбираем небольшое количество точек из  $\Omega$  и строим начальную триангуляцию, затем применяем процесс измельчения для повышения точности. Качество триангуляции определяется минимальным синусом углов треугольников, что влияет на погрешность при вычислении функций и их производных. Алгоритм измельчения состоит из следующих последовательных шагов [7]:

1. Зафиксируем натуральное число  $q$ .
2. Для каждого внутреннего треугольника  $T_k$ :
  - выбираем одну из его вершин;
  - делим стороны, выходящие из этой вершины, на  $q$  равных отрезков;
  - проводим через полученные точки прямые, параллельные другим сторонам треугольника;
  - в результате треугольник  $T_k$  разбивается на  $q^2$  подобных треугольников.

При таком разбиении минимальный угол новой триангуляции остается равным (рис. 2)  $\alpha(T)$ , обеспечивая высокое качество сетки и более точное приближение границы области.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Отдельно рассмотрим программную реализацию алгоритма измельчения.

Данная программа выполняет триангуляцию области, ограниченной функциями  $F1(x)$  и  $G1(x)$ , измельчение треугольников и применение градиентного спуска к крайним точкам триангуляции.

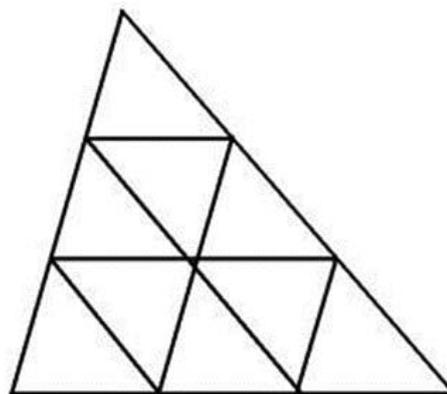


Рис. 2. Разбиение треугольника на 9 подобных треугольников ( $q = 3$ )

Примечание: составлено авторами.

В качестве примеров, рассмотрим области, ограниченные неравенствами.

Пример 1 (2):

$$y \geq x^2; y \leq 1. \quad (2)$$

Из данного неравенства следует, что нижняя функция ограничена параболой, а верхняя функция ограничена прямой.

Далее программа осуществляет вывод следующих графиков.

На изображении (рис. 3) также видны следующие элементы:

1. Синие точки – начальные точки для триангуляции.
2. Фиолетовые линии – границы треугольников начальной триангуляции.
3. Красная линия – граница области  $y = x^2$ .
4. Синяя горизонтальная линия – граница области  $y = 1$ .

В частности, это изображение соответствует начальной стадии построения триангуляции перед применением алгоритма измельчения. Граничные точки размещены так, что они образуют три треугольника, полностью лежащих внутри заданной области [8].

На изображении (рис. 4) демонстрируется триангуляция после применения алгоритма измельчения до сдвига точек, находящихся на границе триангуляции внутри области.

Процесс измельчения заключается в следующем:

1. Для каждой стороны начального треугольника вычисляется средняя точка.

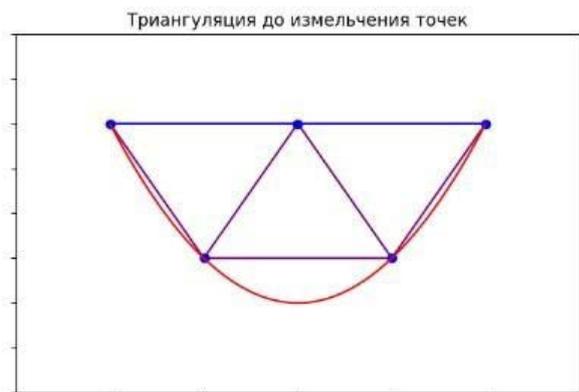


Рис. 3. Первоначальная триангуляция до сдвига точек

Примечание: составлено авторами.

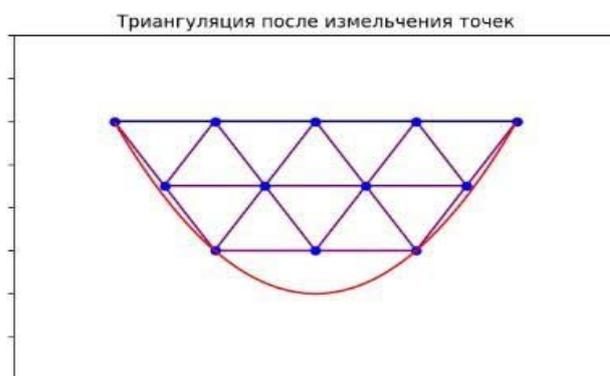


Рис. 4. Триангуляция после применения алгоритма измельчения

Примечание: составлено авторами.

2. Эти средние точки добавляются как новые вершины.

3. Затем начальный треугольник делится на несколько более мелких треугольников, используя новые средние точки [9].

В результате после применения алгоритма измельчения количество треугольников увеличивается, что приводит к более детализированной и точной триангуляции. Визуальный результат:

1. Вершины новых треугольников отмечены синими точками.

2. Границы новых треугольников отмечены фиолетовыми линиями.

На графике (рис. 5) показана триангуляция Делоне для точек, перемещенных по градиенту функции  $F(x; y)$ . Точки снова отмечены синим цветом, а треугольники образованы

ребрами пурпурного цвета. Границы области остаются теми же (красная и синяя линии). Точки были перемещены по градиенту, не выходя за границы области.

Этот график (рис. 6) показывает сдвиг точек с помощью стрелок, указывающих направление и величину перемещения. Исходные точки отмечены синим цветом. Стрелки, нарисованные зеленым цветом, показывают сдвиг каждой точки.

Описание:

1. Синие точки представляют исходные координаты.

2. Зеленые стрелки указывают направление и величину сдвига точек. В некоторых случаях стрелки могут быть очень короткими или отсутствовать, если точки остались на месте (например, точки на границах).

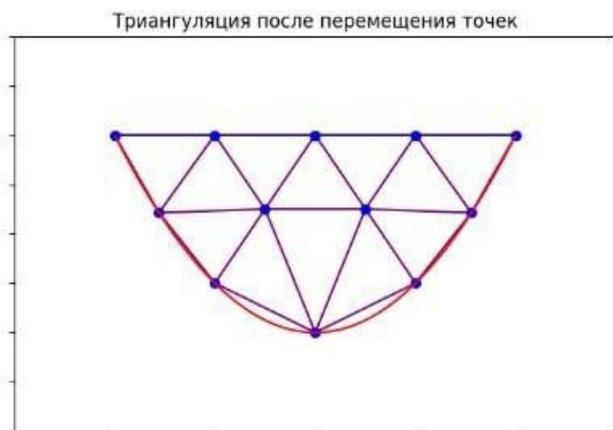


Рис. 5. Триангуляция после применения алгоритма измельчения

Примечание: составлено авторами.

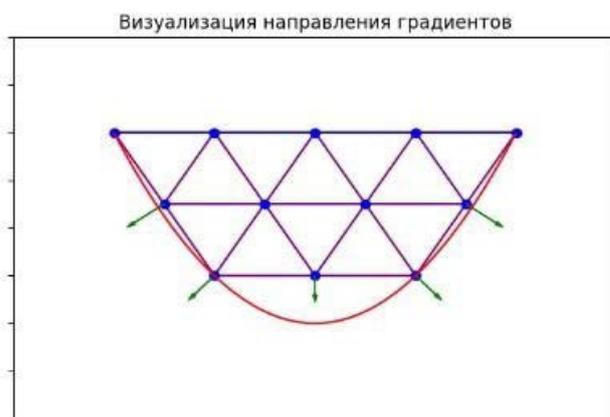


Рис. 6. Визуализация градиентов сдвига

Примечание: составлено авторами.

Пример 2 (3):

$$y - x^2 > 0; y - x < 0. \quad (3)$$

Из данного неравенства следует, что нижняя функция ограничена параболой, а верхняя функция ограничена прямой.

На этом изображении (рис. 7) показана начальная триангуляция области, ограниченной параболой и прямой. Синие точки показывают начальные узлы, и треугольники построены на основе этих точек.

На этом изображении (рис. 8) показана триангуляция после измельчения начальных треугольников. Дополнительно введенные точки (на серединах ребер начальных треугольников) добавлены, что привело к увеличению количества треугольников. Этот процесс увеличивает число разбиений в области и обеспечивает более точное представление геометрии области.

На этом подграфике показана триангуляция после применения градиентного спуска к граничным точкам. Точки на границе перемещаются под действием градиентных сил, чтобы лучше соответствовать граничным условиям. Сравнение с предыдущим подграфиком показывает, что точки и треугольники были смещены ближе к реальным границам. Триангуляция после сдвига точек представлена на рис. 9 и 10 соответственно.

Пример 3 (криволинейная трапеция).

Пусть  $\Omega$  – плоская область, которая будет задана при помощи системы неравенств (4):

$$0 \leq x \leq 3,$$

$$\{x^2 - 3 \times x - 2 \leq y \leq 3 \times x - x^2\}. \quad (4)$$

Получится следующая триангуляция криволинейной трапеции, построенная при помощи алгоритма измельчения (рис. 11–12).

Разработанный в рамках исследования алгоритм триангуляции основывается на методе измельчения плоской области, ограниченной системой неравенств. Этот подход был реализован с помощью программной реализации, обеспечил высокую точность построения триангуляции благодаря градиентному сдвигу точек к границам области [10].

Триангуляция до измельчения точек

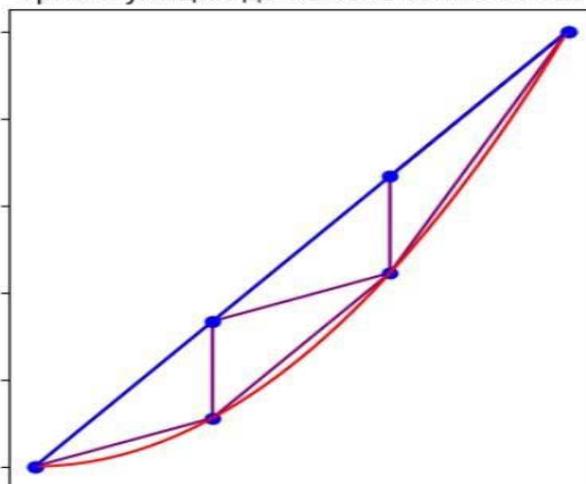


Рис. 7. Первоначальная триангуляция до применения алгоритма

Примечание: составлено авторами.

Триангуляция после измельчения точек

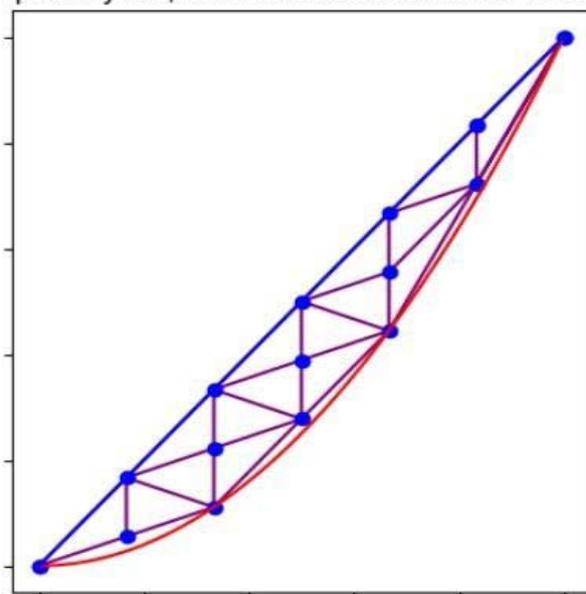


Рис. 8. Алгоритм измельчения до сдвига точек

Примечание: составлено авторами.

Графики, представленные на рис. 3–12, демонстрируют эффективность предложенного метода. Использование измельчения позволило значительно увеличить количество треугольников в пределах области, тем самым обеспечив более детализированную и точную аппроксимацию ее границ.

Интересно сравнение этого метода с классическим алгоритмом Делоне. Алгоритм измельчения показывает явные преимущества при

Триангуляция после градиентного спуска

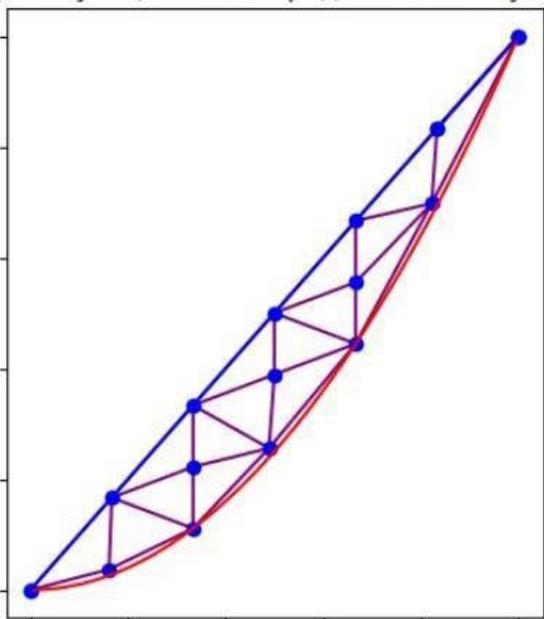


Рис. 9. Триангуляция после сдвига точек  
Примечание: составлено авторами.

Визуализация направлений градиентов

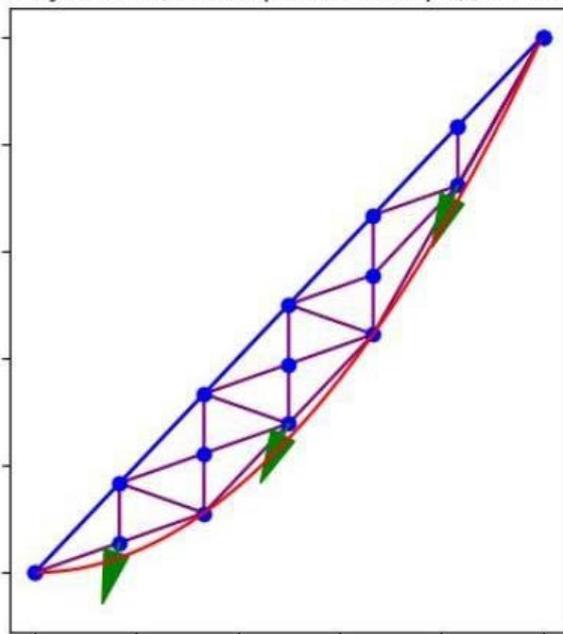
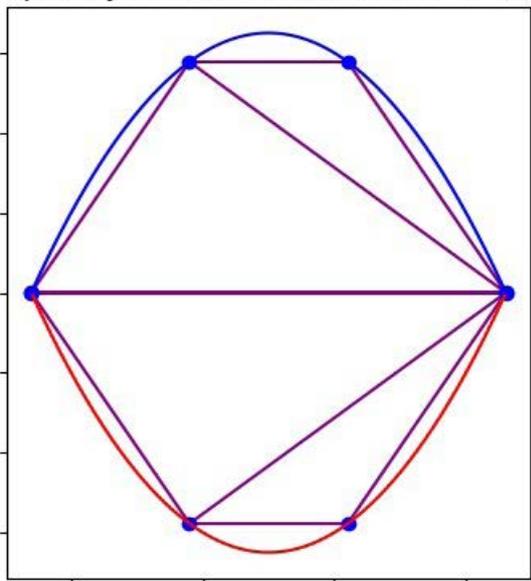


Рис. 10. Триангуляция после сдвига точек  
Примечание: составлено авторами.

обработке областей с большим разбиением треугольников. В частности, по сравнению с исследованиями А. В. Скворцова, который акцентировал внимание на триангуляции Делоне для ограниченных областей, метод измельчения позволяет более точно контролировать форму и расположение граничных треугольников за счет применения градиентного сдвига [10].

Стоит отметить, что минимальный угол треугольников триангуляции, как было показано в исследованиях А. А. Клячина, влияет на точность вычислений при аппроксимации функций на этой триангуляции. Наши результаты подтверждают, что применение метода измельчения позволяет сохранять достаточно высокие значения минимальных углов

Триангуляция до измельчения точек



Триангуляция после измельчения точек

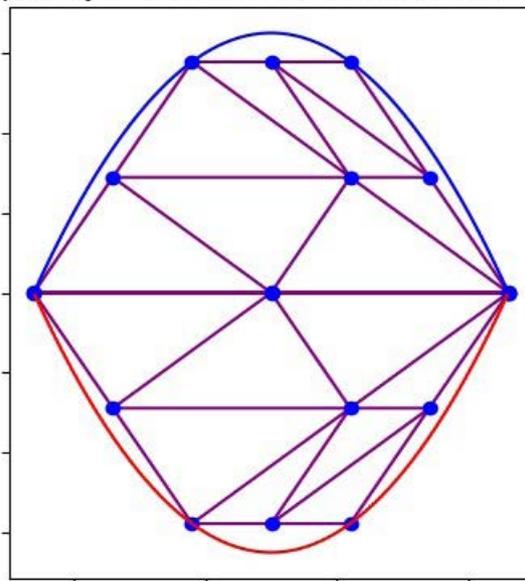


Рис. 11. Триангуляция до применения и после применения алгоритма измельчения до сдвига точек  
Примечание: составлено авторами.

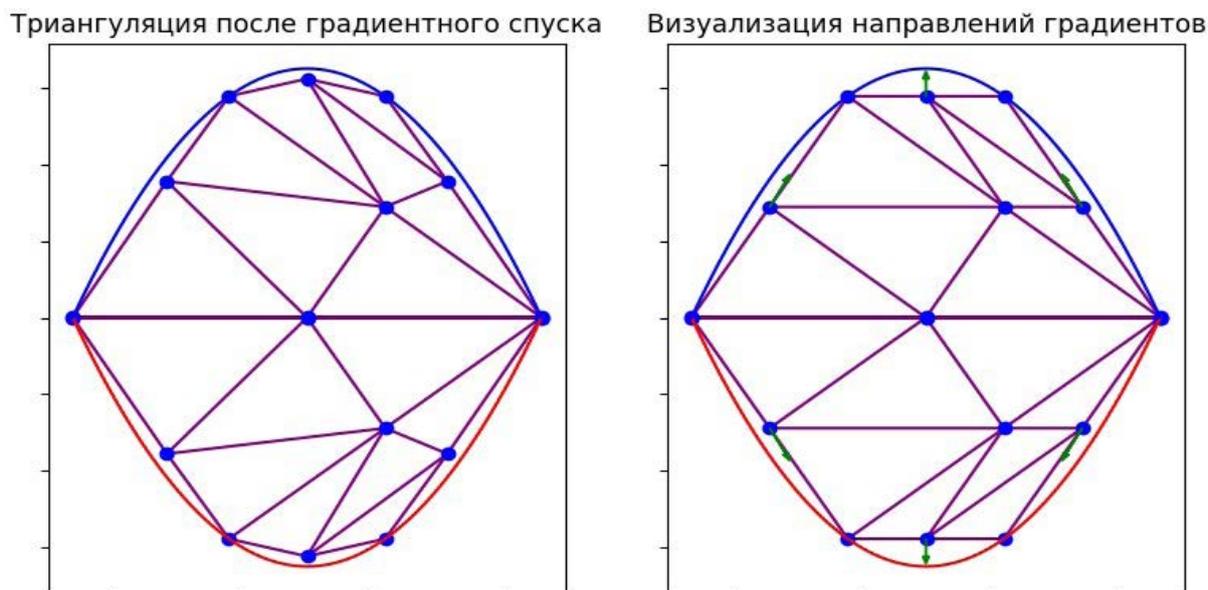


Рис. 12. Триангуляция после сдвига точек (предоставлена визуализация направления градиентов)  
Примечание: составлено авторами.

треугольников, что способствует уменьшению погрешности вычислений. Однако, как и в любом численном методе, существует ряд ограничений. Во-первых, эффективность алгоритма напрямую зависит от начального распределения точек и формы области. В некоторых случаях, когда область имеет сложную форму или большое количество точек на границе, алгоритм может требовать значительных вычислительных ресурсов. Во-вторых, при очень мелкой триангуляции может возникнуть проблема накопления ошибок при многократном измельчении, что требует дополнительной оптимизации на стадии градиентного сдвига точек.

В дальнейшем планируется исследовать возможности комбинирования метода измельчения с другими подходами к триангуляции, а также расширение программы для работы с многомерными областями.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, основной целью представленной работы являлось выполнение разра-

ботки и программной реализации алгоритма триангуляции, основанного на методе измельчения плоской области, заданной системой неравенств. Триангуляция применяется как эффективный метод разбиения, в частном случае это алгоритм измельчения произвольной триангуляционной поверхности. В заключение необходимо отметить, что триангуляция может применяться в таких областях, как медицина, физика, химия и другие научные сферы.

Триангуляция является основным методом создания геодезических сетей на большой территории и по сей день, только сейчас эти алгоритмы разбиения непосредственно применяются не вручную, а при помощи различных программных инструментов. Ведь процесс ручной триангуляции является более долгим, чем с помощью программ. Этим обуславливается актуальность данной темы. Результаты работы могут быть применены при решении различных практических задач в профессиональных сферах жизнедеятельности человека.

### Список источников

1. Грузинцев И. О., Якобовский М. В. Алгоритмы адаптивного измельчения трехмерных расчетных сеток // Параллельные вычислительные технологии (ПАВТ'2019) : Короткие статьи и описания плакатов XIII Междунар. науч. конф., 02–04 апреля 2019 г., г. Калининград : Издательский центр ЮУрГУ. С. 223–231.
2. Мендакулов Ж. К. Анализ чувствительности алгоритма триангуляции к ошибкам в измерении углов для задач определения местоположения внутри помещений // Вестник Алматинского университета энергетики и связи. 2019. № 3. С. 26–34.
3. Клячин А. А. Построение триангуляции плоских областей методом измельчения // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. 2017. № 2. С. 18–28.
4. Бородин О. В., Иванова А. О. Комбинаторное строение граней в триангуляциях на поверхностях // Сибирский математический журнал. 2022. Т. 63, № 4. С. 796–804.
5. Скворцов А. В. Обзор алгоритмов построения триангуляции Делоне // Вычислительные методы и программирование. 2002. Т. 3, № 1. С. 14–39.
6. Петрова М. А., Синельщикова О. Ю. Триангуляция в системе Li<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub>–Na<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub>–K<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub> // Журнал неорганической химии. 2022. Т. 67, № 2. С. 216–223.
7. Перевезенцев В. Н., Кириков С. В., Свирина Ю. В. Анализ условий формирования деформационной фасетки при взаимодействии плоского скопления решеточных дислокаций с границей зерна // Физика металлов и металловедение. 2020. Т. 121, № 10. С. 1019–1025.
8. Фроленков С. А. Применение метода триангуляции для диагностики контактной сети // Наука и образование транспорту. 2020. № 1. С. 365–368.
9. Клячин В. А., Широкий А. А. Триангуляция Делоне многомерных поверхностей // Вестник СамГУ – Естественнонаучная серия. 2010. № 4. С. 51–55.
10. Скворцов А. В. Алгоритмы построения триангуляции с ограничениями // Вычислительные методы и программирование. 2002. Т. 3, № 1. С. 82–92.

### Информация об авторах

Д. Ю. Зорькин – преподаватель;  
mosh285@gmail.com✉

И. А. Тарасова – заведующий кафедрой, доцент;  
<https://orcid.org/0000-0002-0440-7962>,  
irinka\_ta@mail.ru

Н. В. Клячина – старший преподаватель;  
klnatv@mail.ru

### References

1. Gruzintsev I. O., Yakobovsky M. V. Algoritmy adaptivnogo izmelcheniya trekhmernykh raschetnykh setok. In: *Proceedings of 13th International Scientific Conference "Parallelnye vychislitelnye tekhnologii (PAVT'2019)"*, April 2–4, 2019, Kaliningrad. Kaliningrad: Izdatelskiy tsentr YuUrGU; 2019. p. 223–231. (In Russ.).
2. Mendakulov Zh. K. Analysis of triangulation algorithm sensitivity to errors in angle measurement for indoor location problems. *Bulletin of the Almaty University of Power Engineering and Telecommunications*. 2019;(3):26–34. (In Russ.).
3. Klyachin A. A. The construction of the triangulation of plane domains by grinding method. *The Science Journal of Volgograd State University. Mathematics. Physics*. 2017;(2):18–28. (In Russ.).
4. Borodin O. V., Ivanova A. O. Combinatorial structure of faces in triangulations on surfaces. *Sibirskii Matematicheskii Zhurnal*. 2022;63(4):796–804. (In Russ.).
5. Skvortsov A. V. A survey of algorithms for constructing a Delaunay triangulation. *Numerical Methods and Programming*. 2002;3(1):14–39. (In Russ.).
6. Petrova M. A., Sinel'shchikova O. Y. Triangulation in the Li<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub>–Na<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub>–K<sub>2</sub>ZNP2O<sub>7</sub> system. *Russian Journal of Inorganic Chemistry*. 2022;67(2):216–223. (In Russ.).
7. Perevezentsev V. N., Kirikov S. V., Svirina Y. V. Conditions of strain-induced facet formation during interaction between a lattice dislocation pile-up and a grain boundary. *Physics of metals and metallography*. 2020;121(10):1019–1025. (In Russ.).
8. Frolenkov S. A. Primenenie metoda triangulyatsii dlya diagnostiki kontaktnoy seti. *Nauka i obrazovanie transportu*. 2020;(1):365–368. (In Russ.).
9. Klyachin V. A., Shiroky A. A. Delaunay triangulation of multidimensional surfaces. *Bulletin of Samara State University. Natural Science Series*. 2010;(4):51–55. (In Russ.).
10. Skvortsov A. V. Algorithms for constructing triangulation with constraints. *Numerical Methods and Programming*. 2002;3(1):82–92. (In Russ.).

### About the authors

D. Yu. Zorkin – Lecturer;  
mosh285@gmail.com✉

I. A. Tarasova – Head of the Department, Docent;  
<https://orcid.org/0000-0002-0440-7962>,  
irinka\_ta@mail.ru

N. V. Klyachina – Senior Lecturer;  
klnatv@mail.ru

Научная статья  
УДК159.942:004.8  
<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-3>



## Применение нейросетевого классификатора для оценки эмоционального состояния человека

Михаил Юрьевич Катаев<sup>1</sup>, Михаил Яковлевич Брагинский<sup>2✉</sup>,  
Дмитрий Викторович Тараканов<sup>2</sup>, Ирина Олеговна Тараканова<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники, Томск, Россия

<sup>2</sup>Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

**Аннотация.** Данная работа продолжает исследования авторов в области человеко-машинного взаимодействия. Рассмотрена задача распознавания эмоционального состояния человека в процессе его трудовой деятельности. Разработано программное обеспечение для выявления и классификации эмоций с помощью библиотеки DeepFace. Проведенная апробация программного обеспечения показала возможность его применения для идентификации функционального состояния человека.

**Ключевые слова:** функциональное состояние, распознавание эмоций, человеко-машинное взаимодействие, компьютерные тренажеры

**Для цитирования:** Катаев М. Ю., Брагинский М. Я., Тараканов Д. В., Тараканова И. О. Применение нейросетевого классификатора для оценки эмоционального состояния человека // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 19–25. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-3>.

Original article

## Implementation of neural network classifier for assessing human emotional state

Mikhail Yu. Kataev<sup>1</sup>, Mikhail Ya. Braginsky<sup>2✉</sup>, Dmitry V. Tarakanov<sup>2</sup>, Irina O. Tarakanova<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Tomsk State University of Control Systems and Radioelectronics, Tomsk, Russia

<sup>2</sup>Surgut State University, Surgut, Russia

**Abstract.** This article continues the authors' research in the field of human-machine interaction. The work addresses the problem of recognizing the human emotional state in the process of labor activity. Using DeepFace, software for identifying and classifying emotions is implemented. The approbation of the software has shown the possibility of its implementation for the human functional state identification.

**Keywords:** functional state, emotion recognition, human-machine interaction, computer simulators

**For citation:** Kataev M. Yu., Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V., Tarakanova I. O. Implementation of neural classifier for assessing human emotional state. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):19–25. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-3>.

### ВВЕДЕНИЕ

Развитие цифровых фотографических систем (оптика, цифровая матрица, алгоритмы кодирования и системы сжатия) привело к тому, что изображение стало источником информации, важным для различных видов

человеческой деятельности. Внедрение цифровых компьютерных технологий, в том числе и цифровой фотографии в разнообразные виды производств приводит к появлению возможностей для решения задач, которых ранее не было.

Одной из таких задач является оценка состояния человека при выполнении различных технологических операций на производстве, что связано с обеспечением качества выполнения работы и сохранности здоровья человека. Характерной чертой работы операторов является монотонная, напряженная работа в различных производственных условиях (пыль, шум, слабое освещение и т. д.), что может привести к эмоциональному срыву, физическому утомлению. В таком состоянии у работника рассеивается внимание, в результате увеличивается количество неточных действий и как следствие, ошибок. Другая задача опирается на встроенные технологии получения изображений и фиксации состояния человека как основы качественного изображения. Встречаются и варианты задач, которые связаны с определением эмоционального состояния человека.

Это состояние издавна интересовало философов, художников, врачей и фотографов, которые с разной результативностью и направленностью пытаются решить эту задачу на описательном или техническом уровне. Возможность получать изображение человека, особенно лица, привела к необходимости разработки различных подходов к оценке эмоционального состояния человека. Для этого необходимо внедрение новых и совершенствование известных методов, позволяющих фиксировать с заданной точностью реакцию человека на определенные события, проявляющуюся на лицевых мышцах. Оказывается, что те или иные эмоции человека приводят к повторяющимся изменениям лицевых мышц, что позволяет фиксировать это событие и идентифицировать типы эмоций.

Учитывая сказанное ранее, целью статьи является разработка подхода обработки изображений на основе нейросетевых методов, подготовка программного обеспечения и проверка его работы, получение результатов и их всесторонний анализ.

Началом использования системного подхода в решении задачи распознавания эмоций человека считают систему кодирова-

ния лицевых движений (Facial Action Coding System, или FACS), разработанную в 1978 г. П. Экманом и У. Фризенем [1]. В 90-х гг. XX в. появление средств вычислительной техники дало возможность обрабатывать графическую информацию с распознаванием движения различных областей лица [2–5]. В настоящее время наблюдается рост интереса к искусственному интеллекту, машинному обучению и компьютерному зрению. Современная технология OpenCV (Open Source Computer Vision Library) предоставляет набор инструментов для обработки изображений и видео, а Python является одним из популярных языков программирования для разработки приложений с использованием машинного обучения.

Такие приложения с функцией распознавания эмоций человека могут автоматизировать процесс анализа эмоционального состояния кандидата на собеседовании, что может повысить объективность в принятии обоснованных решений. В традиционных собеседованиях рекрутеры оценивают эмоциональное состояние кандидата на основе субъективных и не всегда точных ощущений (особенно с использованием конференц-связи), что может приводить к ошибочным выводам и неоправданным решениям.

Особое внимание заслуживает возможность применения таких систем распознавания эмоций при проведении учебного (тренировочного) процесса, а именно для анализа настроения и вовлеченности обучающихся в учебный (тренировочный) процесс. Актуальность в этой области состоит в том, что зачастую обучение (тренировка) происходит в групповом режиме и преподавателю (наставнику) физически невозможно наблюдать за состоянием обучающихся в каждый момент времени.

Также будет полезно применять такие системы отслеживания эмоций в коллективах, осуществляющих трудовую деятельность. Известно, что для повышения эффективности и безопасности функционирования человеко-машинных систем необходимо уделить

особое внимание уровню подготовки операторов технологическими объектами управления. Для этого широко используют как электронные информационно-образовательные среды, так и специализированные компьютерные тренажеры [6–11]. Использование системы отслеживания эмоций в методах обучения позволяет учитывать индивидуальные особенности человека-оператора в плане его эмоциональных реакций в процессе профессионального тренинга.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Аппаратная часть установки включала персональный компьютер с операционной системой Windows 10 с подключенной через интерфейс USB веб-камерой Logitech C270. Эта камера имеет максимальное разрешение 1280×720 пикселей, что достаточно для качественного отображения лиц. При максимальном разрешении скорость видеосъемки достигает 30 кадров в секунду, а угол обзора объектива камеры составляет 55°. В камере реализована автоматическая фокусировка.

Для разработки программного обеспечения на языке программирования Python в качестве инструментальной среды разработки использовалась кроссплатформенная интегрированная среда PyCharm. Для поиска лиц в кадре применялся метод Виолы – Джонса, названный так по именам его разработчиков [12]. В основе данного метода лежит разбиение области изображения на графические элементы (так называемые примитивы Хаара), и в настоящее время многие алгоритмы распознавания образов широко его используют. Сами примитивы Хаара представляют собой прямоугольники, в свою очередь, состоящие из черно-белых геометрических областей в различных комбинациях, как показано на рис. 1.

Позже этот метод был усовершенствован и стал включать примитивы с поворотом на 45°, а также несимметричные примитивы [13, 14].

Блок-схема алгоритма программы классификации эмоции показана на рис. 2.

В начале работы программы происходила загрузка каскадного классификатора Хаара

для обнаружения лиц – cv2.CascadeClassifier (cv2.data.harcascades) и инициализация веб-камеры. В случае успешного подключения камеры и считывания кадра производилось преобразование цветного изображения в полутоновое изображение (с оттенками серого). Это изображение выводилось на экран, на котором прямоугольной рамкой выделялась область лица: `face = frame [y: y+h, x: x+w]`. Затем осуществлялась классификация доминирующей эмоции с помощью библиотеки DeepFace, вывод на экран и запись в массив:

```
result = DeepFace.analyze  
(face, actions= ['emotion'],  
enforce_detection=False)  
emotion = result [0] ['dominant_emotion']  
print ("Эмоция: ", emotion)
```

Массив FaceData, содержащий данные о пяти эмоциях: «Happy», «Fear», «Disgust», «Angry», «Neutral», их количестве, координаты лица, а также соответствующие номера кадров использовался для последующего анализа. Обработка кадров видеопотока происходила в цикле в течение одной минуты, затем массив FaceData экспортировался в табличный файл для просмотра в программе Excel (рис. 3).

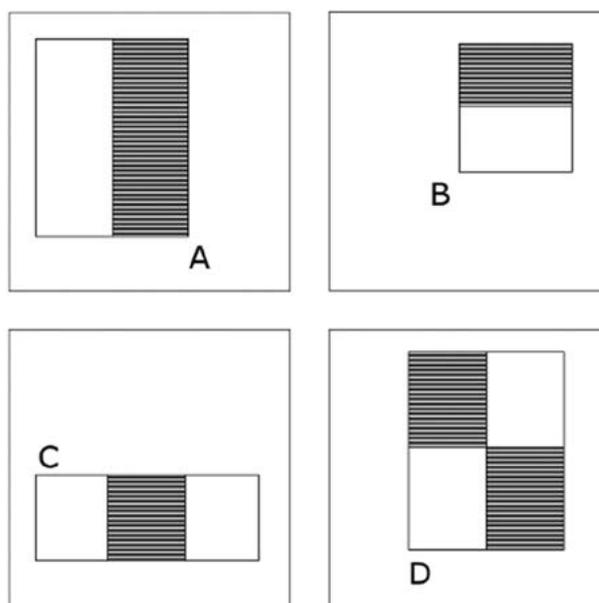


Рис. 1. Пример примитивов Хаара  
Примечание: взято из [12].

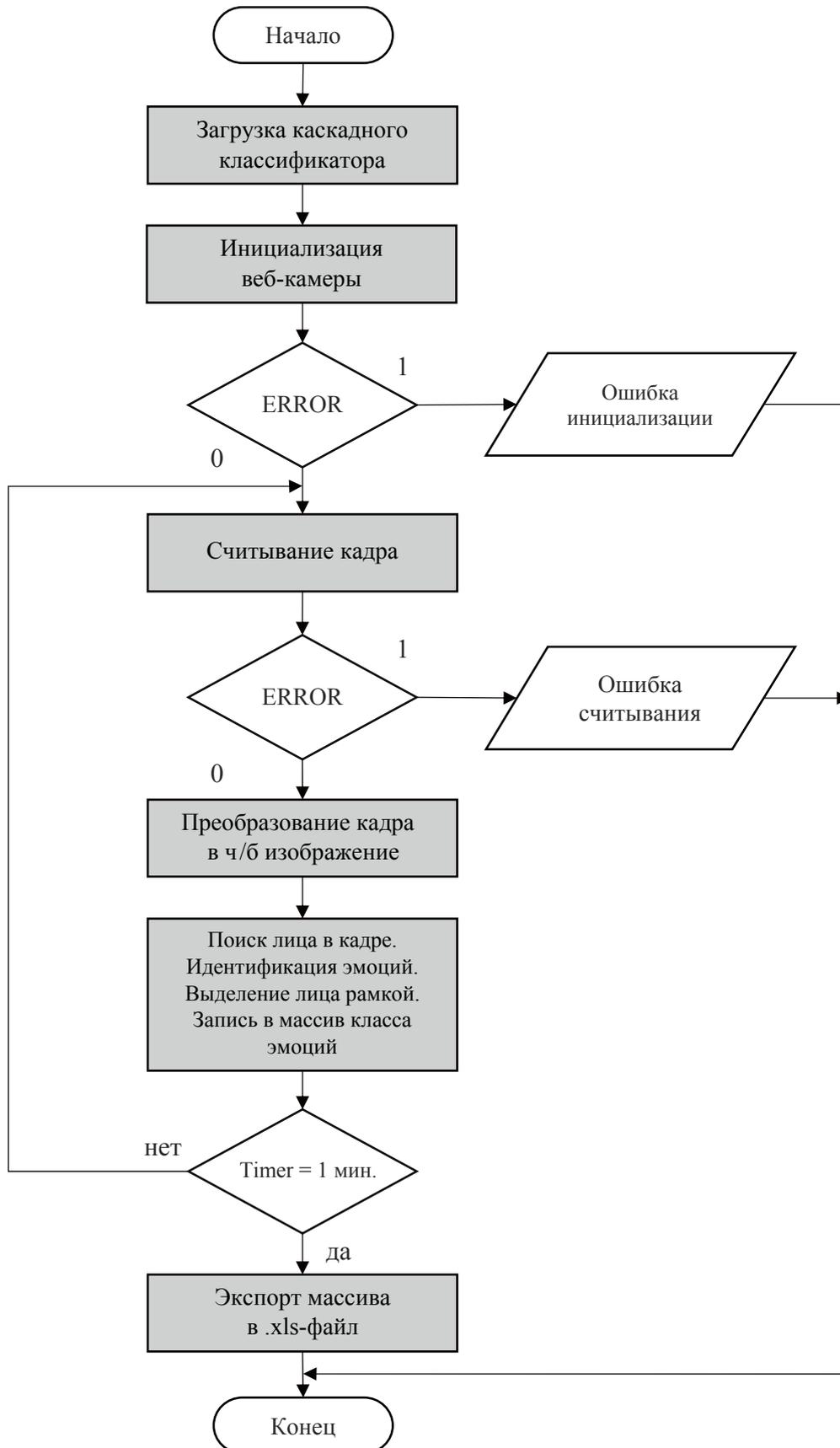


Рис. 2. Блок-схема алгоритма программы классификации эмоции

Примечание: составлено авторами.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I
1	№ frame	x	y	w	h	emotion			
2	1	396	253	146	146	angry			
3	2	362	141	216	216	fear			
4	3	355	136	232	232	neutral			
5	4	395	235	142	142	neutral			
6	5	354	139	228	228	disgust			
7	6	357	141	224	224	happy			
8	7	359	141	224	224	disgust			
9	8	367	147	212	212	disgust			
10	9	397	238	147	147	neutral			
11	10	401	239	141	141	angry			
12	11	400	238	144	144	neutral			
13	12	398	238	149	149	angry			
14	13	398	238	151	151	neutral			
15	14	399	239	148	148	neutral			
16	15	398	238	149	149	neutral			
17	16	399	239	147	147	neutral			

Рис. 3. Массив данных, экспортированный в файл Excel  
 Примечание: составлено авторами.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Разработанная программа была применена для выявления признаков утомления человека в процессе выполнения трудовых функций. В данном исследовании под оптимальным функциональным состоянием понималось состояние условно здорового человека в первый час рабочей смены. Соответственно, под состоянием утомления понималось психофизиологическое состояние этого же человека в конце рабочей смены в тот же день. Испытуемый должен был в течение одной минуты сидеть перед компьютером с веб-камерой для выявления и регистрации эмоций. Несмотря на то что испытуемый в это время не находился в процессе активного решения рабочих задач, в отдельные моменты его лицевые мышцы осуществляли непроизвольные сокращения малой амплитуды, которые были классифицированы системой как базовые эмоции «Happy», «Fear», «Disgust», «Angry» и «Neutral». По полученным данным были построены диаграммы распределения эмоциональных состояний человека, распознанных нейросетевым классификатором, показанные на рис. 4 и 5.

На рис. 4 показана круговая диаграмма соотношения распознанных классов эмоций в оптимальном функциональном состоянии человека, а на рис. 5 – круговая диаграмма соотношения распознанных классов эмоций этого же человека в состоянии утомления.



Рис. 4. Круговая диаграмма соотношения распознанных классов эмоций в оптимальном функциональном состоянии  
 Примечание: составлено авторами.



**Рис. 5. Круговая диаграмма соотношения распознанных классов эмоций в функциональном состоянии утомления**

Примечание: составлено авторами.

Видно, что в случае оптимального функционального состояния у человека наблюдается

более разнообразная мимика, а в состоянии утомления – более скудная, с возрастанием доли «Angry» с 5 до 11 %.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенной работы была разработана и апробирована программа идентификации и анализа эмоционального состояния человека. Разработанный программный модуль идентификации и анализа эмоционального состояния может быть использован при обучении операторов АСУ ТП и построении компьютерных тренажеров. Использование данного решения может спрогнозировать раннее утомление человека как на этапе обучения, так и в процессе работы, что может повысить качество обучения операторов АСУ ТП с учетом их индивидуальных особенностей и надежность человеко-машинной системы в целом.

## Список источников

1. Ekman P., Friesen W. V. Facial Action Coding System: A Technique for the Measurement of Facial Movement. Palo Alto: Consulting Psychologists Press, 1978.
2. Ахметшин Р. И., Кирпичников А. П., Шлеймович М. П. Распознавание эмоций человека на изображениях // Вестник технологического университета. 2015. Т. 18, № 11. С. 160–163.
3. Бобе А. С., Коньшев Д. В., Воротников С. А. Система распознавания базовых эмоций на основе анализа двигательных единиц лица // Инженерный журнал: наука и инновации. 2016. № 9. С. 7.
4. Барышев Д. А., Макаревич И. В., Зубанков А. С. и др. Нейросетевой подход к определению эмоций человека по речи // Инженерный вестник Дона. 2022. № 5. С. 183–193.
5. Иванов И. А. Проектирование нейросетевого классификатора для решения задачи распознавания эмоций // Решетневские чтения. 2015. Т. 2., № 19. С. 42–44.
6. Благодарный Н. С., Кобозев В. Ю., Колмогоров А. Г. и др. Компьютерные тренажеры-имитаторы для обучения персонала безаварийной эксплуатации энерготехнологических котлов // Сборник научных трудов Ангарского государственного технического университета. 2015. Т. 1, № 1. С. 7–14.
7. Литвинов В. А. Компьютерные тренажеры как средство эффективного формирования компетенций обучающихся // Вестник Барнаульского юридического института МВД России. 2020. № 1. С. 210–212.
8. Брагинский М. Я., Тараканов Д. В. Построение многофункционального тренажера по управлению

## References

1. Ekman P., Friesen W. V. Facial Action Coding System: A Technique for the Measurement of Facial Movement. Palo Alto: Consulting Psychologists Press; 1978.
2. Akhmetshin R. I., Kirpichnikov A. P., Shleymovich M. P. Informatika, vychislitel'naya tekhnika i upravlenie. *Herald of Kazan Technological University*. 2015;18(11):160–163. (In Russ.).
3. Bobe A. S., Konyshov D. V., Vorotnikov S. A. Emotion recognition system based on the facial motor units' analysis. *Engineering journal: science and innovation*. 2016;(9):7. (In Russ.).
4. Baryshev D. A., Makarevich I. V., Zubankov A. S. et al. Neural network approach to determining human emotions by speech. *Engineering Journal of Don*. 2022;(5):183–193. (In Russ.).
5. Ivanov I. A. Neural network classifier design to solve emotion recognition problem. *Reshetnevskiy chteniya*. 2015;2(19):42–44. (In Russ.).
6. Blagodarny N. S., Kobozev V. Yu., Kolmogorov A. G. et al. Kompyuternye trenazhery-imitatory dlya obucheniya personala bezavariynoy ekspluatatsii energotekhnologicheskikh kotlov. *Sbornik nauchnykh trudov Angarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*. 2015;1(1):7–14. (In Russ.).
7. Litvinov V. A. Kompyuternye trenazhery kak sredstvo effektivnogo formirovaniya kompetentsiy obuchayushchikhsya. *Vestnik Barnaulskogo yuridicheskogo instituta MVD Rossii*. 2020;(1):210–212. (In Russ.).
8. Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V. Construction of multifunctional simulator for controlling heat

- теплоэнергетической системой // Вестник кибернетики. 2018. № 2. С. 161–168.
9. Арапова Е. А., Крамаров С. О., Сахарова Л. В. Разработка концепции интеллектуальной платформы для реализации индивидуальной траектории обучения с учетом базового уровня знаний и психотипа обучающегося // Вестник кибернетики. 2022. № 1. С. 6–15.
  10. Брагинский М. Я., Тараканов Д. В. Моделирование взаимодействия коллектива операторов в процессе управления технической системой // Вестник кибернетики. 2018. № 4. С. 100–106.
  11. Сидоров К. В., Ребрун И. А., Кожевников Д. Д. и др. Диагностика психофизиологического и эмоционального состояния человека-оператора // Инженерный вестник Дона. 2012. № 4–2. С. 27.
  12. Viola P., Jones M. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features // Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference “Computer Vision and Pattern Recognition”, December 8–14, 2001, Kauai. IEEE, 2001.
  13. Lienhart R., Maydt J. An extended set of Haar-like features for rapid object detection // Proceedings of “International Conference on Image Processing”, September 22–25, 2002, Rochester. IEEE, 2002.
  14. Messom C. H., Barczak A. L. C. Fast and Efficient Rotated Haar-like Features Using Rotated Integral Images // Proceedings of “Australian Conference on Robotics and Automation (ACRA2006)”, 2006. p. 1–6.
9. Arapova E. A., Kramarov S. O., Sakharova L. V. Concept development of an intelligent platform aimed at implementing an individual learning path according to the student’s basic level of knowledge and psychological type. *Proceedings in Cybernetics*. 2022;(1):6–15. (In Russ.).
  10. Braginsky M. Ya., Tarakanov D. V. Simulation of human operators group interaction during the control of industrial system. *Proceedings in Cybernetics*. 2018;(4):100–106. (In Russ.).
  11. Sidorov K. V., Rebrun I. A., Kozhevnikov D. D. et al. Diagnosis of psychophysiological and emotional state of the human operator. *Engineering Journal of Don*. 2012;(4–2):27. (In Russ.).
  12. Viola P., Jones M. Rapid object detection using a boosted cascade of simple features. In: *Proceedings of the 2001 IEEE Computer Society Conference “Computer Vision and Pattern Recognition”*, December 8–14, 2001, Kauai. IEEE; 2001.
  13. Lienhart R., Maydt J. An extended set of Haar-like features for rapid object detection. In: *Proceedings of “International Conference on Image Processing”*, September 22–25, 2002, Rochester. IEEE; 2002.
  14. Messom C. H., Barczak A. L. C. Fast and Efficient Rotated Haar-like Features Using Rotated Integral Images. In: *Proceedings of “Australian Conference on Robotics and Automation (ACRA2006)”*, 2006. p. 1–6.

### Информация об авторах

**М. Ю. Катаев** – доктор технических наук, профессор;

<https://orcid.org/0000-0002-7710-5463>,

[kmy@asu.tusur.ru](mailto:kmy@asu.tusur.ru)

**М. Я. Брагинский** – кандидат технических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0003-1332-463X>,

[braginskij\\_my@surgu.ru](mailto:braginskij_my@surgu.ru)✉

**Д. В. Тараканов** – кандидат технических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0003-1851-1039>,

[sprtdv@mail.ru](mailto:sprtdv@mail.ru)

**И. О. Тараканова** – ассистент;

<https://orcid.org/0000-0002-7707-5890>,

[tarakanova\\_io@surgu.ru](mailto:tarakanova_io@surgu.ru)

### About the authors

**M. Yu. Kataev** – Doctor of Sciences (Engineering), Professor;

<https://orcid.org/0000-0002-7710-5463>,

[kmy@asu.tusur.ru](mailto:kmy@asu.tusur.ru)

**M. Ya. Braginsky** – Candidate of Sciences (Engineering), Docent;

<https://orcid.org/0000-0003-1332-463X>,

[braginskij\\_my@surgu.ru](mailto:braginskij_my@surgu.ru)✉

**D. V. Tarakanov** – Candidate of Sciences (Engineering), Docent;

<https://orcid.org/0000-0003-1851-1039>,

[sprtdv@mail.ru](mailto:sprtdv@mail.ru)

**I. O. Tarakanova** – Assistant Professor;

<https://orcid.org/0000-0002-7707-5890>,

[tarakanova\\_io@surgu.ru](mailto:tarakanova_io@surgu.ru)

Научная статья  
УДК 621.313.333.1  
<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-4>



## Моделирование режимов работы асинхронного двигателя с учетом несимметрии напряжения питающей сети

Евгений Юрьевич Кислицин<sup>✉</sup>, Данил Сергеевич Лукашов, Иван Юрьевич Борисов,  
Анатолий Александрович Назаров  
Сургутский государственный университет, Сургут, Россия

**Аннотация.** Асинхронные двигатели являются ключевыми элементами многих электроэнергетических систем, особенно систем электрификации технологических установок объектов нефтегазового комплекса. Повышение эффективности, надежности и безопасности работы асинхронных двигателей требует точного моделирования электромагнитных и механических процессов, особенно в условиях переходных режимов и при несимметрии питающего напряжения. В работе представлен обзор математической модели асинхронного двигателя с фазным ротором, разработанной на основе метода контурных токов для междуфазных напряжений. Модель учитывает влияние несимметрии напряжения питающей сети и позволяет исследовать переходные процессы, возникающие при различных режимах работы, включая пуск. Наличие качественной модели позволит спрогнозировать ресурс основных элементов машины и повысить качество работ по проведению диагностики неисправностей. В работе приведены результаты моделирования, выполнено сравнение с существующими моделями, показывающее эффективность предложенного метода.

**Ключевые слова:** асинхронный двигатель с фазным ротором, математическое моделирование, метод контурных токов, переходные процессы, релейная защита, несимметрия напряжения

**Для цитирования:** Кислицин Е. Ю., Лукашов Д. С., Борисов И. Ю., Назаров А. А. Моделирование режимов работы асинхронного двигателя с учетом несимметрии напряжения питающей сети // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 26–30. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-4>.

Original article

## Modeling of induction motor operation modes considering supply voltage asymmetry

Evgeny Yu. Kislitsin<sup>✉</sup>, Danil S. Lukashov, Ivan Yu. Borisov, Anatoly A. Nazarov  
Surgut State University, Surgut, Russia

**Abstract.** Induction motors are key elements of many electric power systems, especially electrification systems for technological installations of oil and gas facilities. Improving the efficiency, reliability and safety of induction motors requires accurate modelling of electromagnetic and mechanical processes, especially in transient conditions and with supply voltage asymmetry. This article presents a review of the mathematical model of a wound rotor induction motor based on the mesh-current method for interphase voltages. The model considers the influence of supply voltage asymmetry and provides an opportunity to study transients occurring in various operating modes, including starting. Using a proper model will enable prediction of machine main element service life and improved fault diagnostic work quality. This study provides modeling results, compares them to existing models, and demonstrates the effectiveness of the proposed method.

**Keywords:** wound rotor induction motor, mathematical modeling, mesh-current method, transients, relay protection, voltage asymmetry

**For citation:** Kislitsin E. Yu., Lukashov D. S., Borisov I. Yu., Nazarov A. A. Modeling of asynchronous motor operation modes considering supply voltage asymmetry. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):26–30. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-4>.

## ВВЕДЕНИЕ

Асинхронные двигатели (АД) являются ключевыми компонентами промышленных электроприводов, широко используемыми в различных отраслях. Их надежность и эффективность имеют решающее значение для непрерывности и экономичности производственных процессов. Однако реальные условия эксплуатации, нередко характеризующиеся неидеальным качеством электроэнергии, нелинейностью магнитных цепей, оказывают существенное влияние на характеристики и срок службы АД. Поэтому проблема разработки адекватных математических моделей, способных учитывать эти факторы, остается актуальной задачей современной энергетики [1, 2].

Существующие методы моделирования АД, например, основанные на преобразованиях Парка-Горева, широко используются, но могут иметь ограничения при анализе сложных режимов работы и при необходимости непосредственного определения токов в обмотках статора и ротора [3]. Метод контурных токов предоставляет альтернативный подход, позволяющий более детально учитывать особенности электрической цепи двигателя и ее взаимодействие с питающей сетью [4].

В настоящей работе представлен обзор усовершенствованной математической модели АДФР на основе метода контурных токов для междуфазных напряжений.

Целью работы является разработка модели, адекватно описывающей переходные процессы при несимметричном напряжении питающей сети, а также при различных режимах работы, возникающих в процессе эксплуатации электрических машин. Наличие качественной модели позволит спрогнозировать ресурс основных элементов машины и повысить качество работ по проведению диагностики неисправностей.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В последние годы наблюдается растущий интерес к моделированию АД с использованием различных математических подходов. Разработка точных и надежных математических моделей необходима для оптимизации параметров и прогнозирования поведения АД

в различных условиях эксплуатации. Различные подходы к моделированию АД, представленные в научной литературе, имеют свои преимущества и ограничения.

Многие исследования сосредоточены на создании моделей, способных адекватно описывать динамические режимы АД. Например, в работах А. В. Шестакова и соавт. представлена математическая модель, основанная на дифференциальных уравнениях в двухфазной ортогональной системе координат, учитывающая потери в железе, эффект вытеснения тока в стержнях ротора и насыщение магнитной цепи. Предложенная модель позволяет моделировать переходные процессы и обеспечивает удовлетворительную точность при сопоставлении с экспериментальными данными [1, 2].

Другое направление исследований связано с разработкой моделей для анализа специфических режимов работы АД. В работе А. V. Smolyaninov et al. рассмотрена система многомоторного частотно-каскадного электропривода, для которой получена динамическая модель и структурная схема АД с частотно-каскадным управлением [3]. В работе М. У. Pustovetov предложена математическая модель трехфазного АД в системе отсчета трехфазного статора, позволяющая моделировать токи ротора на их фактической частоте [4].

Также актуальной задачей является моделирование АД в условиях несимметрии напряжения питающей сети. В статье А. С. Глазырина была разработана  $n$ -фазная имитационная модель АД для исследования обрыва стержня в беличьей клетке, позволяющая исследовать работу двигателя как в нормальном состоянии, так и при обрыве стержней [5].

Некоторые работы посвящены разработке более точных моделей АД с использованием метода конечных элементов (МКЭ) для учета нелинейности магнитопровода, скоса пазов ротора и индуктивности лобовых частей обмотки [6]. Такие модели позволяют более детально анализировать рабочие режимы АД и оптимизировать их конструкцию [6, 7].

Однако, несмотря на значительный прогресс в области моделирования АД, остаются нерешенные проблемы. Представленная

работа направлена на разработку усовершенствованной математической модели АДФР на основе метода контурных токов, пригодной для анализа широкого спектра режимов работы и диагностики неисправностей.

### Математическая модель

Предлагаемая модель АДФР основана на эквивалентной схеме замещения, где статор и ротор представлены в виде взаимосвязанных контуров (рис. 1).

Уравнения, описывающие электрическую часть модели, составляются на основе второго закона Кирхгофа для каждого контура. С учетом рис. 1 дифференциальные уравнения для междуфазных напряжений имеют вид (1):

$$\begin{aligned} U_{AB} &= (R_A + R_B)i_1 - R_B i_2 + \frac{d\psi_1}{dt} \\ U_{BC} &= (R_B + R_C)i_2 - R_B i_1 + \frac{d\psi_2}{dt} \\ 0 &= (R_a + R_b + 2R_{\text{доб}})i_3 - (R_b + R_{\text{доб}})i_4 + \frac{d\psi_3}{dt} \\ 0 &= (R_b + R_c + 2R_{\text{доб}})i_4 - (R_b + R_{\text{доб}})i_3 + \frac{d\psi_4}{dt} \end{aligned} \quad (1)$$

где  $U_{AB}$ ,  $U_{BC}$  – мгновенные значения линейных напряжений;

$i_1, i_2, i_3, i_4$  – контурные токи;

$i_3, i_4$  – контурные токи ротора;  
 $R_A, R_B, R_C$  – активные сопротивления фаз статора;

$R_a, R_b, R_c$  – активные сопротивления фаз статора;

$R_{\text{доб}}$  – добавочное сопротивление в роторной цепи;

$\Psi_1, \Psi_2, \Psi_3, \Psi_4$  – потокосцепления соответствующих контуров.

$$i_1 = i_A; i_2 = -i_C; i_3 = i_a; i_4 = -i_c.$$

Потокосцепления выражаются через контурные токи и индуктивности (2):

$$\begin{aligned} \psi_1 &= L_{11}i_1 + L_{12}i_2 + L_{13}i_3 + L_{14}i_4; \\ \psi_2 &= L_{21}i_1 + L_{22}i_2 + L_{23}i_3 + L_{24}i_4; \\ \psi_3 &= L_{31}i_1 + L_{32}i_2 + L_{33}i_3 + L_{34}i_4; \\ \psi_4 &= L_{41}i_1 + L_{42}i_2 + L_{43}i_3 + L_{44}i_4, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $L_{11}-L_{44}$  – индуктивности обмоток.

Представленная математическая модель АДФР дает возможность моделировать не только эксплуатационные, но и аварийные режимы работы электрической машины. Так, при переходном процессе к рассматриваемой математической модели следует добавить уравнения электромагнитных моментов (3):

$$M_M = \sum_{k=A,B,C} i_k \sum_{n=a,b,c} i_n \frac{dL_{kn}}{d\alpha_{kn}}, \quad (3)$$

где  $M_M$  – электромагнитный момент;

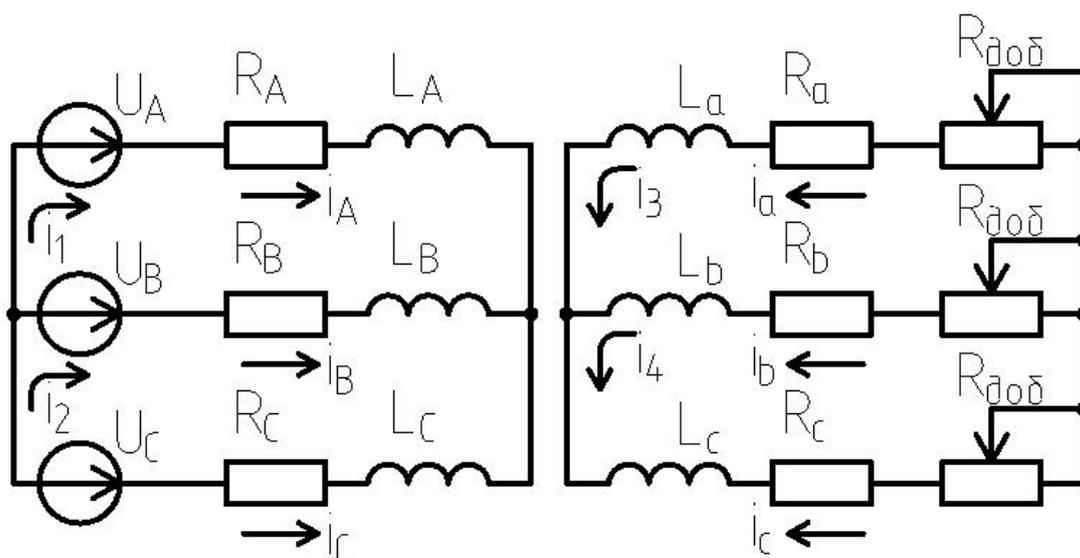


Рис. 1. Эквивалентная схема замещения АДФР с обозначением контурных токов, сопротивлений и индуктивностей

Примечание: составлено авторами.

$M_c$  – момент нагрузки.

При моделировании режима запуска АДФР в  $i$ -м контуре, ток определяется как сумма токов  $i_{ni}$  периодической и  $i_{oi}$  апериодической составляющей:

$$i_i = i_{ni} + i_{oi}.$$

Модель механической части АД описывается уравнением (вращательное движение) (4):

$$j \frac{d\omega_2}{dt} = M_M + M_A, \quad (4)$$

где  $j$  – момент инерции вращающихся частей двигателя и нагрузки;

$\omega_2$  – угловая скорость вращения ротора.

Система уравнений (1)–(4) решается численными методами (например, методом Рунге-Кутты) в среде MatLab/Simulink [8].

Сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными, полученными для аналогичного двигателя, демонстрирует адекватность разработанной модели. Погрешность не превышает 10%.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Представленная математическая модель АДФР на основе метода контурных токов

обладает рядом преимуществ по сравнению с существующими моделями:

Во-первых, она позволяет непосредственно получать токи в обмотках статора и ротора, что важно для задач релейной защиты.

Во-вторых, модель позволяет учитывать влияние несимметрии напряжения питающей сети, что особенно актуально для современных электроэнергетических систем.

В-третьих, возможность изменения параметров модели (индуктивностей, сопротивлений) позволяет исследовать различные режимы работы и диагностировать неисправности.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная математическая модель АДФР на основе метода контурных токов для междуфазных напряжений является эффективным инструментом для исследования переходных процессов, возникающих при различных режимах работы и при наличии несимметрии напряжения питающей сети.

Результаты моделирования подтверждают адекватность разработанной модели и демонстрируют ее применимость для задач релейной защиты и диагностики АДФР.

## Список источников

1. Шестаков А. В., Желнин В. В., Исмиев Р. Н. Экспериментальная проверка математической модели асинхронного двигателя при синусоидальном напряжении // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2015. № 1. С. 78–85.
2. Шестаков А. В. Математическая модель асинхронного двигателя, учитывающая реальные факторы, при ШИМ-питании // Общество. Наука. Инновации (НПК-2018) : сб. ст. XVIII Всероссийской науч.-практ. конф. в 3 томах, 02–28 апреля 2018 г. г. Киров. Киров : Вятский государственный университет, 2018. Т. 2. С. 1129–1136.
3. Smolyaninov A. V., Pocabneva I. V., Chernenkaya L. V. Mathematical model of asynchronous motor with frequency-cascade regulation // Proceedings of International Russian Automation Conference “Rus-AutoCon”, September 8–14, 2019, Sochi. Sochi: Institute of Electrical and Electronics Engineers, 2019. p. 8867604. <https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867604>.
4. Pustovetov M. Y. A mathematical model of the three-phase induction motor in three-phase stator reference frame describing electromagnetic and electromechanical processes. In: *Proceedings of “Dynamics of Systems,*

## References

1. Shestakov A. V., Zhelnin V. V., Ismiyev R. N. Experimental Verification of Mathematical Model of the Induction Motor at Sinusoidal Voltage. *Russian Electromechanics*. 2015;(1):78–85. (In Russ.).
2. Shestakov A. V. Matematicheskaya model asinkhronnogo dvigatelya, uchityvayushchaya realnye faktory, pri ShIM-pitanii. In: *Proceedings of 18th All-Russian Research-to-Practice Conference “Obshchestvo. Nauka. Innovatsii (NPK-2018)”*, April 02–28, 2018, Kirov. Kirov: Vyatka State University; 2018. Vol. 2. p. 1129–1136. (In Russ.).
3. Smolyaninov A. V., Pocabneva I. V., Chernenkaya L. V. Mathematical Model of Asynchronous Motor with Frequency-Cascade Regulation. In: *Proceedings of International Russian Automation Conference “Rus-AutoCon”*, September 8–14, 2019, Sochi. Sochi: Institute of Electrical and Electronics Engineers; 2019. p. 8867604. <https://doi.org/10.1109/RUSAUTOCON.2019.8867604>.
4. Pustovetov M. Y. A mathematical model of the three-phase induction motor in three-phase stator reference frame describing electromagnetic and electromechanical processes. In: *Proceedings of “Dynamics of Systems,*

- cal processes // Proceedings of “Dynamics of Systems, Mechanisms and Machines (Dynamics)”, November 15–17, 2016, Omsk. Omsk: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2017. p. 7819069. <https://doi.org/10.1109/Dynamics.2016.7819069>.
5. Глазырин А. С., Полищук В. И., Тимошкин В. В. и др. Математическая модель асинхронного двигателя в мультифазной системе координат при несимметрии роторных цепей // Известия Томского политехнического университета. Инжиниринг георесурсов. 2021. Т. 332, № 10. С. 213–227.
  6. Кузнецов В. В., Николенко А. В. О моделях функционирования асинхронного двигателя в условиях некачественной электроэнергии // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. 2015. Т. 1, № 8. С. 8.
  7. Загребасев М. С., Звонецкий М. С., С’янов О. М. Математичне моделювання перехідних процесів в асинхронному двигуні з короткозамкнутою кліткою в польовій постановці // Математичне моделювання. 2024. № 2. С. 66–76.
  8. Яшин А. Н., Гильманов Э. А., Хакимьянов М. И. Моделирование механических характеристик асинхронного двигателя в пакете Matlab Simulink // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2021. Т. 17, № 2. С. 67–75.
- Mechanisms and Machines (Dynamics)”, November 15–17, 2016, Omsk. Omsk: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc.; 2017. p. 7819069. <https://doi.org/10.1109/Dynamics.2016.7819069>.*
5. Glazyrin A. S., Polishchuk V. I., Timoshkin V. V. et al. Modelling of induction motor in multiphase coordinate system for asymmetry rotor cage. *Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. Geo Assets Engineering*. 2021;332(10):213–227. (In Russ.).
  6. Kuznetsov V. V., Nikolenko A. V. Models of operating asynchronous engines at poor-quality electricity. *Eastern-European journal of enterprise technologies*. 2015;1(8):8. (In Russ.).
  7. Zagrebaev M. S., Zvonetsky M. S., Syanov O. M. Matematichne modelyuvannya perekhidnikh protsesiv v asinkhronnomu dviguni z korotkozamknutoyu klitkoyu v polyoviy postanovtsi. *Matematichne modelyuvannya*. 2024;(2):66–76. (In Ukrainian).
  8. Yashin A. N., Gilmanov E. A., Khakimyanov M. I. Simulation of mechanical characteristics of an induction motor in Matlab Simulink. *Electrical and Data Processing Facilities and Systems*. 2021;17(2):67–75. (In Russ.).

### Информация об авторах

**Е. Ю. Кислицин** – кандидат технических наук, доцент;

<https://orcid.org/0000-0002-9747-3917>,  
[kislitcin\\_eu@surgu.ru](mailto:kislitcin_eu@surgu.ru)✉

**Д. С. Лукашов** – студент;

<https://orcid.org/0009-0005-7106-0216>,  
[lukashov\\_ds@edu.surgu.ru](mailto:lukashov_ds@edu.surgu.ru)

**И. Ю. Борисов** – студент;

<https://orcid.org/0009-0003-1284-6660>,  
[borisov\\_iyu@edu.surgu.ru](mailto:borisov_iyu@edu.surgu.ru)

**А. А. Назаров** – студент;

<https://orcid.org/0009-0006-7332-7380>,  
[nazarov2\\_aa@edu.surgu.ru](mailto:nazarov2_aa@edu.surgu.ru)

### About the authors

**E. Yu. Kislitcin** – Candidate of Sciences (Engineering), Docent;

<https://orcid.org/0000-0002-9747-3917>,  
[kislitcin\\_eu@surgu.ru](mailto:kislitcin_eu@surgu.ru)✉

**D. S. Lukashov** – Student;

<https://orcid.org/0009-0005-7106-0216>,  
[lukashov\\_ds@edu.surgu.ru](mailto:lukashov_ds@edu.surgu.ru)

**I. Yu. Borisov** – Student;

<https://orcid.org/0009-0003-1284-6660>,  
[borisov\\_iyu@edu.surgu.ru](mailto:borisov_iyu@edu.surgu.ru)

**A. A. Nazarov** – Student;

<https://orcid.org/0009-0006-7332-7380>,  
[nazarov2\\_aa@edu.surgu.ru](mailto:nazarov2_aa@edu.surgu.ru)

Научная статья

УДК 621.865.8:004.85

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-5>

## Метод визуально управляемого захвата 7-степенного манипулятора на основе обучения с подкреплением

**Цао И.***Московский государственный университет имени М. В. Ломоносова, Москва, Россия*

**Аннотация.** В данной статье описывается решение задачи обратной кинематики для захвата объектов с помощью 7-степенного манипулятора Franka Emika Panda, основанное на использовании компьютерного зрения. В предложенном нами решении, работа в режиме физической симуляции основывается на алгоритме обучения с подкреплением из области машинного обучения и дополняется алгоритмом компьютерного зрения для определения геометрической структуры объекта и проведения обучения, что обеспечивает реализацию всего алгоритмического процесса. Процесс решения задачи, создание соответствующей среды и результаты комбинированного алгоритма с использованием нейронных сетей демонстрируют его эффективность в решении сложных задач обратной кинематики. Это низкокзатратная современная технология, которая может быть широко применена для выполнения аналогичных задач с другими типами манипуляторов.

**Ключевые слова:** робот-манипулятор, компьютерное зрение, обучение с подкреплением, захват объекта, компьютерное моделирование

**Финансирование:** работа выполнена при поддержке Совета стипендиальных программ Китая № 202108090230.

**Для цитирования:** Цао И. Метод визуально управляемого захвата 7-степенного манипулятора на основе обучения с подкреплением // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 31–38. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-5>.

Original article

## Vision-based grasping method for 7-DOF manipulator using reinforcement learning

**Cao Y.***Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russia*

**Abstract.** The article describes the solution to the inverse kinematics problem for object grasping with the 7-DOF Franka Emika Panda manipulator, implemented with computer vision. In proposed solution, the robotic arm operates in a physical simulation environment, utilizing reinforcement learning algorithms from machine learning, supplemented by computer vision algorithms for geometric structure-based target localization and training, enabling the implementation of the entire algorithmic process. The process of problem solving, constructing the corresponding environment, and analyzing the outcomes of the integrated algorithm, which incorporates neural networks, demonstrates its capability to effectively solve complex inverse kinematics tasks. This cost-effective modern technique applies widely to similar tasks with other robotic manipulators.

**Keywords:** robot manipulator, computer vision, reinforcement learning, target grasping, computer modeling

**Funding:** the work is supported by the China Scholarship Council (CSC) No. 202108090230.

**For citation:** Cao Y. Vision-based grasping method for 7-DOF manipulator using reinforcement learning. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):31–38. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-5>.

## **ВВЕДЕНИЕ**

Роботизированные манипуляторы широко используются в современной промышленности и оказывают значительное влияние на процессы индустриального производства. Классические методы управления такими манипуляторами можно разделить на три основные категории.

1. Ручное управление с использованием пульта оператора.

Преимущество этого метода заключается в том, что человек-оператор может гибко избегать препятствий и справляться с внезапными ситуациями. Недостатком является значительное потребление времени оператором.

2. Метод обучения через демонстрацию.

В этом подходе манипулятор управляется вручную для записи траектории, которая затем воспроизводится. Преимущество заключается в экономии времени, но в случае изменения положения целевого объекта требуется повторная запись траектории.

3. Автоматизация через предварительное программирование.

Этот метод заключается в том, что инженер заранее разрабатывает программу для автоматического управления манипулятором. Планирование траектории осуществляется с использованием теорий прямой кинематики (вычисление положения концевой эффектора на основе геометрии и углов вращения суставов) и обратной кинематики (вычисление углов вращения суставов на основе заданного положения концевой эффектора). Обратная кинематика [1] позволяет сэкономить время оператора и хорошо подходит для задач захвата объекта, однако она сложнее, чем прямая кинематика из-за наличия множественных решений и проблемы выбора оптимального решения. Кроме того, ее гибкость ограничена при наличии препятствий.

Для реализации более гибкого автоматического планирования траекторий манипулятора в данной работе предложено использование физического 3D-симулятора *PyBullet* [2]. В симуляции применяется открытая модель манипулятора *Franka Emika Panda*, что позволяет безопасно проводить эксперименты в виртуальной среде без физического риска, основан-

ной на данных из множества симулированных сред и накопленного опыта взаимодействия с помощью обучения с подкреплением.

Обучение с подкреплением представляет собой важное направление в области искусственного интеллекта (ИИ) и машинного обучения (МО). Этот подход позволяет обучаться на основе взаимодействий с окружающей средой, изучая закономерности и разрабатывая стратегии поведения. Большое количество исследований посвящено применению обучения с подкреплением в таких областях, как классические игры (например, покер, го) [3] и видеоигры [4]. В данной работе предлагается использование физического симулятора для создания модели манипулятора и построения соответствующей среды. Алгоритмы обучения с подкреплением интегрируются в эту среду, а данные, полученные в симуляции, используются для тренировки нейронной сети, способной автоматически управлять манипулятором. В результате достигается интеллектуальное планирование траекторий для манипулятора.

## **МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ**

О. В. Гусев в [5] описал последовательность решения прямой задачи кинематики через вычисление углов поворота сочленений, то есть определение конечного положения захвата манипулятора на основе заданных углов вращения его сочленений численными методами. Для задачи захвата объекта процесс обратный – решение задачи обратной кинематики, для которой существует множество решений. Однако некоторые из них могут приводить к столкновениям, и такие решения необходимо исключать. Поскольку это не всегда очевидно, некоторые исследователи предложили использовать обучение с подкреплением в компьютерной симуляционной среде для выполнения задачи захвата объектов без столкновений. Например, Li и соавт. [6] реализовали обучение с подкреплением в *Unity* для моделирования захвата объекта снизу-вверх. Malik и соавт. [7] исследовали применение обучения с подкреплением для достижения манипулятором нескольких целевых точек во время движения. Кальдерон и соавт. в [8]

изучили методику использования RGB-D камеры, установленной на захвате, чтобы приблизиться к определенному объекту.

Мы предлагаем метод, использующий фиксированную RGB-D камеру с фиксированным углом обзора. На начальном этапе камера определяет положение объекта с помощью анализа RGB-D данных, а затем манипулятор выполняет захват объекта в трехмерном пространстве. Такая траектория захвата объекта сверху вниз выглядит более естественной. Кроме того, в отличие от метода, предложенного Кальдероном и соавт. [8], наш подход не требует постоянного анализа данных с RGB-D камеры в режиме реального времени, что снижает вычислительную нагрузку на аппаратное обеспечение.

Робот-манипулятор Franka Emika Panda оснащен 7 шарнирами, обладает грузоподъемностью до 3 кг, весит около 18 кг и имеет точность повторного позиционирования 0,1 мм [9]. Его модель в физическом симуляторе PyBullet на рис. 1.

Соответствующие ему шарнирные соединения обозначены на рис. 1 как J0 ... J6.

Решаемая задача может быть сформулирована следующим образом:

Известно, что база манипулятора расположена в точке  $(0,0,0)$ , начальные углы шарниров заданы как  $[\theta_0 \dots \theta_6]$ . Также известны положение и параметры камеры, а положение целевого объекта определяется на основе данных RGB-D изображения, полученного с камеры. Требуется найти траекторию движения манипулятора для захвата целевого объекта. Схема моделирования данной задачи представлена на рис. 1 (синий – объект, зеленый – поддержка).

Для решения задачи предлагается следующий подход:

1. Вычислить реальные координаты целевого объекта в системе координат манипулятора на основе их положения в системе координат RGB-D камеры.

2. Разработать обучающую среду для алгоритма обучения с подкреплением по данным п. 1.

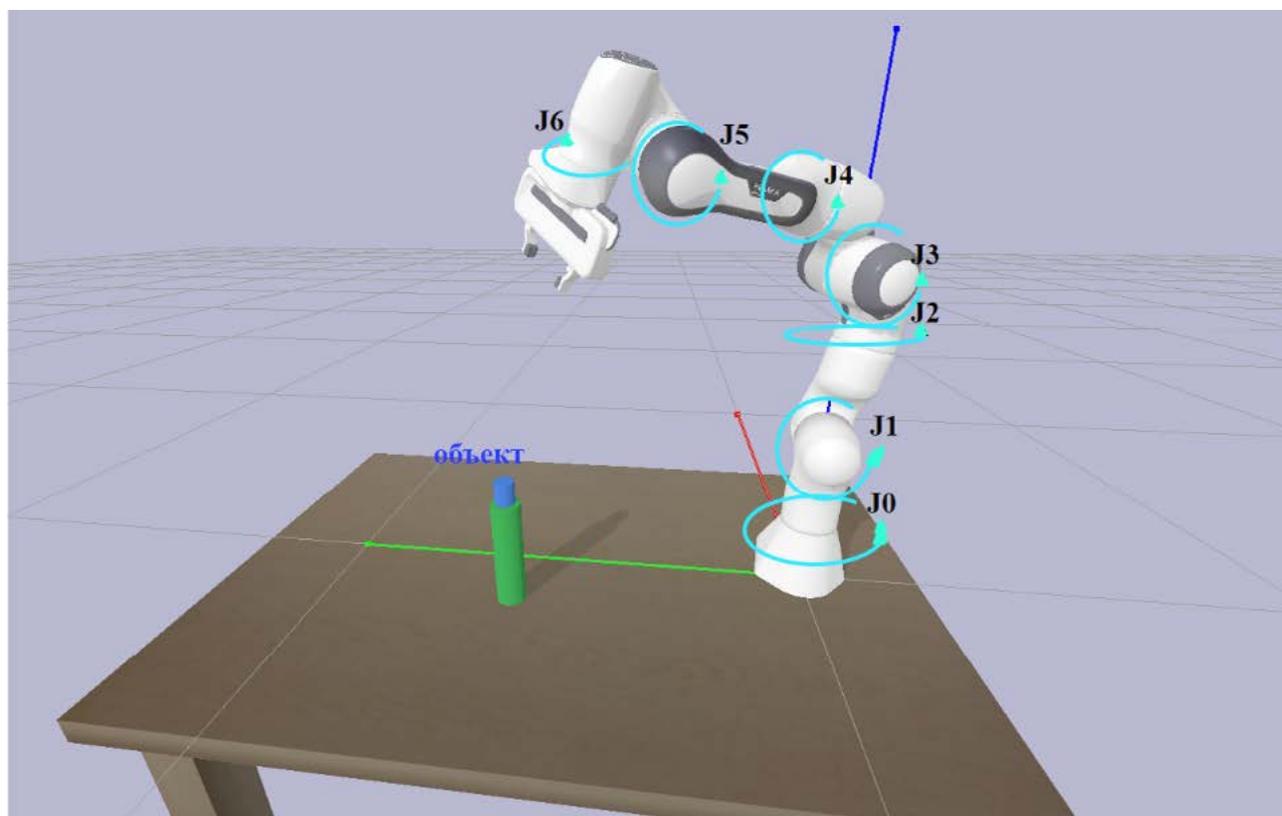


Рис. 1. Задачи компьютерного моделирования в PyBullet

Примечание: изображение получено автором.

### Преобразование координат из системы камеры в реальный мир

RGB-D камера позволяет получить изображения с данными о глубине. После сегментации с использованием сегментационной нейронной сети можно получить пиксельные координаты  $(u, v, z_c)$ , где  $u$  и  $v$  – координаты пикселя, а  $z_c$  – глубина.

Процесс вычисления координат в реальном мире описывается следующими матричными операциями (1):

$$\begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = z_c \begin{bmatrix} f_x & 0 & C_x \\ 0 & f_y & C_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

где:

$$f_x = \frac{width}{2 \cdot aspect \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)},$$

$$f_y = \frac{height}{2 \cdot aspect \cdot \tan\left(\frac{fov}{2}\right)}, \quad C_x = \frac{width}{2},$$

$$C_y = \frac{height}{2};$$

$fov$  – угол обзора камеры, соотношение сторон ( $aspect$ ) и разрешение изображения ( $width, height$ );

$(x_c, y_c, z_c)$  – положение объекта в системе координат камеры;

$f_x, f_y$  – фокусное расстояние камеры;

$C_x, C_y$  – положение оптического центра камеры.

Относительно мировых координат, где робот-манипулятор является точкой отсчета (2):

$$\begin{bmatrix} x_w \\ y_w \\ z_w \end{bmatrix} = H_c^w \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & -R \cdot t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \\ z_c \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где:

$H_c^w$  представляет матрицу преобразования объекта из камеры в мировую систему координат;

$(x_w, y_w, z_w)$  – положение объекта в системе координат мира;

$R$  – матрица поворота (3):

$$R = \begin{bmatrix} Forward_x & Right_x & UP_x \\ Forward_y & Right_y & UP_y \\ Forward_z & Right_{xz} & UP_z \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где:

$focus\_pos, camera\_pos$  – координаты фокуса камеры и координаты камеры;

вектор **Forward** =  $\frac{focus\_pos - camera\_pos}{focus\_pos - camera\_pos}$

– направление камеры на фокусе;

вектор **Right** =  $\frac{forward \times camera\_pos}{focus\_pos \times camera\_pos}$

– правое направление камеры;

вектор **Up** =  $right \times forward$  – верхнее направление камеры;

$t$  – вектор переноса.

Таким образом, мы можем получить координаты объекта относительно в мировую систему координат из изображения с камеры RGB-D.

### Создание среды обучения с подкреплением

Глубокое обучение с подкреплением представляет собой класс алгоритмов end-to-end обучения. К наиболее распространенным алгоритмам глубокого обучения с подкреплением относятся DDPG (Deep Deterministic Policy Gradient) [10], SAC (Soft Actor-Critic) [11] и PPO (Proximal Policy Optimization – оптимизация проксимальной политики) [12]. Процесс глубокого обучения с подкреплением состоит из следующих пяти основных компонентов, как описано в используемой среде Gymnasium:

1. Агент (Agent): сущность, принимающая решения (в данном случае – манипулятор), которая обучается, взаимодействуя с заданной средой.

2. Среда (Environment): описание задачи и окружения, в котором действует агент.

3. Действие (Action): действия, предпринимаемые агентом.

4. Состояние (State): основа, на которой агент принимает решение о выполнении действий.

5. Вознаграждение (Reward): оценка действий агента в среде, которая используется для определения последующих действий.

В данной работе используется алгоритм PPO. Схема его работы представлена на рис. 2.

используется для обновления параметров критик-сети. Преимущество комбинируется с параметрами вероятности из актор-сети, чтобы вычислить совокупный убыток  $L^{clip}(\theta)$  для актор-критика сети, который затем используется для обновления ее параметров. Подробный процесс расчета можно найти в оригинальной статье [8].

Процесс создания среды обучения с подкреплением для манипулятора заключается в следующем:



Рис. 2. Архитектура алгоритма PPO

Примечание: изображение получено автором.

РРО основан на архитектуре сети актор-критик (Actor-Critic), что позволяет эффективно решать задачи в пространстве непрерывных действий. Актор-сеть: на вход получает состояние среды  $s$ , а на выходе формирует действие  $a$  и вероятность, связанную с этим действием. Критик-сеть: на вход получает состояние  $s$  и на выходе оценивает значение  $v$ , которое отражает изменения состояния среды после выполнения действия  $a$ . Она также рассчитывает преимущество и связанную с ним потерю стоимости TD-ошибка (Temporal difference Error). Убыток использу-

Шаг 1. Инициализация среды и задание начальных углов для всех суставов манипулятора. Целевой объект размещается в случайных позициях в пределах заданного диапазона.

Шаг 2. Агент предпринимает действия на основе текущего состояния среды, а также распознанного положения объекта.

Шаг 3. Агент рассчитывает награждение на основе предпринятых действий и обратной связи от среды.

Шаг 4. Шаги 2 и 3 повторяются до достижения условия завершения (успешное выполнение задачи или неудача).

Шаг 5. Переход к шагу 1.

Процесс проиллюстрирован на рис. 3.

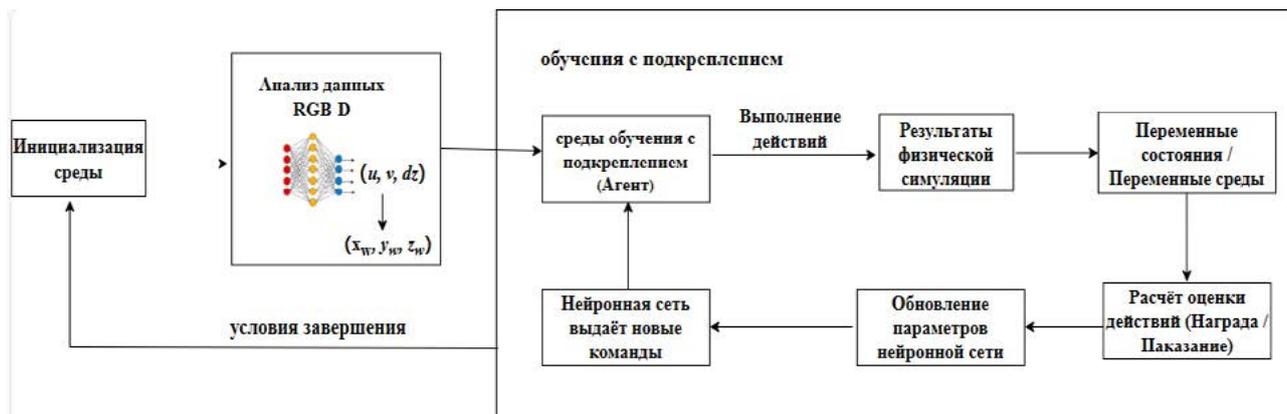


Рис. 3. Схема работы системы управления манипулятора  
 Примечание: составлено автором.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

В процессе обучения с использованием метода глубокого обучения с подкреплением был применен алгоритм PPO в симуляции PyBullet. Обучение проводилось на ноутбуке с процессором Intel i7-11800H @ 2,3 ГГц в режиме CPU с 16 потоками одновременно на Python 3.11. Для успешного выполнения задачи считалось, что центр захвата конечного эффектора находится на расстоянии не более 2 см прямо над объектом. Общая продолжи-

тельность обучения составила 20 миллионов временных шагов за 2 часа 45 минут. Результаты процесса обучения задачи были записаны в TensorBoard.

На рис. 4 по оси  $X$  отображены временные шаги задачи, по оси  $Y$  ( $eval/success\_rate$ ) показан общий уровень успешности сети на соответствующем этапе. Из графика видно: на интервале 0–10 миллионов временных шагов успешность модели значительно колебалась. На интервале 10–14 миллионов

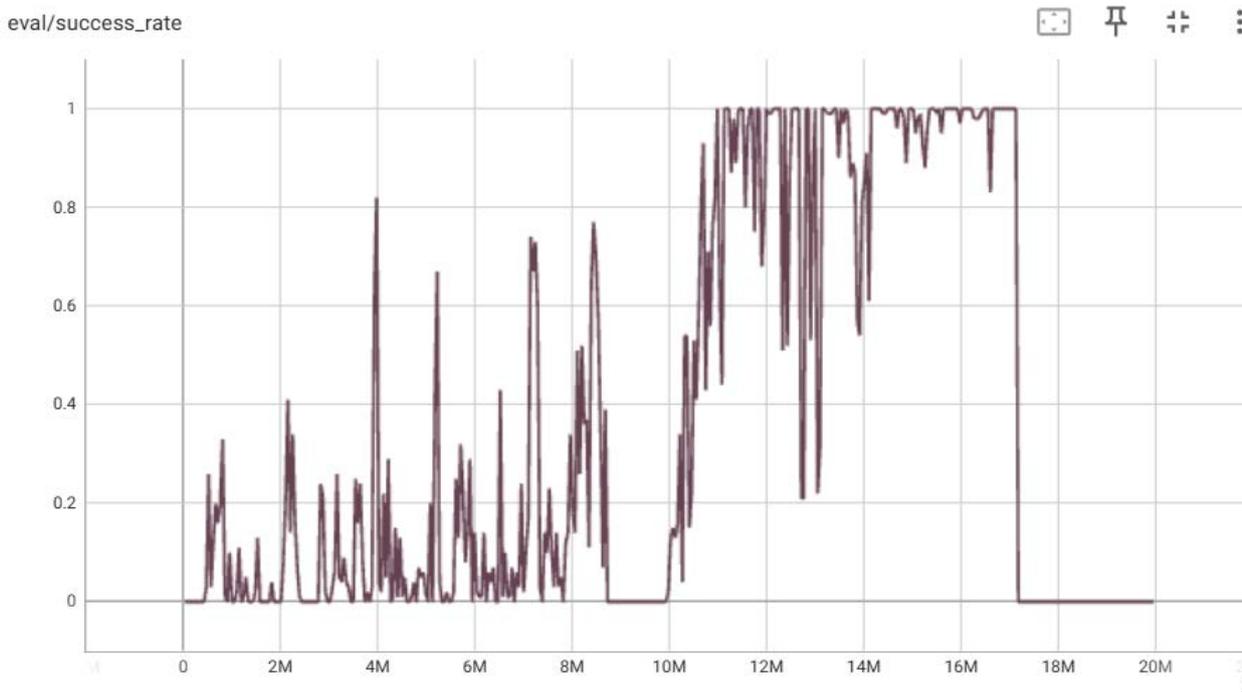


Рис. 4. Схема работы системы управления манипулятора  
 Примечание: составлено автором.

шагов модель часто достигала 100% успешности. На интервале 14–17 миллионов шагов успешность практически стабилизировалась на уровне 100%, что свидетельствует о нахождении оптимальной стратегии. В оставшиеся шаги (до 20 миллионов)

успешность оставалась низкой и практически не менялась.

Для валидации был проведен случайный тест с использованием обученной оптимальной модели. Часть результатов приведена на рис. 5.

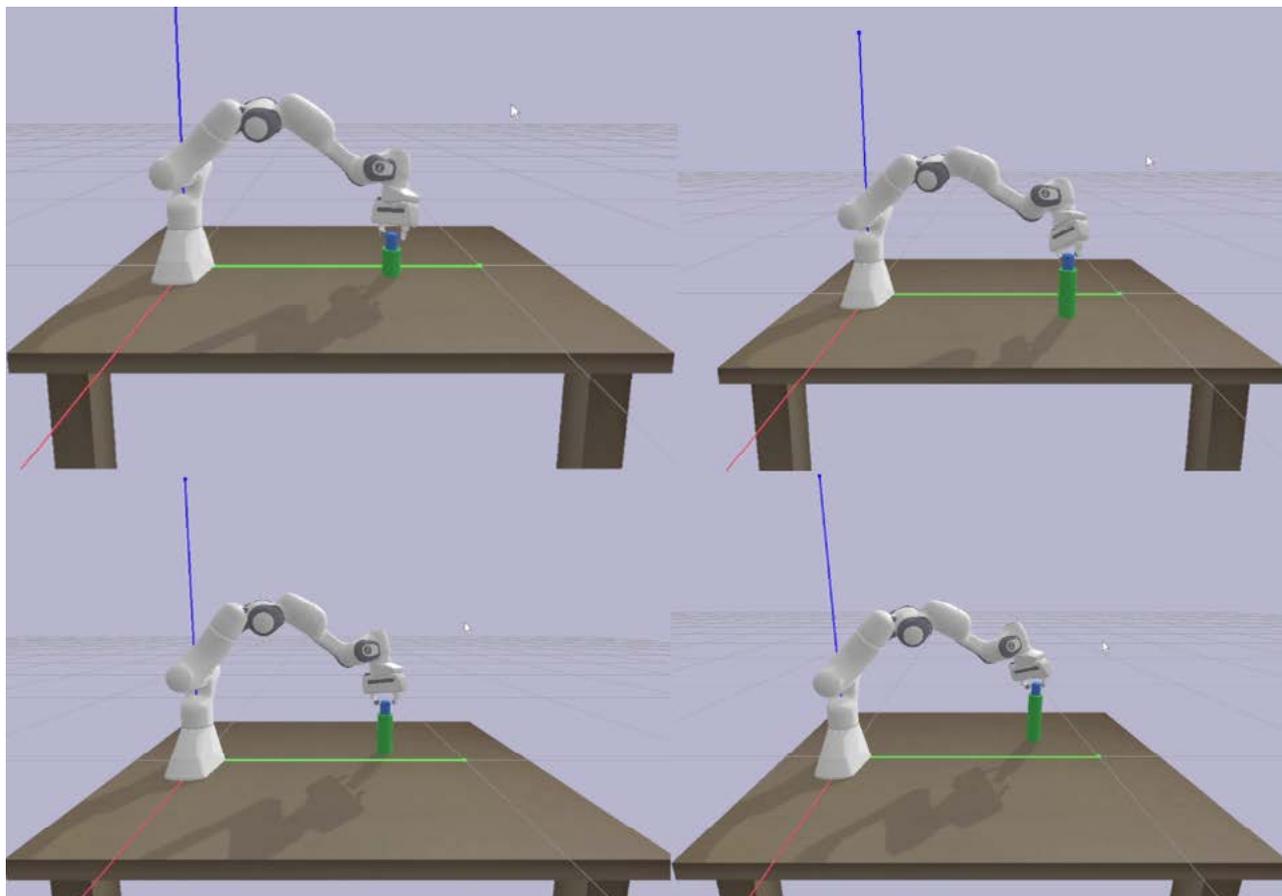


Рис. 5. Случайное тестирование для проверки нейронных сетей

Примечание: составлено автором.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе использовано программное обеспечение для физической симуляции PyBullet для моделирования робот-манипулятора. В среде Gymnasium была абстрактно описана задача, а для обучения использован алгоритм обучения с PPO, который позволил решить задачу обратной кинематики, связанную с захватом объекта на основе визуального руководства.

Предложенный нами метод после обучения продемонстрировал 100-процентную успешность нейронной сети в тысяче случайных тестов. Время вывода для одного шага

составляет 2 мс, а общее время вывода для всего процесса захвата составляет около 160–180 мс. Для сравнения, типичный алгоритм решения обратной кинематики в PyBullet, DLS (Damped Least Squares), работает быстрее – около 12 мс. Однако использование алгоритма обучения с подкреплением обеспечивает более плавную траекторию движения манипулятора, что делает его наиболее подходящим для решения сложных и динамичных задач. В будущем планируется усовершенствовать модель алгоритма для решения задач, связанных с захватом движущихся объектов и среды с препятствиями.

### Список источников

1. He Y., Liu S. Analytical inverse kinematics for Franka Emika Panda – A geometrical solver for 7-DOF manipulators with unconventional design // Proceedings of 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA), 2021. IEEE, 2021. p. 194–199.
2. Bullet Real-Time Physics Simulation. URL: <https://pybullet.org/wordpress/> (дата обращения: 14.01.2025).
3. Silver D., Hubert T., Schrittwieser J. et al. A general reinforcement learning algorithm that masters chess, shogi, and Go through self-play // Science. 2018. Vol. 362, no. 6419. P. 1140–1144.
4. Torrado R. R., Bontrager P., Togelius J. et al. Deep reinforcement learning for general video game AI // Proceedings of IEEE Conference on Computational Intelligence and Games (CIG), 2018. IEEE, 2018. P. 1–8.
5. Гусев О. В. Решение прямой задачи кинематики для шестизвеного робота-манипулятора // Вестник кибернетики. 2024. Т. 23, № 2. С. 39–48.
6. Li H., Zhao Zh., Lei G. et al. Robot arm control method based on deep reinforcement learning // Journal of System Simulation. 2019. Vol. 31, no. 11. P. 2452–2457.
7. Malik A., Lischuk Y., Henderson T. et al. A deep reinforcement-learning approach for inverse kinematics solution of a high degree of freedom robotic manipulator // Robotics. 2022. Vol. 11, no. 2. P. 44–61.
8. Calderón-Cordova C., Sarango R., Castillo D. et al. A deep reinforcement learning framework for control of robotic manipulators in simulated environments // IEEE Access. 2024. Vol. 12. P. 103133–103161.
9. Franka Emika Panda. URL: <https://robodk.com.cn/robot/ru/Franka/Emika-Panda> (дата обращения: 14.01.2024).
10. Lillicrap T. P., Hunt J. J., Pritzel A. et al. Continuous control with deep reinforcement learning // arXiv preprint arXiv:1509.02971. 2015.
11. Fujimoto S., Hoof H., Meger D. Addressing function approximation error in actor-critic methods // Proceedings of the 35th International conference on machine learning, 2018, Stockholm. PMLR, 2018. p. 1587–1596.
12. Schulman J., Wolski F., Dhariwal P. et al. Proximal policy optimization algorithms // arXiv preprint arXiv:1707.06347. 2017.

### Информация об авторе

**И. Цао** – аспирант;  
<https://orcid.org/0009-0008-7577-2327>,  
caoyin1995@gmail.com

### References

1. He Y., Liu S. Analytical inverse kinematics for Franka Emika Panda – A geometrical solver for 7-DOF manipulators with unconventional design. In: *Proceedings of 9th International Conference on Control, Mechatronics and Automation (ICCMA)*, 2021. IEEE; 2021. p. 194–199.
2. Bullet Real-Time Physics Simulation. URL: <https://pybullet.org/wordpress/> (accessed: 14.01.2025).
3. Silver D., Hubert T., Schrittwieser J. et al. A general reinforcement learning algorithm that masters chess, shogi, and Go through self-play. *Science*. 2018;362(6419):1140–1144.
4. Torrado R. R., Bontrager P., Togelius J. et al. Deep reinforcement learning for general video game AI. In: *Proceedings of IEEE Conference on Computational Intelligence and Games (CIG)*, 2018. IEEE; 2018. p. 1–8.
5. Gusev O. V. Solving the direct kinematic problem for a six-unit robot manipulator. *Proceedings in Cybernetics*. 2024;23(2):39–48. (In Russ.).
6. Li H., Zhao Zh., Lei G. et al. Robot arm control method based on deep reinforcement learning. *Journal of System Simulation*. 2019;31(11):2452–2457. (In Chinese).
7. Malik A., Lischuk Y., Henderson T. et al. A deep reinforcement-learning approach for inverse kinematics solution of a high degree of freedom robotic manipulator. *Robotics*. 2022;11(2):44–61.
8. Calderón-Cordova C., Sarango R., Castillo D. et al. A deep reinforcement learning framework for control of robotic manipulators in simulated environments. *IEEE Access*. 2024;12:103133–103161.
9. Franka Emika Panda. URL: <https://robodk.com.cn/robot/ru/Franka/Emika-Panda> (accessed: 14.01.2025).
10. Lillicrap T. P., Hunt J. J., Pritzel A. et al. Continuous control with deep reinforcement learning. *arXiv preprint arXiv:1509.02971*. 2015.
11. Fujimoto S., Hoof H., Meger D. Addressing function approximation error in actor-critic methods. In: *Proceedings of the 35th International conference on machine learning*, 2018, Stockholm. PMLR; 2018. p. 1587–1596.
12. Schulman J., Wolski F., Dhariwal P. et al. Proximal policy optimization algorithms. *arXiv preprint arXiv:1707.06347*. 2017.

### About the author

**Y. Cao** – Postgraduate;  
<https://orcid.org/0009-0008-7577-2327>,  
caoyin1995@gmail.com

Научная статья

УДК 622.276.02

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-6>



## Особенности интерпретации гидродинамических исследований нагнетательных скважин методом кривой падения давления низкопроницаемых коллекторов при наличии трещин гидроразрыва пласта и «автогидроразрыва пласта»

*Елена Сергеевна Швец*

*Сургутский государственный университет, Сургут, Россия*

**Аннотация.** В настоящее время основная доля месторождений компаний нефтегазовой отрасли обладает промышленными запасами нефти и нуждается в эффективных методах разработки трудноизвлекаемых запасов нефти. Базовыми критериями отношения запасов к трудноизвлекаемым относятся низкая проницаемость коллектора (около 40%), низкая продуктивность и высокая вязкость нефти.

Практическая ценность данной работы заключается в повышении информативности гидродинамических исследований скважин низкопроницаемых коллекторов за счет выявления нестабильных трещин «автогидроразрыва пласта», реализации подхода к прогнозированию пластового давления при отсутствии радиального режима фильтрации, а также в определении оптимального времени исследования.

**Ключевые слова:** трудноизвлекаемые запасы (ТРИЗ), исследование методом кривой падения давления (КПД), автогидроразрыв пласта, исследования нагнетательных скважин, давление смыкания трещины, оптимизация режима нагнетания

**Для цитирования:** Швец Е. С. Особенности интерпретации гидродинамических исследований нагнетательных скважин методом кривой падения давления низкопроницаемых коллекторов при наличии трещин гидроразрыва пласта и «автогидроразрыва пласта» // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 39–45. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-6>.

Original article

## Interpretation peculiarities of injection wells hydrodynamic research using pressure draw-down curve method of low-permeable reservoir with autonomous and non-autonomous hydraulic fracturing

*Elena S. Shvets*

*Surgut State University, Surgut, Russia*

**Abstract.** Nowadays, the majority of oil and gas companies' fields have commercial oil reserves and need efficient methods of developing hard-to-recover oil reserves. The basic criteria for reserves to become hard-to-recover ones are low reservoir permeability (about 40%), low productivity and high oil viscosity.

The practical value of this work is the contribution to hydrodynamic studies of wells in low-permeability reservoirs by detecting unstable autonomous hydraulic fracturing, implementation of an approach to predict reservoir pressure in the absence of radial filtration, as well as determination of the optimal study time.

**Keywords:** hard-to-recover reserves, pressure draw-down curve research, autonomous hydraulic fracturing, injection well research, fracture closure pressure, injection mode optimization

**For citation:** Shvets E. S. Interpretation peculiarities of injection wells hydrodynamic research using pressure draw-down curve method of low-permeable reservoir with autonomous and non-autonomous hydraulic fracturing. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):39–45. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-6>.

## ВВЕДЕНИЕ

Необходимым условием вовлечения запасов низкопроницаемых коллекторов в разработку и достижения проектного коэффициента извлечения нефти является активное внедрение системы поддержания пластового давления, при этом, как правило, необходимо создавать высокое давление нагнетания, которое соизмеримо или превышает давление гидроразрыва пласта. Это приводит к образованию в нагнетательных скважинах трещин «автогидроразрыва пласта».

Главное отличие таких трещин от трещин гидроразрыва пласта, стенки которых закреплены «пропантом», заключается в их нестабильности:

- трещина существует во время нагнетания и может смыкаться при остановке скважины;
- размеры, проводимость трещины изменяются в зависимости от интенсивности нагнетания [1].

в призабойной зоне нагнетательных скважин в процессе работы;

- определение оптимальной длительности исследования, достаточной для определения прогнозного пластового давления.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Согласно классической теории гидродинамики наличие трещины гидроразрыва пласта на диагностическом графике характеризуется проявлением следующих режимов фильтрации [2] (рис. 1):

1. Билинейный режим фильтрации возникает в результате перепада давлений в пласте и трещине. По данному режиму определяется параметр безразмерной проводимости трещины.

2. Линейный режим фильтрации развивается после окончания билинейного режима фильтрации, оптимален для определения полудлины трещины.

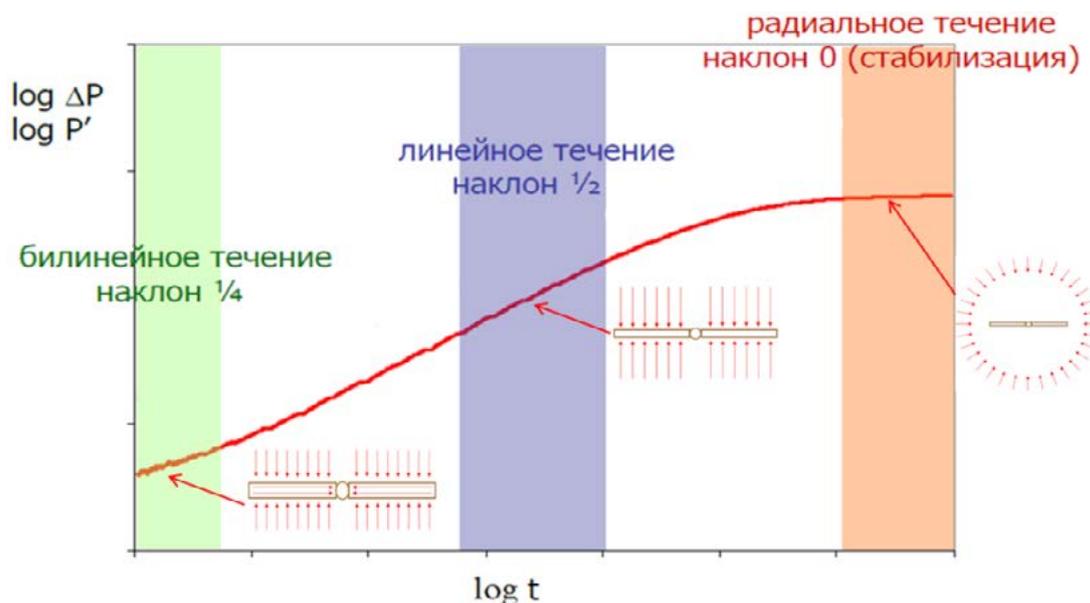


Рис. 1. Выделение режимов фильтрации на диагностическом графике

Примечание: составлено автором.

В этих условиях затруднена интерпретация гидродинамических исследований скважин, определение пластового давления и в целом анализ разработки.

Для решения вышеназванных проблем поставлены основные цели данной работы:

- доказательство образования нестабильной трещины «автогидроразрыва пласта»

Радиальный (псевдорadiaльный) режим фильтрации проявляется, когда радиус зоны сжимаемости превышает размеры трещины и линии тока сходятся к скважине в радиальном направлении. Используется для определения пластового давления и параметров пласта [3].

Объектом исследования являются нагнетательные скважины низкопроницаемого

пласта, представленного среднеюрскими отложениями. Для идентификации трещины «автогидроразрыва пласта» выполнена интерпретация гидродинамических исследований методом регистрации кривой падения давления семи нагнетательных скважин (в четырех скважинах трещина образована в процессе операции гидроразрыва пласта и в трех скважинах операция гидроразрыва пласта не проводилась).

В качестве примера приведена интерпретация нагнетательных скважин № 100 (трещина образована в процессе гидроразрыва пласта) и № 111 (операция гидроразрыва пласта не проводилась). На диагностических графиках (рис. 2, 3) выделяются билинейный и линейный режимы фильтрации и отсутствует радиальный (псевдорadiальный) режим фильтрации. Скин-фактор по скважинам составляет 6.53 и 4.13 соответственно. Выделение аналогичных режимов фильтрации и по-

лучение сходных моделей пласта в скважинах № 100 и 111 позволяет утверждать о том, что в скважине № 111 существует трещина «автогидроразрыва пласта».

Низкая проницаемость исследуемого пласта в совокупности с большой протяженностью трещины не позволяет выявить на диагностическом графике радиальный режим фильтрации, что приводит к невозможности определения достоверных значений пластового давления и параметров пласта. В связи с этим предложен подход прогнозирования пластового давления по дорадиальным режимам фильтрации, в частности по линейному режиму фильтрации [4]. Методика определения прогнозного пластового давления заключается в построении характеристического графика в координатах ( $\Delta P$  от квадратного корня времени) [5]. Определяем интервал кривой, соответствующий периоду развития линейного режима фильтрации, затем проводим

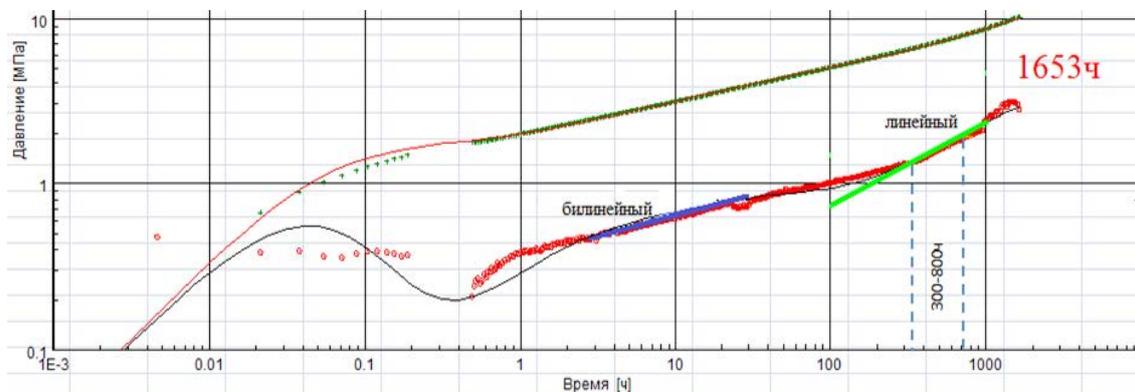


Рис. 2. Диагностический график скважины № 100

Примечание: составлено автором.

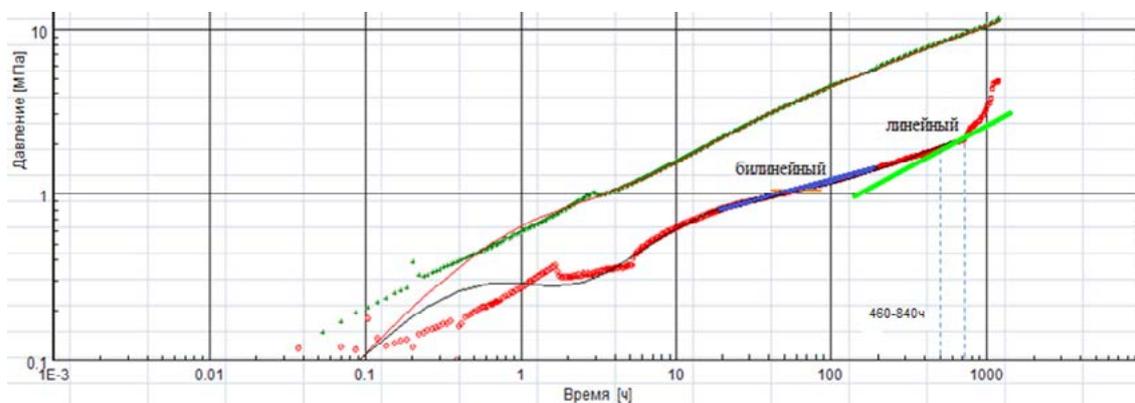


Рис. 3. Диагностический график скважины № 111

Примечание: составлено автором.

касательную до пересечения с осью  $\Delta P$ . Далее от  $P_{заб.}$  с текущего (давление на момент

начала исследования) вычитаем полученное значение  $\Delta P$  (рис. 4) [6].

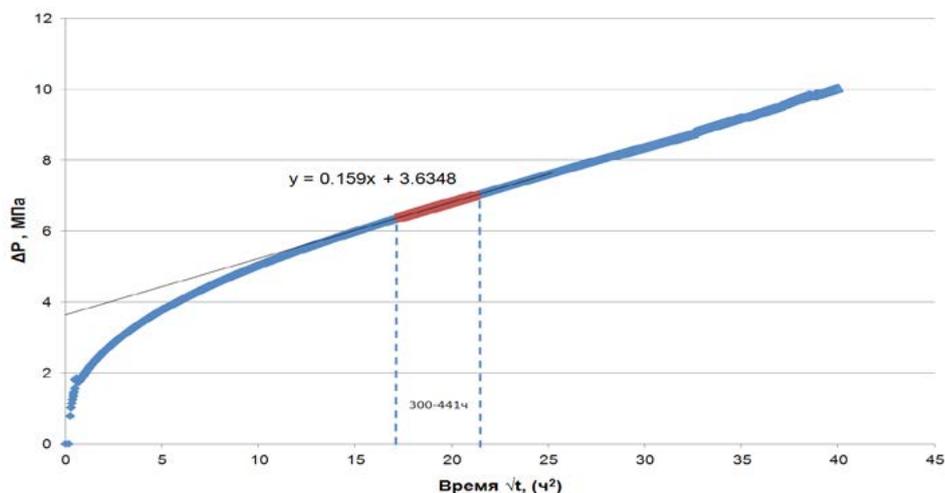


Рис. 4. Характеристический график кривой падения давления скважины № 100  
 Примечание: составлено автором.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для выявления критериев и условий образования трещины «автогидроразрыва пласта» проведен анализ сводного графика давления в исследуемых скважинах (рис. 5). Практически во всех случаях давление закачки соизмеримо или превышает давление гидроразрыва пласта, что подтверждает условия образования в нагнетательных скважинах трещин «автогидроразрыва». При этом стоит также отметить, что забойное давление на момент окончания исследова-

ния по большинству скважин превышает или же соизмеримо с давлением смыкания трещины. Таким образом, можно утверждать, что трещины находятся в раскрытом состоянии [7].

Проведен дополнительный анализ текущего давления закачки и гидроразрыва пласта 25 нагнетательных скважин (рис. 6).

Как видно из графика, давление закачки и гидроразрыва пласта распределяются в диапазоне значений от 37,1 до 53,1 МПа, в среднем составляя 45,8 МПа.

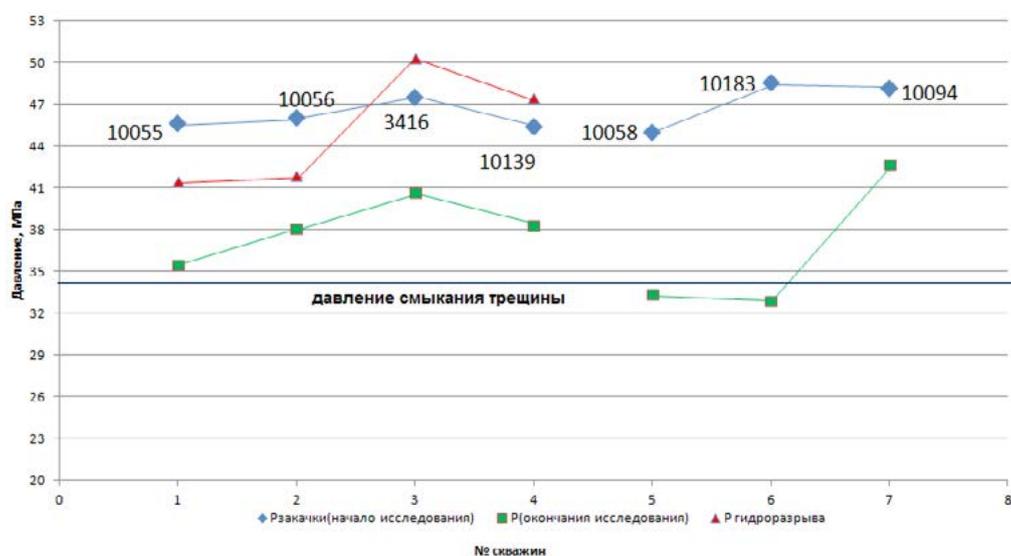


Рис. 5. Сводный график давления  
 Примечание: составлено автором.

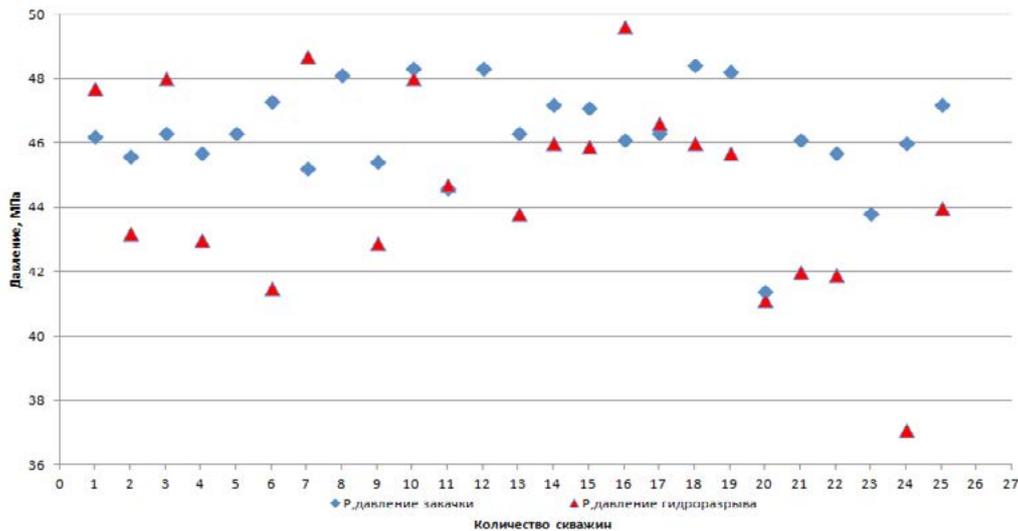


Рис. 6. Текущее давление закачки и гидроразрыва пласта

Примечание: составлено автором.

Текущее давление на забое распределяется в диапазоне значений от 43,8 до 48,4 МПа, в среднем составляя 46,2 МПа, что также подтверждает условия к образованию трещины «автогидроразрыва пласта».

Анализ промысловых показателей работы скважин с начала ввода их в эксплуатацию (давление закачки, приемистость, накопленная закачка и время работы) позволил определить

момент образования трещины «автогидроразрыва пласта». Результаты анализа представлены на примере скважины № 111. При накопленной закачке, составляющей 75 тыс. м<sup>3</sup>, и продолжительности работы скважин порядка 30 месяцев определен момент образования трещины, который на графике обусловлен ростом и дальнейшим падением давления при увеличении приемистости (рис. 7).

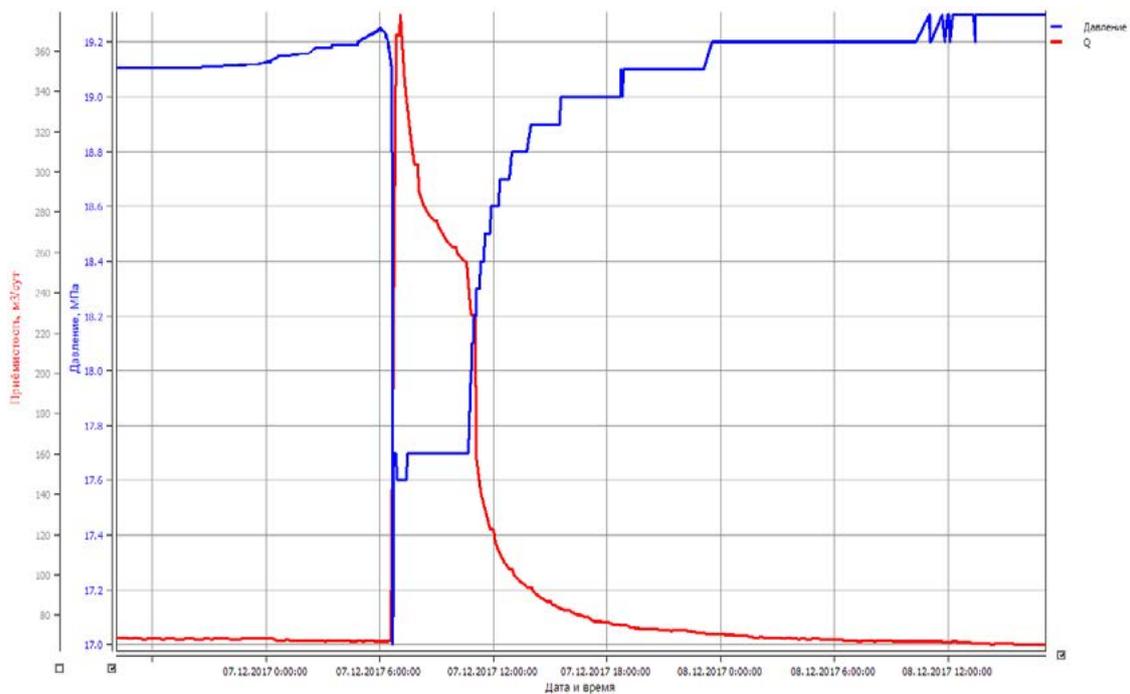


Рис. 7. Образование трещины «автогидроразрыва пласта» в нагнетательной скважине № 111

Примечание: составлено автором.

Результаты исследований представлены в таблице. На основании полученных данных выявлена зависимость времени начала диагностики от гидропроводности [8].

Таблица

Результаты исследований нагнетательных скважин

№ п/п	Параметры	Размерность	100	110	111	112	113	114	115
1	Наличие операции гидроразрыва пласта	+/-	+	+	-	-	-	+	+
2	Рзб гидроразрыва	МПа	41,5	41,9	-	-	-	50,3	47,5
3	Рпл прогнозное (Хорнер)	МПа	33,9	27,93	27,88	30,2	43,02	41,2	37,7
4	Длительность регистрации	час	1653,1	604,9	1054,1	300,0	300,0	300,0	300,0
5	Время начала диагностирования	час	300,0	440,0	460,0	190,0	170,0	140,0	225,0
6	Скин-фактор	-	-6,53	-5,35	-4,13	-5,52	-4,59	-6,85	-6,45
7	Проницаемость	мкм <sup>2</sup>	0,002	0,0014	0,0011	0,0005	0,005	0,008	0,0064
8	Гидропроводность	мкм <sup>2</sup> ·м/мПа·с	0,039	0,038	0,038	0,105	0,081	0,089	0,102
9	Полудлина трещины	м	105,0	138,0	78,0	73,9	47,3	155,0	112,0
10	Рпл (ПМ Гидродинамика)	МПа	33,4	32,0	31,0	30,9	42,2	40,5	38,1

Примечание: составлено автором.

Оптимальное время исследования при гидропроводности, равной 0,04 мкм<sup>2</sup>·м/мПа·с, составляет 400 ч, а при гидропроводности по-

рядка 0,1 мкм<sup>2</sup>·м/мПа·с время исследования сокращается до 250 ч (рис. 8).

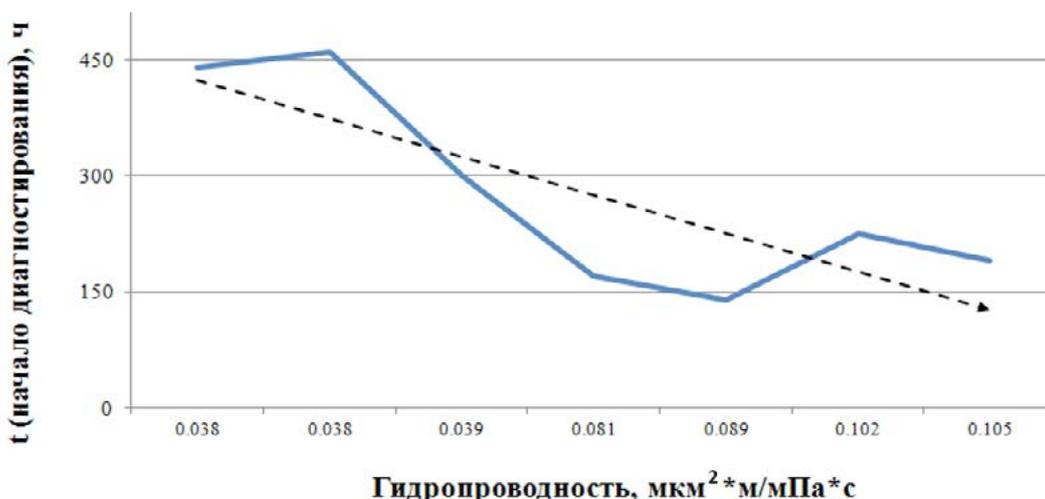


Рис. 8. Определение оптимального времени исследования

Примечание: составлено автором.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализован подход к прогнозированию пластового давления при отсутствии радиального режима фильтрации, а также в определении оптимального времени исследования. За счет выявления нестабильных трещин «автогидроразрыва пласта» повышена информативность гидродинамических исследований скважин низкопроницаемых коллекторов.

Рекомендации:

1. На этапе планирования к проведению гидродинамических исследований нагне-

тательных скважин необходимо учитывать вероятность существования трещины «автогидроразрыва пласта» для исключения неинформативных исследований.

2. С целью оптимизации режимов нагнетания при переводе скважины из добывающего фонда в систему поддержания пластового давления необходимо учитывать условия образования трещины «автогидроразрыва пласта», что в дальнейшем позволит снизить риски роста обводнения при сохранении компенсации отборов закачкой.

### Список источников

1. Диагностика и изучение нестабильных трещин в нагнетательных скважинах гидродинамическими и промыслово-геофизическими методами. URL: <https://www.siamoil.ru/reports/2010/4.pdf?ysclid=m7vrw18pcu5419899> (дата обращения: 25.02.2025).
2. Кулагина Т. Е. Гидродинамические исследования скважин. Томск, 2007. 230 с.
3. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследования нефтяных и газовых скважин и пластов. М. : Недра, 1984. 269 с.
4. Эрлагер Р. (мл.) Гидродинамические методы исследования скважин. Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2007. 511 с.
5. Васильев С. В., Веригин Н. Н., Саркисян В. С. и др. Гидродинамические и физико-химические свойства пород. М. : Недра, 1977. 271 с.
6. Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин и пластов. М. : Гостоптехиздат, 1960. 319 с.
7. Курочкин В. И., Санников В. А. Теоретические основы и анализ гидродинамических исследований скважин : моногр. Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2015. 371 с.
8. Помехоустойчивые алгоритмы по обработке данных гидродинамических исследований скважин. URL: [https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-metodicheskoe-ukazanie-kvd\\_0.pdf](https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-metodicheskoe-ukazanie-kvd_0.pdf) (дата обращения 25.02.2025).

### Информация об авторе

Е. С. Швец – старший преподаватель;  
elena777angel@mail.ru

### References

1. Diagnostika i izuchenie nestabilnykh treshchin v nagnetatelnykh skvazhinakh gidrodinamicheskimi i promyslovo-geofizicheskimi metodami. URL: <https://www.siamoil.ru/reports/2010/4.pdf?ysclid=m7vrw18pcu5419899> (accessed: 25.02.2025). (In Russ.).
2. Kulagina T. E. Hidrodynamichekise issledovaniya skvazhin. Tomsk; 2007. 230 p. (In Russ.).
3. Buzinov S. N., Umrikhin I. D. Hidrodynamichekise metody issledovaniya skvazhin i plastov. Moscow: Nedra; 1984. 269 p. (In Russ.).
4. Erlager R., Jr. Hidrodynamichekise metody issledovaniya skvazhin. Moscow – Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy; 2007. 511 p. (In Russ.).
5. Vasilev S. V., Verigin N. N., Sarkisyan V. S. et al. Hidrodynamichekise i fiziko-khimicheskie svoystva porod. Moscow: Nedra, 1977. 271 p. (In Russ.).
6. Chernov B. S., Bazlov M. N., Zhukov A. I. Hidrodynamichekise metody issledovaniya skvazhin. Moscow: Gostoptekhizdat; 1960. 319 p. (In Russ.).
7. Kurochkin V. I., Sannikov V. A. Teoreticheskie osnovy i analiz gidrodinamicheskikh issledovaniy skvazhin. Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy; 2015. 371 p. (In Russ.).
8. Pomekhoustoychivye algoritmy po obrabotke dannykh gidrodinamicheskikh issledovaniy skvazhin. URL: [https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-metodicheskoe-ukazanie-kvd\\_0.pdf](https://www.geokniga.org/bookfiles/geokniga-metodicheskoe-ukazanie-kvd_0.pdf) (accessed: 25.02.2025). (In Russ.).

### About the author

E. S. Shvets – Senior Lecturer;  
elena777angel@mail.ru

Научная статья

УДК 622.24

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-7>



## Особенности планирования и проведения импульсного гидропрослушивания без остановки скважин

*Елена Сергеевна Швец*

*Сургутский государственный университет, Сургут, Россия*

**Аннотация.** В целях контроля за разработкой и планирования геолого-технических мероприятий, разработчикам требуется информация о строении залежей, гидродинамической связи между скважинами.

Традиционное проведение гидродинамических исследований методом гидропрослушивания заключается в регистрации созданного импульса давления в остановленных реагирующих скважинах, что приводит к снижению темпов добычи нефти. В мировой практике отсутствует опыт проведения гидропрослушивания в работающих скважинах. В статье рассмотрены основные проблемы, возникающие при проведении гидропрослушивания на работающем фонде скважин, а также приведены возможные пути решения возникающих в процессе исследования осложнений и факторов, препятствующих успешному проведению работы.

**Ключевые слова:** трудноизвлекаемые запасы (ТРИЗ), фильтрационно-емкостные параметры пласта (ФЕС), возмущающая и реагирующая скважины, регистрация импульса, расчет параметров пласта, пьезопроводность, гидропроводность, время отклика сигнала

**Для цитирования:** Швец Е. С. Особенности планирования и проведения импульсного гидропрослушивания без остановки скважин // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 46–52. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-7>.

Original article

## Peculiarities of planning and running pulse test without well shutdown

*Elena S. Shvets*

*Surgut State University, Surgut, Russia*

**Abstract.** Information on the structure of the deposit and pressure communication between wells is required to control development and plan geological and engineering operations.

Pressure transient test using the pulse-code is traditionally used to record the generated pressure pulse in shutdown observation wells, which leads to reduced rates of oil production. Pulse-code test method has not been applied in operational wells in the world practice. The article considers the main problems arising in the process of pulse-code testing on the operational well stock, as well as provides possible solutions to the potential problems occurring in the process of the study and factors that interfere with the successful conduct of the work.

**Keywords:** hard-to-recover reserves, reservoir porosity and permeability, active and observation wells, pulse-code recording, reservoir characteristics calculation, piezo conductivity, hydroconductivity, signal response time

**For citation:** Shvets E. S. Peculiarities of planning and running pulse test without well shutdown. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):46–52. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-7>.

## ВВЕДЕНИЕ

Нефтегазовые отрасли осваивают и разрабатывают месторождения, которые характеризуются сложным геологическим строением. Одним из методов изучения таких месторождений является гидропрослушивание. Данный метод позволяет точно оценить фильтрационные характеристики пласта, уточнить фильтрационно-емкостную модель, определяет воздействие нагнетательных скважин на добывающие. Преимущество данного метода в том, что он является единственным методом, позволяющим определить пьезопроводность пласта и гидродинамическую связь между скважиной и пластом [1].

В данной работе рассмотрены проблемы, выявленные при проведении гидропрослушивания. Ввиду участвовавших случаев невоз-

можности выявления сигнала в реагирующих скважинах от остановок и запусков влияющей скважины необходимо обратить внимание на условия его проведения на работающем фонде скважин.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Ключевым и необходимым условием качественного проведения и интерпретации исследования методом гидропрослушивания на работающем фонде скважин является последовательность действий при его планировании и подготовке. Последовательность действий и планирование проведения исследования представлены в виде алгоритма работ (рис. 1).

Планирование работ по гидропрослушиванию начинается с определения участка за-



Рис. 1. Алгоритм работ  
Примечание: составлено автором.

лежи, на котором будут проводиться исследования. Для воздействия на пласт путем остановки закачки выбирается возмущающая нагнетательная скважина и несколько условно реагирующих на остановку добывающих скважин. При планировании работ обязательным условием является сбор подробной информации об объектах исследования. Качественный сбор информации в значительной степени влияет на интерпретацию исследования. Затем приступаем к моделированию процесса исследования, после чего выполняется само гидропрослушивание на исследуемом участке. После проведения исследований выполняется анализ текущей работы подземного оборудования для выявления отклонений в работе подземного оборудования, которые могут повлиять на возможность и корректность регистрации импульса в реагирующих скважинах. Если такие отклонения отсутствуют, то мы можем без каких-либо сложностей качественно обработать исследование и в конечном счете рассчитать искомые значения.

Для наглядного примера и анализа отклонений, возникающих при интерпретации гидропрослушивания, было рассмотрено одно из проведенных исследований данным методом, которое проводилось с 13.08.2017 по 20.09.2017 гг. Участок проведения работ представлен на рис. 2. Для расчета времени

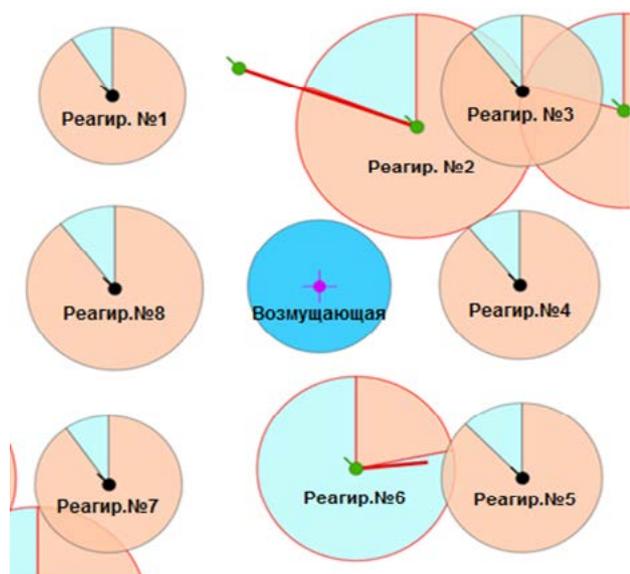


Рис. 2. Участок проведения работ  
Примечание: составлено автором.

прихода импульса в реагирующую скважину от остановки и запуска возмущающей скважины, необходимо заложить в программу данные об исследуемом объекте для расчета  $\Delta t$  и  $\Delta p$ , такие как: приемистость нагнетательной скважины, проницаемость, нефтенасыщенная мощность пласта, пористость, вязкость и сжимаемость флюида, а также расстояние от возмущающей скважины до забоев реагирующих скважин.

Для того чтобы рассчитать время прихода импульса, которое применяется при расчете пьезо- и гидропроводности, нам необходимо идентифицировать то время отклика, с которого начинает изменяться давление в реагирующей скважине от остановки или запуска влияющей скважины. Когда мы найдем в реагирующей скважине время отклика (т.е. точку изменения давления от запуска влияющей скважины и точку изменения давления от остановки) то, как следствие, увидим некую амплитуду изменения давления (рис. 3), что будет являться сигналом, характеризующим рост и снижение давления и подтверждающим наличие гидродинамической связи между возмущающей и реагирующими скважинами. Методика расчета времени отклика приведена отечественными специалистами [1–6].

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для определения оптимального способа выявления импульса и расчета параметров пласта было исследовано влияние диапазона вносимых параметров фильтрационно-емкостных параметров на расчетную модель (в программе Saphir Карра Engineering [7]). На рис. 4 представлен расчет времени прихода импульса и его амплитуды при максимальных значениях. Внизу на графике видны две остановки влияющей нагнетательной скважины. Реакция на изменение давления на остановке представлена на графике выше. Здесь видно, что при первой остановке нагнетательной скважины время прихода импульса составляет 70 ч при амплитуде  $0,9 \text{ кгс/см}^2$ , при запуске время прихода импульса составляет 27 ч, но меняется его амплитуда –  $1,3 \text{ кгс/см}^2$ .

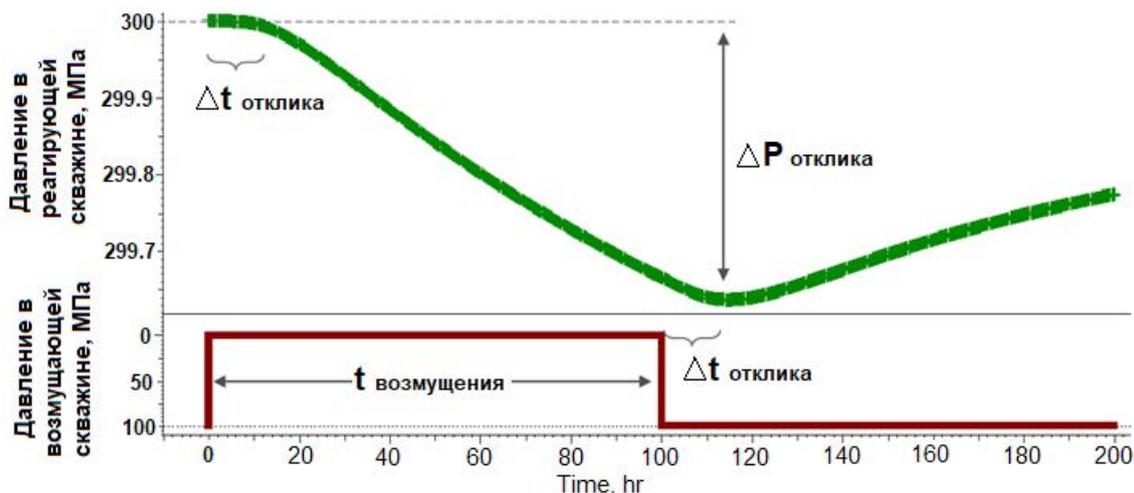


Рис. 3. Моделирование импульса сигнала

Примечание: составлено автором.

При второй остановке время прихода импульса и его амплитуда остается неизменной, но при запуске возмущающей скважины наблюдается более высокая амплитуда давления –  $2,3 \text{ кгс/см}^2$ .

На рис. 5 представлен расчет при внесении минимальных значений фильтрационно-ем-

костных свойств. Здесь наблюдается такое же время прихода импульса после первой остановки влияющей скважины, но величина импульса меньше в два раза, чем при внесении максимальных значений параметров пласта, при запуске меньше на  $0,3 \text{ кгс/см}^2$  и составила  $1 \text{ кгс/см}^2$ . При повторном запуске влияю-

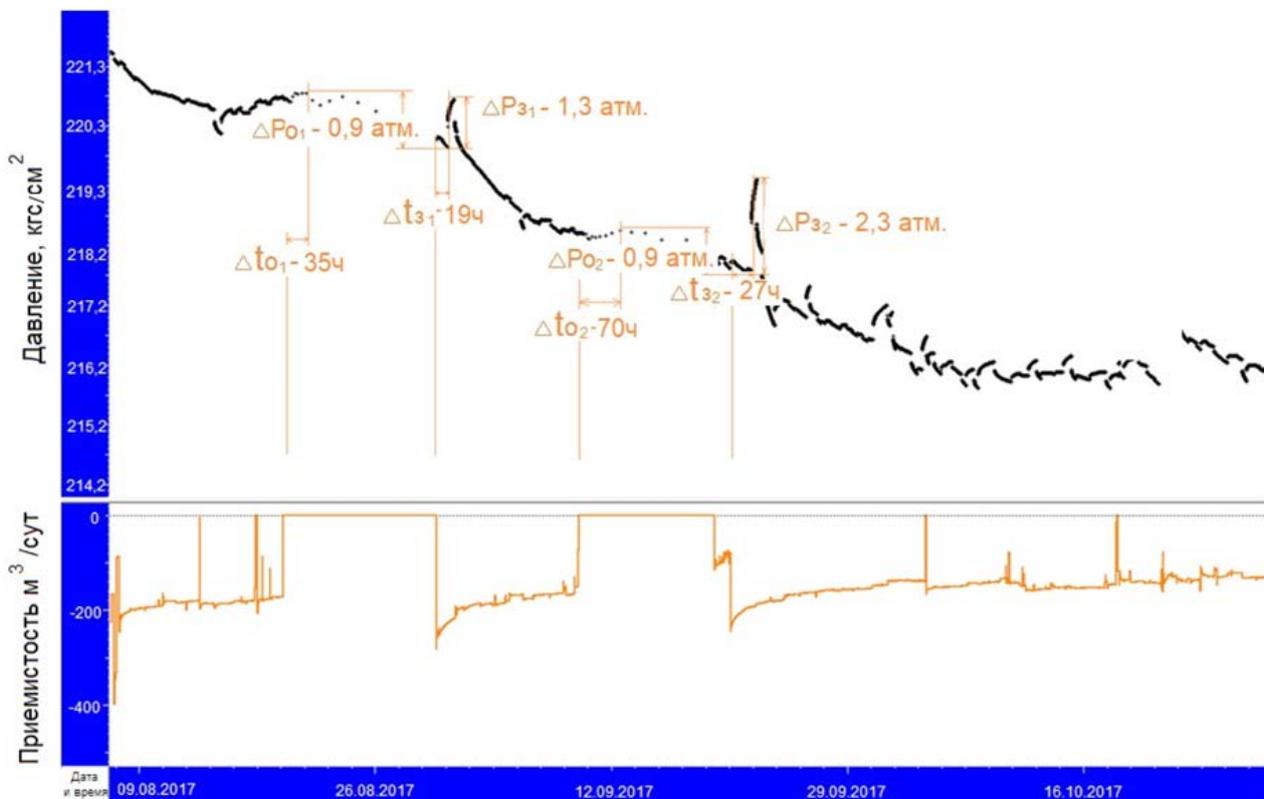


Рис. 4. Расчет времени прихода импульса и его амплитуды при использовании максимальных значений фильтрационно-емкостных свойств пласта

Примечание: составлено автором.

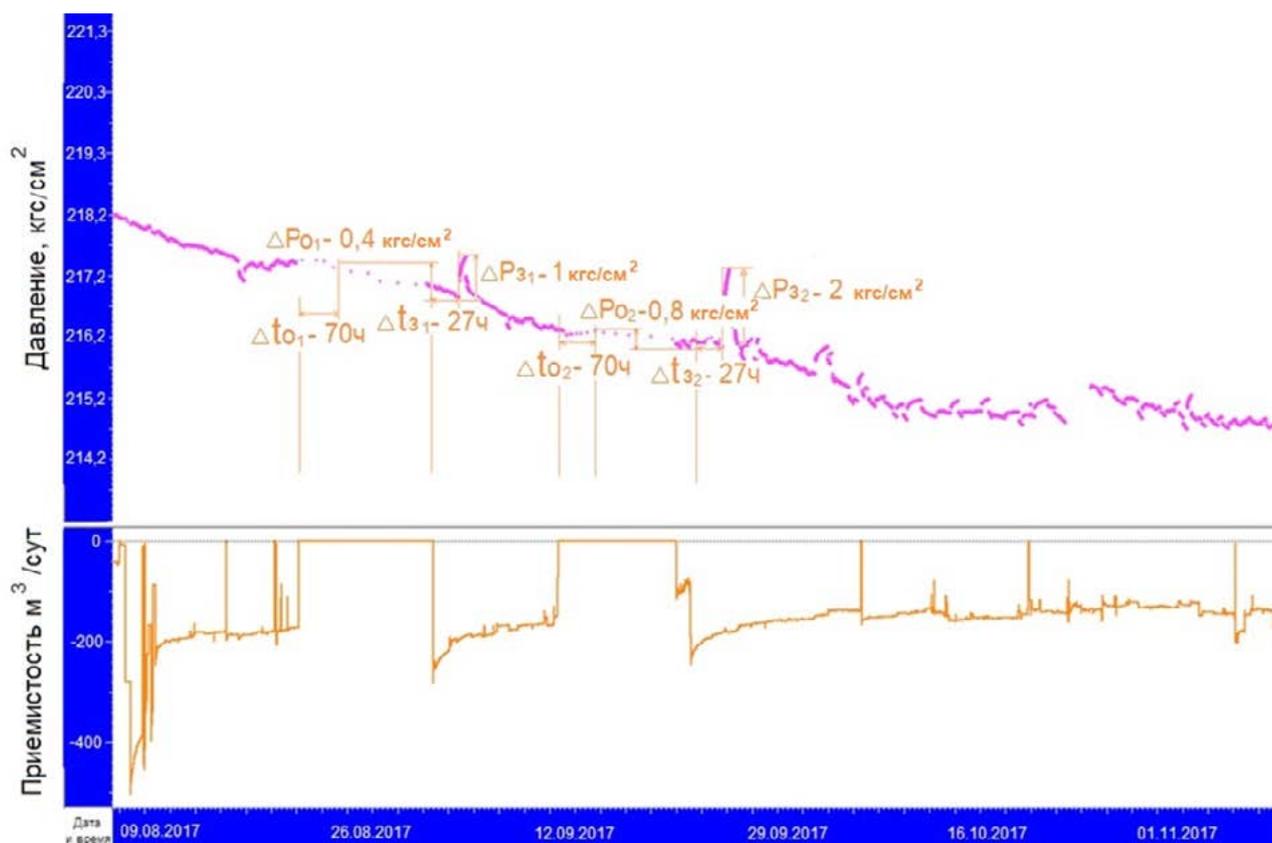


Рис. 5. Расчет времени прихода импульса и его амплитуды при использовании минимальных значений фильтрационно-емкостных свойств пласта

Примечание: составлено автором.

щей скважины время прихода импульса остается неизменным, а вот амплитуда импульса стала меньше на  $0,3 \text{ кгс/см}^2$  по сравнению с произведенным расчетом изменения давления при использовании максимальных фильтрационно-емкостных параметров.

Таким образом, при расчете времени прихода импульса и его величины было выявлено, что большое влияние на расчетную величину прихода импульса имеет диапазон вносимых фильтрационно-емкостных параметров, а именно проницаемости, которая влияет на интенсивность амплитуды импульса, но не на время прихода. На основании этого вывода можно гораздо точнее прогнозировать, а, как следствие, в дальнейшем интерпретировать сигнал. Выявлен оптимальный способ определения импульса и расчета параметров пласта.

На рис. 6 представлен график фактического изменения давления в реагирующей скважине. Помехи связаны с воздействием на скважину на устье. Цифрами 1, 3, 4 отмечены оста-

новки скважины по срыву подачи, цифрами 2, 5, 6 – скачки давления от выполнения работ оператора-исследователя с устья, которые импульсом не являются, но как раз могут приходиться на время его прихода. Диагностировать импульс от запуска в работу нагнетательной скважины не представляется возможным из-за «шумов» от работы электроцентробежного насоса этой скважины. Расчетная амплитуда импульса составила  $2,3 \text{ кгс/см}^2$ , а помехи составляют более  $2 \text{ кгс/см}^2$ , поэтому импульс среди зашумленности найти не предоставляется возможным. А вот при запуске после первой остановки импульс не наблюдается либо он приходится на время внешнего воздействия на скважину.

Чтобы исследовать влияние значений дебита на расчетную модель, были построены модельные кривые давления с постоянным дебитом  $Q_{\text{const}} = 0 \text{ м}^3/\text{сут.}$  и с  $Q_{\text{const}} = 80 \text{ м}^3/\text{сут.}$  Было выявлено, что при любом постоянном дебите импульс в реагирующей скважине

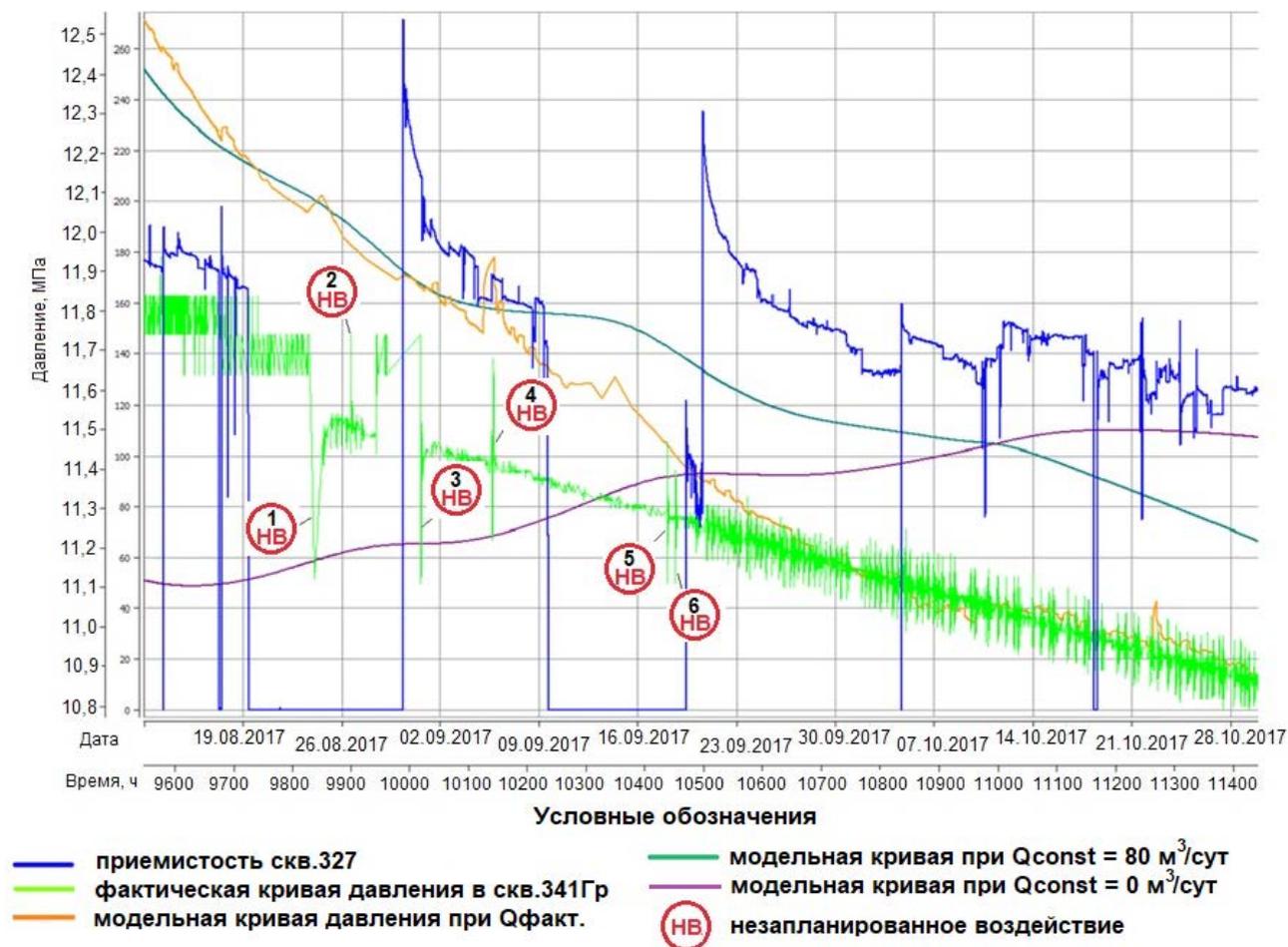


Рис. 6. График фактического давления в скважине № 2 и модельных кривых

Примечание: составлено автором.

от воздействия нагнетательной на кривых давления диагностируется. При постоянном режиме реагирующей скважины и без внешних воздействий на скважину с устья идентификация импульса не представляет сложности. Также решить проблему идентификации импульса на реагирующей скважине можно путем увеличения внутрикустовой закачки при наличии такой технологической возможности [8].

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Учитывая несовершенство технологии проведения гидропрослушивания на работающем фонде скважин, вероятность выявления импульса увеличивается при изменении величины воздействия на пласт и моделировании поведения кривой давления при более высоких значениях давления и фильтрационно-емкостных свойствах пласта. В целях оп-

тимизации проведения исследования методом гидропрослушивания на производстве обязательным условием при определении времени прихода импульса является стабильная работа подземного оборудования. Гидропрослушивание на работающем фонде скважин является самым доступным источником данных, поскольку затраты на получение гидродинамических параметров пласта несопоставимо малы по сравнению с проведением исследований на остановленном фонде скважин.

Оптимизация планирования и проведения гидропрослушивания на работающем фонде скважин не представляет сложности, эффективна с точки зрения экономики, а также информативности при условии отсутствия внешних воздействий на устье скважины в период проведения исследований.

### Список источников

1. Курочкин В. И., Санников В. А. Теоретические основы и анализ гидродинамических исследований скважин : моногр. М. – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2015. 372 с.
2. Овчинников М. Н., Гаврилов А. Г., Куштанова Г. Г. и др. Способ определения фильтрационных параметров призабойной зоны пласта методом высокочастотных фильтрационных волн давления : патент 2400622 Рос. Федерация № 2008132357/03 ; заявл. 05.08.2008 ; опубл. 27.09.2010. URL: [https://patents.s3.yandex.net/RU2400622C2\\_20100927.pdf](https://patents.s3.yandex.net/RU2400622C2_20100927.pdf) (дата обращения: 10.02.2025).
3. Костин П. И. Особенности проведения гидропрослушивания на месторождениях с использованием термоманометрических систем // Вестник науки. 2018. Т. 3, № 8. С. 64–69.
4. Эрлагер Р. (мл.) Гидродинамические методы исследования скважин. 2-е изд. испр. Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2007. 511 с.
5. Крыганов П. В., Афанаскин И. В., Вольпин С. Г. Применение мультискважинной деконволюции при решении обратной задачи подземной гидродинамики // Разработка и эксплуатация нефтяных месторождений. 2019. № 3. С. 45–50.
6. Бузинов С. Н., Умрихин И. Д. Исследования нефтяных и газовых скважин и пластов. М. : Недра, 1984. 269 с.
7. Houze O., Viturat D., Fjaere O. S. Dynamic Data Analysis V 5.12. Kappa Engineering, 2017. 743 p.
8. Чернов Б. С., Базлов М. Н., Жуков А. И. Гидродинамические методы исследования скважин. М. : Гостоптехиздат, 1960. 319 с.

### Информация об авторе

Е. С. Швец – старший преподаватель;  
[elena777angel@mail.ru](mailto:elena777angel@mail.ru)

### References

1. Kurochkin V. I., Sannikov V. A. Teoreticheskie osnovy i analiz gidrodinamicheskikh issledovaniy skvazhin. Monograph. Moscow – Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy; 2015. 372 p. (In Russ.).
2. Ovchinnikov M. N., Gavrilov A. G., Kushtanova G. G. et al. Method for determining the filtration parameters of the bottomhole formation zone using the high-frequency filtration pressure waves method. RU Patent 2400622 No. 2008132357/03, filed August 05, 2008; issued September 27, 2010. URL: [https://patents.s3.yandex.net/RU2400622C2\\_20100927.pdf](https://patents.s3.yandex.net/RU2400622C2_20100927.pdf) (accessed: 10.02.2025). (In Russ.).
3. Kostin P. I. Osobennosti provedeniya gidroproslushivaniya na mestorozhdeniyakh s ispolzovaniem termomanometricheskikh sistem. *Science Bulletin*. 2018;3(8):64–69. (In Russ.).
4. Erlager R., Jr. Gidrodinamicheskie metody issledovaniya skvazhin. 2nd ed. Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy; 2007. 511 p. (In Russ.).
5. Kryganov P. V., Afanaskin I. V., Volpin S. G. Application of multi-well deconvolution in solving the inverse problem of underground hydrodynamics. *Development and Operation of Oil Fields*. 2019;(3):45–50. (In Russ.).
6. Buzinov S. N., Umrikhin I. D. Issledovaniya neftyanykh i gazovykh skvazhin i plastov. Moscow: Nedra; 1984. 269 p. (In Russ.).
7. Houze O., Viturat D., Fjaere O. S. Dynamic Data Analysis V 5.12. Kappa Engineering; 2017. 743 p.
8. Chernov B. S., Bazlov M. N., Zhukov A. I. Gidrodinamicheskie metody issledovaniya skvazhin. Moscow: Gostoptekhizdat; 1960. 319 p. (In Russ.).

### About the author

Е. S. Shvets – Senior Lecturer;  
[elena777angel@mail.ru](mailto:elena777angel@mail.ru)

Научная статья

УДК 519.876

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>



### Имитационное моделирование и анализ систем массового обслуживания

*Александр Алексеевич Богнюков*<sup>✉</sup>, *Дмитрий Юрьевич Зорькин*,  
*Евгений Геннадьевич Шведов*

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия*

**Аннотация.** Основное внимание в рассматриваемой статье уделяется системам с фиксированным максимальным числом требований, ожидающих обслуживания. Это означает необходимость учета не только наличия очереди, но и ее конечной емкости, что добавляет сложности в анализ подобных систем. Введение таких ограничений может привести к более реалистичным моделям, отражающим реальные условия эксплуатации систем массового обслуживания. Понимание основных концепций теории массового обслуживания помогает не только структурировать исследование, но и определить направления для дальнейших разработок.

В статье представлено изучение существующих моделей и систем массового обслуживания с целью выявления лучших практик и возможных недостатков. Сравнительный анализ позволяет не только адаптировать проверенные решения под новые условия, но и избежать ошибок прошлых исследований.

**Ключевые слова:** системы массового обслуживания, ограничения, аналитическая модель, имитационная модель, очередь, характеристики системы

**Для цитирования:** Богнюков А. А., Зорькин Д. Ю., Шведов Е. Г. Имитационное моделирование и анализ систем массового обслуживания // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>.

Original article

### Simulation modeling and analysis of queuing systems

*Aleksandr A. Bognyukov*<sup>✉</sup>, *Dmitry Yu. Zorkin*, *Evgeniy G. Shvedov*  
*Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia*

**Abstract.** The article focuses on systems with a fixed maximum number of demands in the queue. This means that it is necessary to take into account not only the queue but also its finite capacity, which contributes to the complexity of analyzing such systems. The introduction of such limits potentially enables more realistic functional models reflecting actual operating conditions of queuing systems. Understanding the basic concepts of queuing theory contributes both to structure of the study and further research opportunities.

Researchers review existing models and systems to find their strengths and weaknesses. Comparative analysis provides opportunities to adapt proven solutions to new conditions and to avoid the mistakes of past research.

**Keywords:** queuing systems, limits, analytical model, simulation model, queue, system characteristics

**For citation:** Bognyukov A. A., Zorkin D. Yu., Shvedov E. G. Simulation modeling and analysis of queuing systems. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):53–59. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-8>.

## ВВЕДЕНИЕ

Основной целью статьи является изучение и анализ областей применения и особенностей имитационного моделирования. Актуальность работы обусловлена растущей сложностью современных систем и процессов. Современные системы становятся все более сложными и взаимосвязанными, что затрудняет их анализ. Имитационное моделирование позволяет исследовать эти системы в виртуальной среде, проводить эксперименты и анализировать результаты без риска для реальной инфраструктуры или оборудования.

Большинство изучаемых и подлежащих моделированию объектов являются сложными системами, и это утверждение можно считать фундаментальным в контексте современных исследований и разработок. Сложные системы характеризуются множеством факторов, которые делают их изучение особенно интересным и одновременно трудным. Одним из главных признаков сложной системы является невозможность рассмотрения ее элементов в изоляции [1]. Это объясняется тем, что каждый элемент тесно взаимосвязан с другими элементами системы и с внешней средой, что приводит к необходимости учитывать широкий спектр связей и взаимодействий при анализе таких систем.

Оптимизация производственных процессов является одной из ключевых областей применения имитационного моделирования, особенно в контексте современной промышленности, где эффективность и эффективное использование ресурсов становятся все более важными для конкурентоспособности компаний [2].

В рамках статьи решается ряд задач, каждой из которых посвящены отдельные разделы работы – анализ конкретных примеров применения имитационного моделирования в различных сферах, оценка эффективности имитационного моделирования и определение потенциальных направлений для дальнейшего развития имитационного моделирования.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Следует рассмотреть схему моделируемого процесса (рис. 1).

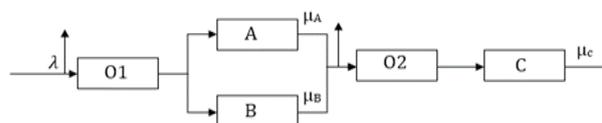


Рис. 1. Схема моделируемой системы массового обслуживания

Входящее требование должно пройти через один из каналов обслуживания (А или В), при этом у них есть общая очередь (O1). После этого требования обслуживаются на канале обслуживания С (с очередью O2). Требования, пришедшие в момент, когда очередь достигла максимальной длины, покидают систему.

Была построена имитационная модель системы: за шаг дискретизации времени было взято время, равное 1 сек. Предположим, что в данный период не может произойти более одного события. Также построена блок-схема и произведен расчет за 30 минут. По результатам расчета найдена доля покупателей и средняя доля времени простоя прилавков. На экране выведено число отказов и их доля.

$$\lambda = 3$$

– макс. значение O1 = 2;

– макс. значение O2 = X;

–  $\mu_A = 1$ ;

–  $\mu_B = 3$ ;

–  $\mu_C = X$ .

Следует рассмотреть концептуальную схему моделируемой системы массового обслуживания, представленную на рис. 2.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Результатом исследования является построенный граф состояний системы с учетом вводных данных (рис. 3).

Была построена система уравнений для равновесного состояния:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{3}{2}p_{000} + \frac{3}{2}p_{000} = 1p_{010} + 3p_{001} \\ \frac{3}{2}p_{000} + 3p_{011} = 1p_{010} + 3p_{010} \\ \frac{3}{2}p_{000} + 1p_{011} = 3p_{001} + 3p_{001} \\ 3p_{001} + 3p_{010} + 1p_{111} + 3p_{111} = 3p_{011} + 1p_{011} + 3p_{011} \\ 3p_{011} + 1p_{211} + 3p_{211} = 3p_{111} + 1p_{111} + 3p_{111} \\ 3p_{111} = 1p_{211} + 3p_{211} \\ p_{000} + p_{010} + p_{001} + p_{011} + p_{111} + p_{211} = 1 \end{array} \right.$$

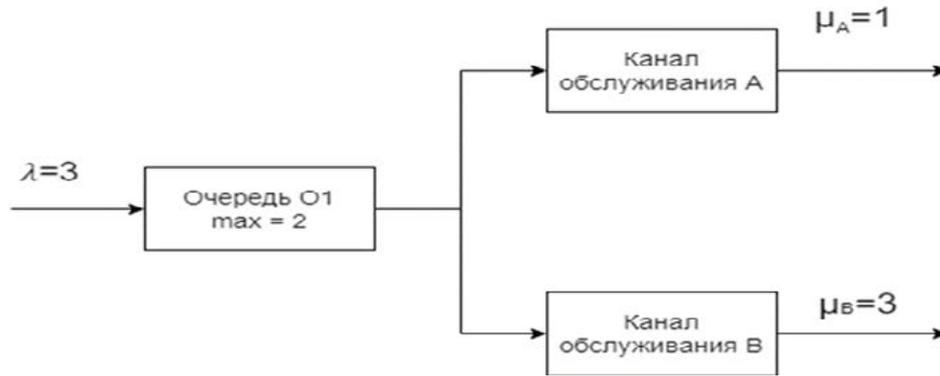


Рис. 2. Концептуальная схема моделируемой системы массового обслуживания

Примечание: составлено авторами.

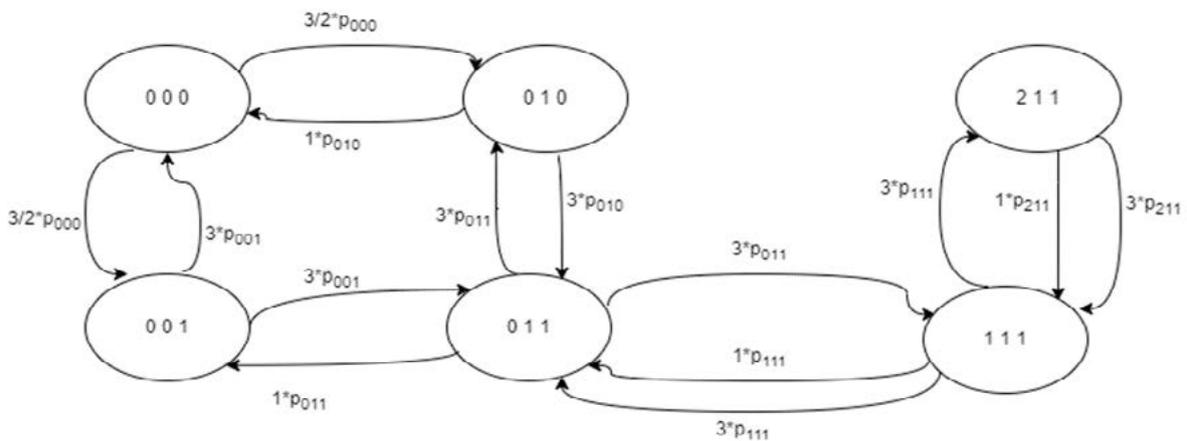


Рис. 3. Граф состояний системы

Примечание: составлено авторами.

- $p_{000} = 0.154589371980676$ ;
- $p_{010} = 0.231884057971014$ ;
- $p_{001} = 0.0772946859903382$ ;
- $p_{011} = 0.231884057971014$ ;
- $p_{111} = 0.173913043478261$ ;
- $p_{211} = 0.130434782608696$ .

Была найдена доля простоя первого канала обслуживания. Это сумма вероятности нахождения системы в состоянии, когда первый канал обслуживания простаивает, или  $p_{000} + p_{001}$ .

$$P_{\text{простоя канала А}} = p_{000} + p_{001} = 0,154589371980676 + 0,0772946859903382 = 0,23188405797$$

23,19% времени с момента равновесного состояния будет простаивать первый канал обслуживания.

Найдена доля простоя второго канала обслуживания. Это сумма вероятности нахождения системы в состоянии, когда второй канал обслуживания простаивает, или  $p_{000} + p_{010}$ .

$$P_{\text{простоя канала В}} = p_{000} + p_{010} = 0,154589371980676 + 0,231884057971014 = 0,38647342995$$

38,65% времени с момента равновесного состояния будет простаивать второй канал обслуживания.

Была просчитана средняя доля простоя каналов.

$$P_{\text{простоя}} = \frac{P_{\text{простоя канала А}} + P_{\text{простоя канала В}}}{2} = \frac{0,23188405797 + 0,38647342995}{2} = 0,30917874396$$

Просчитаем долю отказов:

$$P_{\text{отказа}} = p_{211} = 0,130434782608696$$

13% времени пришедшие требования будут уходить в отказ, или доля пришедших заказов равна 0,13. В среднем  $p_{211} * \lambda = 0,130434782608696 * 3 = 0,39130434782$  требований будет уходить в отказ за единицу времени.

Посчитана средняя доля обслуженных требований. Это сумма пришедших требований минус количество требований ушедших в отказ, или  $3 - 0,39130434782 = 2,60869565218$ .

$$P_{\text{обслуживания}} = 1 - p_{\text{отказа}} = 1 - 0,130434782608696 = 0,86956521739.$$

87% пришедших требований будет обслужено.

Код был написан на языке программирования Python, а также проведен запуск программы и анализ полученных результатов (рис. 4–6).

Было установлено, что канал А простаивает реже, хотя ожидалось обратное, согласно чему напрашивается вывод о высокой производительной загрузке и повышенной эффективности производства. Канал В, напротив, простаивает больше ожидаемого. В отношении средних показателей доля простоев ниже, чем ожидалось, а средняя доля отказов выше

```
Общее количество пришедших требований: 81
Количество обслуженных требований 70
Доля обслуженных требований: 0.8641975308641975
Количество отказов: 11
Доля отказов: 0.13580246913580246
Средняя доля времени простоя канала А: 0.09611111111111111
Средняя доля времени простоя канала В: 0.41
Средняя доля времени простоя обоих каналов обслуживания: 0.25305555555555553
```

Рис. 4. Результат выполнения программы  
Примечание: составлено авторами.

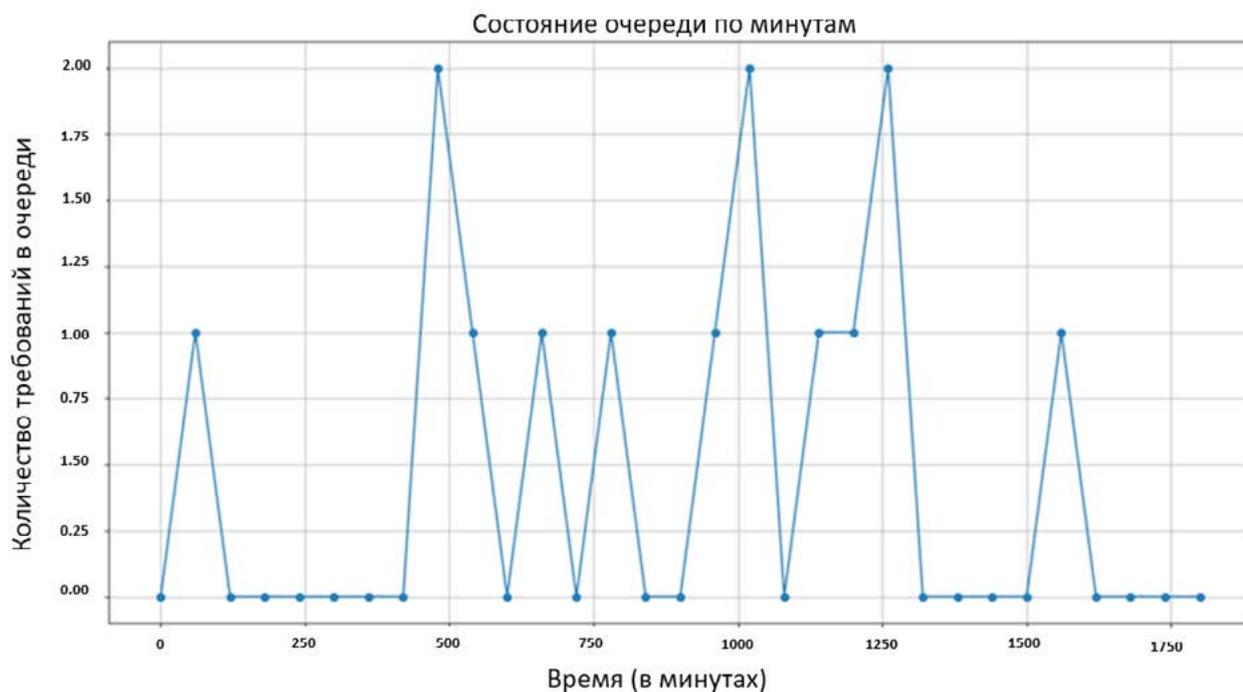


Рис. 5. График количества требований в очереди на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

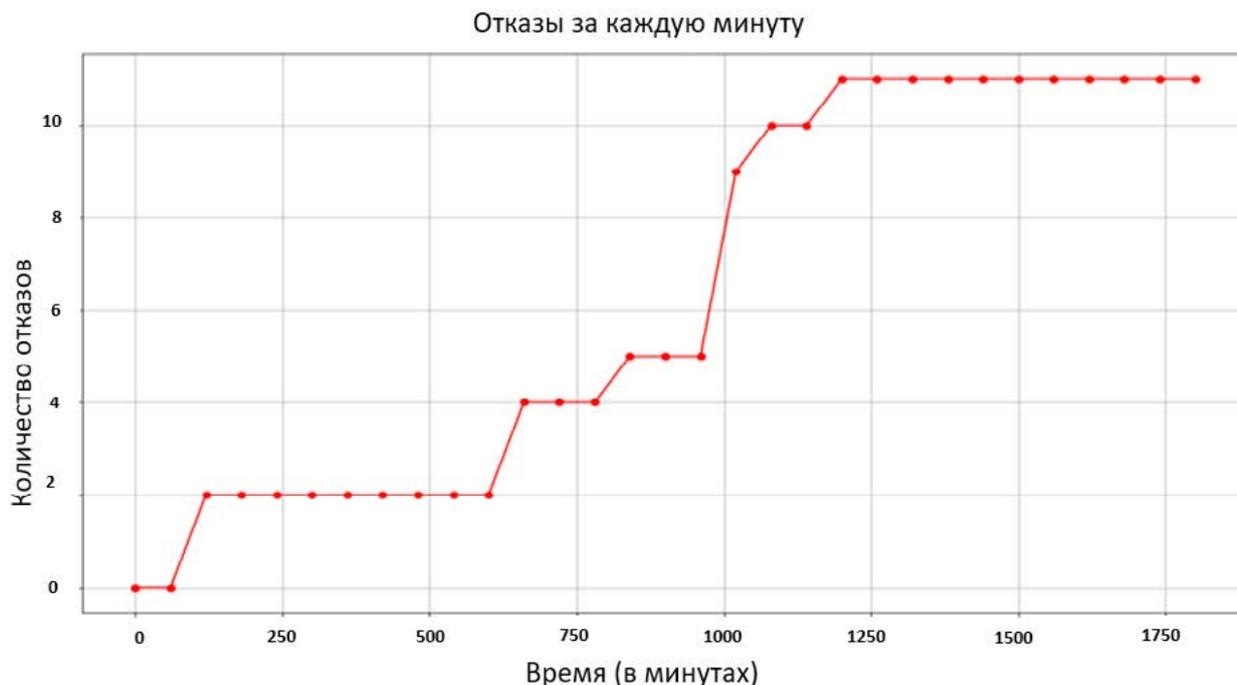


Рис. 6. График количества отказов на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

ожидаемых значений. При этом на такие показатели доли отказов указывают перегрузы системы. Обслуженные требования имеют взаимосвязь с долей отказов, что говорит о приближенных значениях к ожидаемым показателям.

Был проведен повторный запуск программы (рис. 7–9).

При повторном запуске характеристики канала А и В остались неизменными. Доля простоев также оказалась, как и при первом запуске, ниже ожидаемых значений. Доля отказов существенно ниже ожидаемой, что является признаком высокой пропускной способности системы или улучшенной эффективности процессов обслуживания. Можно сделать вывод, согласно которому в условиях, когда нагруз-

ка распределяется равномерно, система способна обрабатывать большее количество задач за единицу времени без возникновения узких мест или перегрузок. Это позволяет максимизировать использование доступных ресурсов и повысить общую эффективность работы.

Для достижения состояния равновесия и повышения точности прогнозируемых значений рекомендуется продлить время работы системы. Длительное функционирование позволит системе стабилизироваться и приблизиться к теоретически предсказанным показателям работы. В условиях равновесного состояния система демонстрирует более высокую надежность и воспроизводимость результатов, что крайне важно для имитационных моделей.

```
Общее количество пришедших требований: 79
Количество обслуженных требований 73
Доля обслуженных требований: 0.9240506329113924
Количество отказов: 6
Доля отказов: 0.0759493670886076
Средняя доля времени простоя канала А: 0.183888888888888888
Средняя доля времени простоя канала В: 0.417222222222222222
Средняя доля времени простоя обоих каналов обслуживания: 0.30055555555555556
```

Рис. 7. Результат повторного запуска программы  
Примечание: составлено авторами.

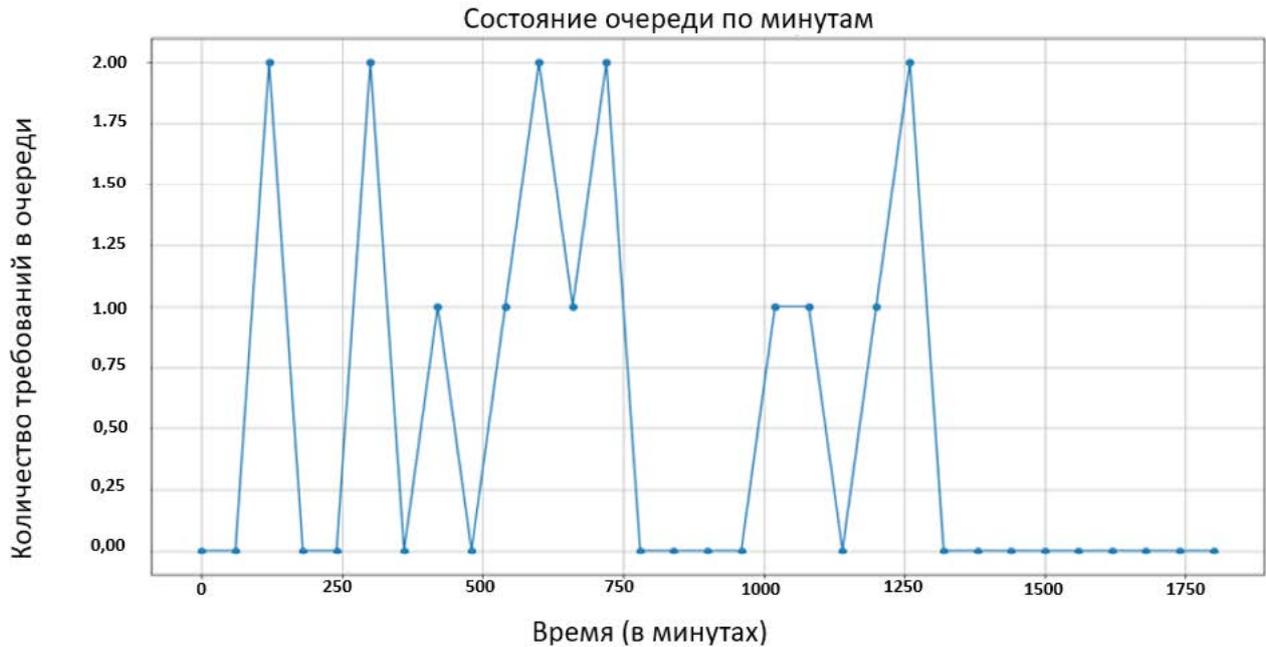


Рис. 8. График количества требований в очереди на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

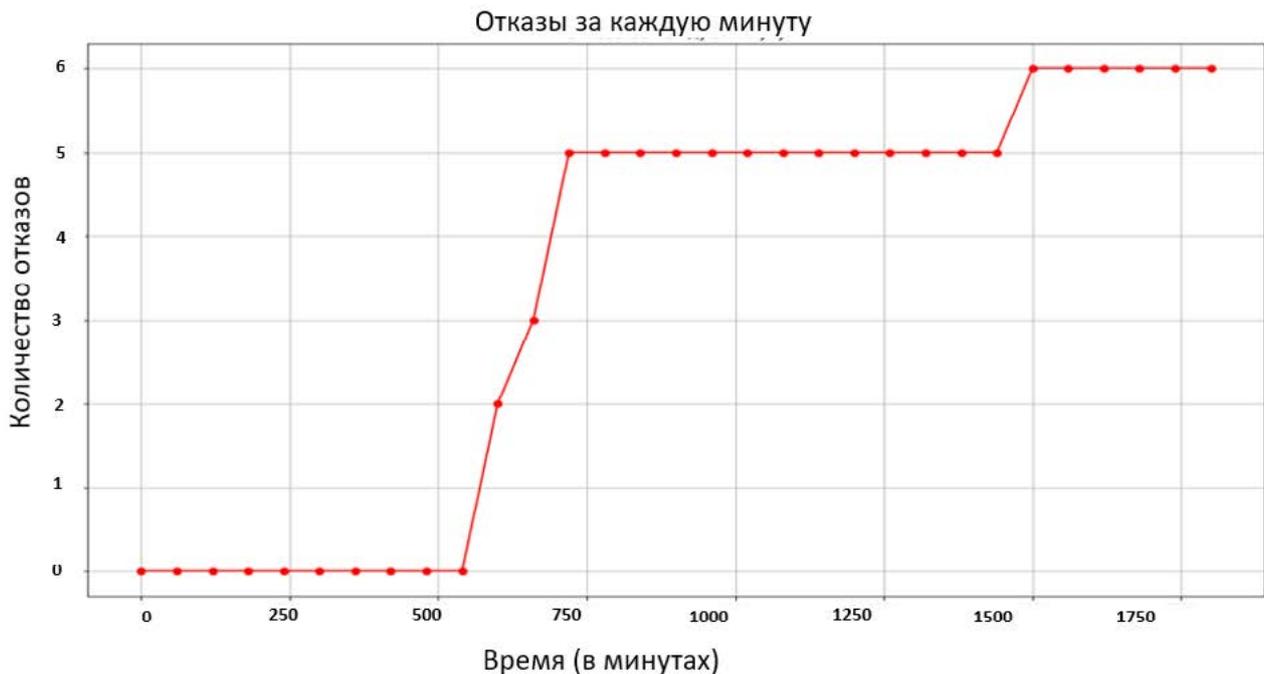


Рис. 9. График количества отказов на конец каждой минуты  
Примечание: составлено авторами.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, имитационные модели играют важную роль в предсказании поведения сложных систем и позволяют выявить узкие места до их возникновения в реальных

условиях эксплуатации. Успешная работа такой модели свидетельствует о правильности выбранных стратегий управления и возможности их применения для оптимизации реальных систем в будущем.

### Список источников

1. Бакаева О. А., Сафонов В. И. Моделирование систем массового обслуживания с использованием сред программирования // Актуальные проблемы математики, механики, естествознания и образования. 2021. С. 28–33.
2. Линкина А. В., Блинов Р. А. Моделирование систем массового обслуживания (на примере решения задач геопространственной обработки данных) // Вестник Воронежского института высоких технологий. 2021. № 1. С. 36–38.
3. Астраханцева И. А., Горев С. В., Астраханцев Р. Г. Фрактальный анализ в оценке эффективности и надежности сложных технических систем // Современные наукоемкие технологии. Региональное приложение. 2023. № 4. С. 60–68.
4. Афонин В. В., Никулин В. В. Оптимизация многоканальных систем массового обслуживания при больших нагрузках // Вестник Астраханского государственного технического университета. Серия: Управление, вычислительная техника и информатика. 2020. № 3. С. 105–115.
5. Бобков С. П., Русанов К. И., Галиаскаров Э. Г. Сравнение аналитического и имитационного подходов к моделированию систем массового обслуживания // Сборник научных трудов ВУЗов России «Проблемы экономики, финансов и управления производством». 2022. № 50. С. 162–168.
6. Таратун В. Е., Шаперова В. С. Имитационное моделирование как подход в решении задач систем массового обслуживания // Системный анализ и логистика. 2020. № 4. С. 35–44.
7. Афонин В. В., Федосин С. А. Моделирование систем. М.: Лаборатория знаний, 2019. 231 с.
8. Исмаил А. И. М. Имитационное моделирование систем массового обслуживания // Apriori. Серия: Естественные и технические науки. 2016. № 2. С. 9.

### Информация об авторах

**А. А. Богнюков** – студент;  
bogniukovv@gmail.com✉

**Д. Ю. Зорькин** – преподаватель;  
mosh285@gmail.com

**Е. Г. Шведов** – кандидат физико-математических наук, доцент;  
<https://orcid.org/0000-0002-7401-4320>,  
esheg@rambler.ru

### References

1. Bakaeva O. A., Safonov V. I. Modelirovanie sistem massovogo obsluzhivaniya s ispolzovaniem sred programmirovaniya. *Aktualnye problemy matematiki, mekhaniki, estestvoznaniya i obrazovaniya*. 2021:28–33. (In Russ.).
2. Linkina A. V., Blinov R. A. Modeling of mass service systems (on the example of solving the problems of geospatial data processing). *Bulletin of the Voronezh Institute of High Technologies*. 2021;(1):36–38. (In Russ.).
3. Astrakhantseva I. A., Gorev S. V., Astrakhantsev R. G. Fractal-based analysis of efficiency and reliability in complex engineering systems. *Modern High Technologies. Regional Application*. 2023;(4):60–68. (In Russ.).
4. Afonin V. V., Nikulin V. V. Optimization of queuing systems under significant loads. *Vestnik of Astrakhan State Technical University. Series: management, computer science and informatics*. 2020;(3):105–115. (In Russ.).
5. Bobkov S. P., Rusanov K. I., Galiaskarov E. G. Comparison of Analytical and Simulation Approaches to Modeling Queuing Systems. In: *Collection of scientific articles: Problemy ekonomiki, finansov i upravleniya proizvodstvom*. 2022. No. 50. p. 162–168. (In Russ.).
6. Taratun V. E., Shaperova V. S. Simulation modeling as an approach in solving the problems of mass service systems. *System Analysis and Logistics*. 2020;(4):35–44. (In Russ.).
7. Afonin V. V., Fedosin S. A. Modelirovanie sistem. Moscow: Laboratoriya znaniy; 2019. 231 p. (In Russ.).
8. Ismail A. I. M. Simulation modeling of queueing systems. *Apriori. Series: Estestvennye i tekhnicheskije nauki*. 2016;(2):9. (In Russ.).

### About the authors

**A. A. Bognyukov** – Student;  
bogniukovv@gmail.com✉

**D. Yu. Zorkin** – Lecturer;  
mosh285@gmail.com

**E. G. Shvedov** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent;  
<https://orcid.org/0000-0002-7401-4320>,  
esheg@rambler.ru

Научная статья

УДК 004.42

<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-9>



## Компьютерное моделирование динамики численности популяций на основе модифицированной модели Лотки – Вольтерра

**Роман Николаевич Никулин**<sup>✉</sup>, **Оксана Алексеевна Авдеюк**

*Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия*

**Аннотация.** Статья посвящена разработке модели динамики численности популяций на основе модели «хищник – жертва», учитывающей одновременное наличие в системе нескольких видов хищников и жертв, а также случайные изменения в количестве растительности за счет антропогенного воздействия и биотических факторов. Учет растительности как источника пищи для жертв хищников дополняет модель, делая ее более реалистичной и комплексной. Графики зависимости численности популяций от времени и фазовые портреты системы помогают в визуализации результатов моделирования и выявлении основных закономерностей. В целом разработка такой программы и использование ее в учебном процессе является отличным инструментом для обучения студентов, позволяя им применить теоретические знания на практике, провести анализ данных и сделать выводы о динамике популяций в экосистеме.

**Ключевые слова:** модель динамики популяций, модель Лотки – Вольтерра, Python, система дифференциальных уравнений, компьютерное моделирование, компьютерная программа

**Для цитирования:** Никулин Р. Н., Авдеюк О. А. Компьютерное моделирование динамики численности популяций на основе модифицированной модели Лотки – Вольтерра // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 60–67. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-9>.

Original article

## Computer modeling of population dynamics based on the modified Lotka–Volterra model

**Roman N. Nikulin**<sup>✉</sup>, **Oksana A. Avdeyuk**

*Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia*

**Abstract.** The article describes the modeling of population dynamics based on predator–prey model, which considers simultaneous presence of several predator and prey species in system, as well as random changes in the amount of vegetation due to anthropogenic and biotic factors. The model incorporates vegetation as a food source for prey, resulting in a more realistic and comprehensive model. Population over time graphs and phase portraits of the system provide visualization of the modeling results and highlight key patterns. Such programs are excellent tools for teaching students, enabling them to practically apply theoretical knowledge, analyze data, and draw conclusions about population dynamics in ecosystems.

**Keywords:** population dynamics model, Lotka–Volterra model, Python, system of differential equations, computer modeling, computer program

**For citation:** Nikulin R. N., Avdeyuk O. A. Computer modeling of population dynamics based on the modified Lotka–Volterra model. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):60–67. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-9>.

## ВВЕДЕНИЕ

Во многих случаях из-за невозможности прямого исследования реальных систем используют математическое моделирование и численную реализацию построенных моделей изучаемых процессов в виде компьютерных программ [1, 2]. Одной из таких задач является исследование динамики численности популяций животных.

Наиболее известной моделью «хищник – жертва» является модель, разработанная Лотки и Вольтерра и опубликованная в 1926 г. [3], которая в дальнейшем многократно корректировалась, и ее применение вышло далеко за рамки изначальной системы «хищник – жертва». Например, данная модель нашла применение в таких областях науки, как химия, физика плазмы, гидродинамика, экономика [4], а в работе [5] показана возможность использования рассматриваемой модели в политике и истории. Указанная модель изучается в вузовском курсе биофизики, включающем лабораторный практикум. Изучение динамики популяций на примере системы «хищник – жертва» целесообразно организовать в виде виртуальной лабораторной работы.

В настоящее время существуют программы, реализующие ту или иную модификацию модели «хищник – жертва». Например, в работе [6] приведена программа, реализованная в системе Matlab, но она неудобна для проведения лабораторной работы по дисциплине «Биофизика», так как студентам предлагается изменять параметры в тексте самой программы, для чего они должны обладать навыками работы в Matlab. Была предложена программа, реализующая простейшую модель «хищник – жертва», содержащую минимум параметров и пригодную только для первоначального ознакомления с рассматриваемой системой [7].

Практический интерес представляет разработка компьютерной программы на основании свободно распространяемого ПО, реализующей модель «хищник – жертва», учитывающей антропогенное и биотическое влияние на количество растительной пищи и имеющей простой и удобный интерфейс,

позволяющий в течение лабораторного занятия ознакомиться с программой, выбрать необходимые параметры, провести моделирование и анализ результатов. Целью исследования является построение компьютерной программы, адаптированной для использования в учебном процессе в качестве виртуальной лабораторной работы и реализующей модель динамики численности популяций, которая учитывает взаимодействие более двух видов животных и ряд других параметров, повышающих адекватность модели.

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для построения математической модели обычно делают следующие предположения:

- пищевые ресурсы находятся в избытке, что позволяет иметь благоприятные условия для выживания и развития всех популяций;
- у популяций, имеющих достаточное количество пищи, прирост численности в единицу времени должен быть прямо пропорционален численности вида, помноженной на коэффициент рождаемости данной популяции;
- если среди индивидуумов различных популяций возникает борьба за пищевой ресурс, то его количество для каждой популяции будет зависеть от произведения числа особей на коэффициент, характеризующий межвидовую конкуренцию;
- количество погибших особей за выбранный период времени составляет определенную долю от численности популяции;
- если определенный пищевой ресурс ограничен и его используют несколько видов, то доля этого ресурса, используемая видом в единицу времени, равна произведению численности популяции этого вида на соответствующий коэффициент;
- в системе «хищник – жертва» рост численности популяции хищников напрямую зависит от вероятности встречи с представителями популяции их жертв.

В результате можно получить систему дифференциальных уравнений, описывающую поведение двух популяций (1):

$$\begin{aligned} \frac{dN_1}{dt} &= a_1 N_1 + b_{12} N_1 N_2 - c_1 N_1^2, \\ \frac{dN_2}{dt} &= a_2 N_2 + b_{21} N_1 N_2 - c_2 N_2^2, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $N_1, N_2$  – численности первой и второй популяций соответственно;

$a_i$  – коэффициенты собственных скоростей роста видов;

$c_i$  – константы самоограничения численности;

$b_{ij}$  – константы взаимодействия видов [8].

В зависимости от значений  $b_{12}$  и  $b_{21}$  меняется тип взаимодействия видов между собой (индексы 1 и 2 относятся к разным видам).

Система дифференциальных уравнений, описывающая взаимодействие популяций типа «хищник – жертва» или «паразит – хозяин», имеет вид (2):

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= x_1 (a_1 - b_{12} x_2 - c_1 x_1), \\ \frac{dx_2}{dt} &= x_2 (a_2 + b_{21} x_1 - c_2 x_2). \end{aligned} \quad (2)$$

Вне зависимости от параметров системы в ее начале координат находится неустойчивый узел (3).

$$x_1^{(1)} = 0, x_2^{(1)} = 0. \quad (3)$$

Кроме этого, существует три других потенциальных состояния равновесия (4)–(6):

$$x_1^{(3)} = \frac{a_1}{c_1}, x_2^{(3)} = 0, \quad (4)$$

$$x_1^{(2)} = 0, x_2^{(2)} = \frac{a_2}{c_2}, \quad (5)$$

$$x_1^{(4)} = \frac{a_1 c_1 - a_2 b_{12}}{c_1 c_2 + b_{12} b_{21}}, x_2^{(4)} = \frac{a_2 c_1 + a_1 b_{21}}{c_1 c_2 + b_{12} b_{21}}. \quad (6)$$

Уравнения (4)–(6) показывают, что в рассматриваемой системе возможны три случая:

– останется только популяция жертв (4);

– останется только популяция хищников (5);

– останутся обе популяции и будут сосуществовать вместе (6).

Рассмотрим третий случай, в котором популяции хищников и жертв устойчиво сосуществуют и их динамика определяется выражением (6).

Отметим, что сингулярная точка может проявляться как устойчивый узел или фокус – это зависит от соотношений параметров. Однако если в обоих уравнениях отсутствуют слагаемые, характеризующие процессы саморегуляции популяций ( $c_1 = c_2 = 0$ ), то система уравнений (2) описывает модель Лотки – Вольтерра. Но если произойдет небольшое случайное отклонение, то эти колебания могут привести к полному вымиранию одного из видов.

Рассмотрим систему с неиссякаемым запасом растительности, который остается постоянным, что приводит безграничному увеличению популяции кроликов.

Кролики и растительность – это два ключевых фактора, определяющих бесконечное размножение кроликов. Взаимодействие между ними происходит спонтанно, что ведет к неограниченному росту популяции. Такая взаимосвязь является результатом второго закона термодинамики. Однако наличие лисиц (хищников) в такой системе влияет на характер изменения численности кроликов. Лисицы рассматривают кроликов как свою добычу и начинают охоту. Если растительности много, то возрастает число кроликов, что, в свою очередь, приводит к возрастанию численности лисиц.

С другой стороны, если учесть охоту человека на лисиц с целью добычи меха, то в данном случае лисицы выступают в роли жертв, подвергаясь истреблению или гибели по мере их размножения. Процесс охоты на лисиц можно считать способом вывода из системы энергии, тогда всю систему можно рассматривать как диссипативную структуру и описать ее системой дифференциальных уравнений. Описанный процесс имеет две стадии автокатализа с положительной обратной связью. Одна из них – «производство» кроликов, которые питаются растительностью.

Рассматриваемая система зависит от соотношения параметров и коэффициентов. При неправильно подобранных параметрах численность лисиц может оказаться настолько большой, что численность кроликов резко снизится и может достигнуть такого критического значения, после которого оно уже не восстановится, вследствие чего снизится и численность лисиц, которое также достигнет критического значения, ведущего к вымиранию популяции.

В природе такая структура имеет эффект диссипации, поэтому взаимодействие различных видов часто сопровождается циклическими колебаниями в численности популяций. Зная значения численности популяций в данный момент времени и используя рассматриваемую модель, можно предсказать эти значения в выбранный момент времени в будущем, так как изменения численности популяций носят периодический характер.

За основу возьмем систему дифференциальных уравнений, известную как модель Вольтерра для взаимодействия хищников и жертв. Ранее Лотка также применил подобную систему при изучении автокаталитических химических процессов. В связи с этим в литературе такая модель получила название модели Лотки – Вольтерра (7)–(8),

$$\frac{d}{dt} R(t) = k_{rb}GR(t) - k_{rd}R(t)F(t), \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} F(t) = k_{fb}R(t)F(t) - k_{fd}F(t), \quad (8)$$

где  $k_{rb}$  – коэффициент рождаемости кроликов;  
 $k_{rd}$  – коэффициент смертности кроликов;  
 $k_{fb}$  – коэффициент рождаемости лис;  
 $k_{fd}$  – коэффициент смертности лис в результате деятельности охотников.

Заметим сразу, что данная система обладает возможностью достижения устойчивого решения. Это означает, что при фиксированных материальных параметрах системы, которые не изменяются со временем, полностью определяются  $R_0$  и  $F_0$ . Рассмотрим случай, когда производные в уравнениях (7) и (8)

равняются нулю. Таким образом, можно разделить систему уравнений на два независимых уравнения и найти их решения (9)–(10):

$$\begin{aligned} k_{rb}G - k_{rd}F_0 &= 0 \rightarrow k_{rb}G = k_{rd}F_0, \\ k_{fb}R_0 - k_{fd} &= 0 \rightarrow k_{fb}R_0 = k_{fd}, \end{aligned} \quad (9)$$

откуда:

$$F_0 = \frac{k_{rb}G}{k_{rd}}, R_0 = \frac{k_{fd}}{k_{fb}}. \quad (10)$$

Отсюда видно, что популяция лисиц определяется исключительно параметрами кроликов, а популяция кроликов – параметрами лисиц, при этом неявно учитывается деятельность охотников.

В случае отклонения начальных параметров от установленных значений наблюдается колебательный процесс, в котором популяции периодически увеличиваются и уменьшаются в зависимости от коэффициентов и начальных параметров. В процессе охоты хищников на жертв количество последних сокращается, и когда оно достигает значения  $R_0$ , численность хищников также начинает убывать вместе с уменьшением числа жертв. Сокращение численности жертв продолжается, пока количество хищников не достигнет значения  $F_0$ , после чего начинает возрастать численность популяции жертв. В результате жертв становится достаточно для увеличения количества хищников и численность обеих популяций увеличивается, что приводит к повторению процесса.

Рассмотренная модель имеет несколько недостатков. С математической точки зрения система достаточно грубая, так как даже малейшие изменения хотя бы одного из коэффициентов приводят к значительным изменениям в поведении системы, а с биологической – не учитывается насыщение, ограниченность ресурсов и другие факторы.

Таким образом, представленная модель, хотя и отражает взаимодействие между популяциями хищников и жертв, имеет свои ограничения как с точки зрения математики, так и с точки зрения биологии. Для полного пони-

мания и адекватного описания рассматриваемой системы требуется учет дополнительных факторов и принципиальных свойств, характерных для таких взаимодействий.

Исходная модель «хищник – жертва» предполагает наличие только одного вида хищника и одного вида жертвы. Однако в реальности, в природе, существует множество различных видов как животных-хищников, так и жертв.

Поэтому предположим, что одновременное добавление нескольких видов жертв и хищников в исходную модель «хищник – жертва» может значительно усовершенствовать ее функционал и расширить возможности для исследования динамики популяций. Одной из таких возможностей является анализ взаимодействия различных видов хищников и жертв, а также факторов, влияющих на эти взаимодействия.

При построении более сложной модели, учитывающей одновременно несколько видов жертв и хищников, учтем, что лисицы помимо кроликов охотятся и на мышей, популяция которых  $M$  часто очень велика (11)–(14).

$$\frac{d}{dt} M(t) = k_{mb} GM(t) - k_{md} M(t) F(t). \quad (11)$$

Здесь учтено, что увеличение численности мышей зависит от параметра  $G$ , который характеризует наличие растений, семенами которых они питаются. Теперь добавим в уравнение для популяции лисиц сумму  $(R+M)$ , связанную с численностью двух видов жертв (кролики + мыши):

$$\frac{d}{dt} F(t) = k_{fb} (R(t) + M(t)) F(t) - k_{fd} F(t). \quad (12)$$

Добавим в систему еще одного хищника – популяцию сов  $O$  и соответствующее уравнение:

$$\frac{d}{dt} O(t) = k_{ob} (M(t) + R(t)) O(t) - k_{od} O(t). \quad (13)$$

Для предотвращения неограниченного увеличения количества сов будем считать, что они сами является жертвой для других хищников (например, ястребов).

С учетом уравнений (11)–(13), система дифференциальных уравнений, описываю-

щая взаимодействие указанных выше популяций, примет вид (14):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} R(t) &= k_{rb} GR(t) - k_{rd} R(t) F(t) O(t), \\ \frac{d}{dt} F(t) &= k_{fb} (R(t) + M(t)) F(t) - k_{fd} F(t), \\ \frac{d}{dt} M(t) &= k_{mb} GM(t) - k_{md} M(t) F(t), \\ \frac{d}{dt} O(t) &= k_{ob} (M(t) + R(t)) O(t) - k_{od} O(t). \end{aligned} \quad (14)$$

В исходной модели «хищник – жертва» не учитывается антропогенное и биотическое влияние на количество растительной пищи, которая важна для существования и развития травоядных, которые являются пищей (жертвами) для хищников. Деятельность человека приводит к изменению условий окружающей среды, что сказывается на наличии и количестве растительности, что напрямую влияет на численности и хищников, и их жертв.

Добавление случайных изменений в количестве травы, отражающее антропогенные и биотические факторы, усовершенствует модель «хищник – жертва», что позволяет более точно отражать сложную структуру экосистемы и корректно описывать биологические процессы [9, 10].

Для учета изменения среды вследствие антропогенных и абиотических факторов в первое и третье уравнения системы (14) необходимо добавить колебания параметра, характеризующего доступную растительность (15)–(16):

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} R(t) &= k_{rb} (G + A \sin(w \cdot t) + B \sin(w \cdot t)) \cdot R(t) \cdot \\ &\quad \cdot k_{rd} R(t) F(t) O(t), \\ \frac{d}{dt} M(t) &= k_{mb} (G + A \sin(w \cdot t) + B \sin(w \cdot t)) \cdot \\ &\quad \cdot M(t) \cdot k_{md} M(t) F(t). \end{aligned} \quad (15)$$

В результате система уравнений принимает окончательный вид:

$$\frac{d}{dt}R(t) = k_{rb}(G + A\sin(w \cdot t) + B\sin(w \cdot t)) \cdot R(t) - k_{rd}R(t)F(t)O(t),$$

$$\frac{d}{dt}F(t) = k_{fb}(R(t) + M(t))F(t) - k_{fd}F(t), \quad (16)$$

$$\frac{d}{dt}M(t) = k_{mb}(G + A\sin(w \cdot t) + B\sin(w \cdot t)) \cdot M(t) - k_{md}M(t)F(t)$$

$$\frac{d}{dt}O(t) = k_{ob}(M(t) + R(t))O(t) - k_{od}O(t).$$

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Построенная модель позволяет установить связь между численностью популяций, коэффициентами их взаимодействия и начальными значениями популяций с учетом антропогенных и абиотических факторов и при их отсутствии, с помощью расчета изменения

во времени численности рассматриваемых популяций и анализа фазовых портретов.

С целью реализации данной модели построена компьютерная программа с использованием языка Python и библиотек, необходимых для создания приложений [11–13], в которой для решения системы дифференциальных уравнений используется метод Рунге – Кутты четвертого порядка.

Скриншот окна программы с начальными параметрами приведен на рис. 1.

В качестве примера на рис. 2 приведен результат работы программы. В левой части рисунка – график изменения численностей популяций в зависимости от времени, а в правой – фазовый портрет системы.

Разработанная программа, кроме научных исследований, используется в учебном процессе в рамках изучения курса «Биофизика» в качестве компьютерной лабораторной работы.

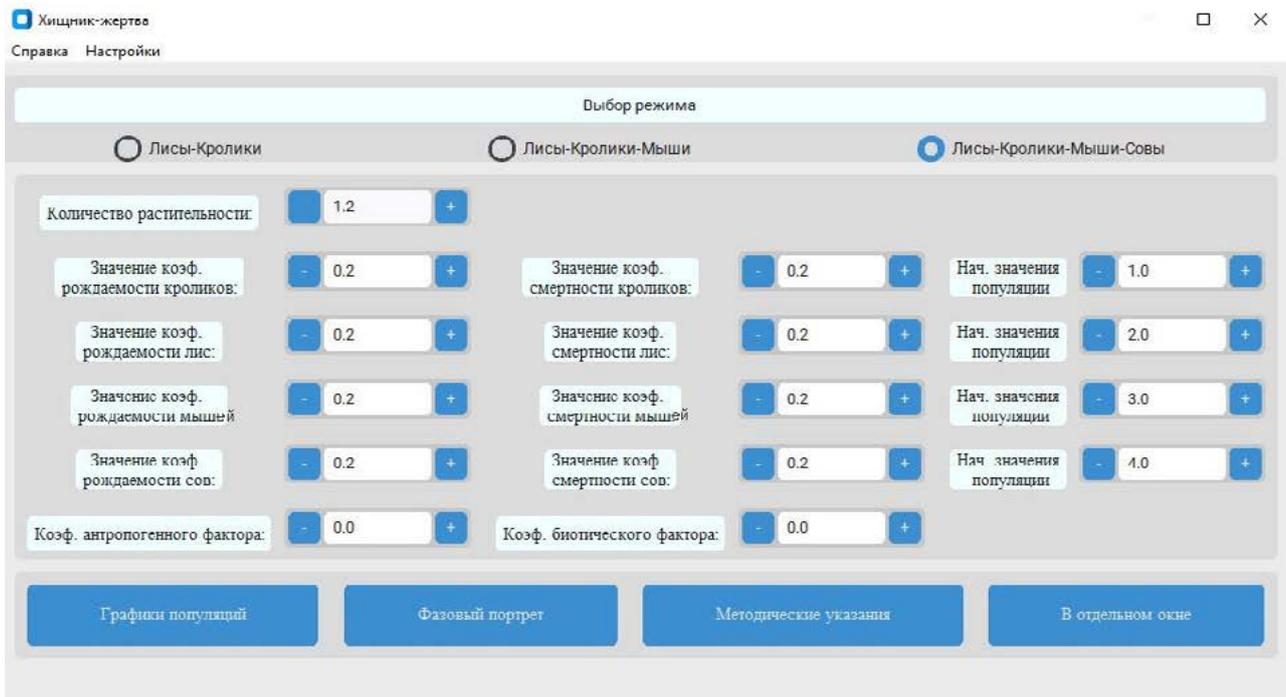


Рис. 1. Начальные параметры модифицированной модели «хищник – жертва»

Примечание: составлено авторами.

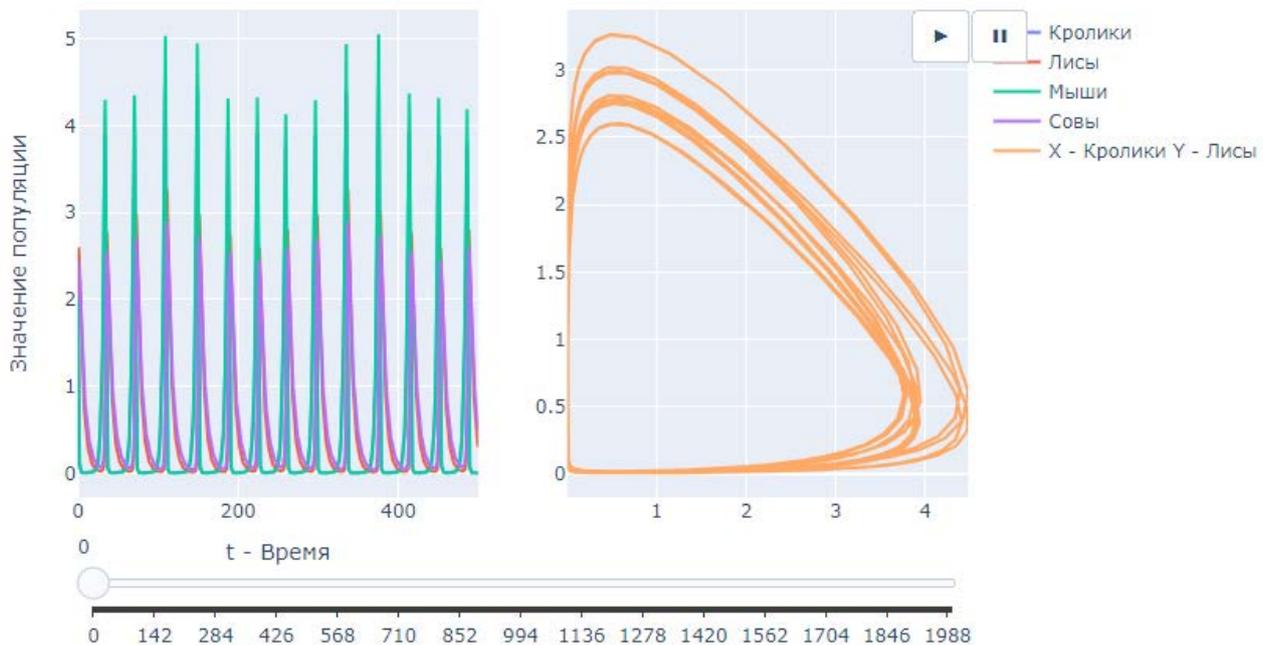


Рис. 2. Результаты моделирования  
Примечание: составлено авторами.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исходя из модели Лотки – Вольтерра, была разработана модель динамики популяций, учитывающая взаимодействие нескольких видов животных, как, например, двух хищников и двух жертв. Эта модель также учитывает наличие растительности, которая является основным источником питания для жертв хищников в данном контексте. Для упрощения вычислений на основе этой модели была разработана компьютерная программа. Эта программа

позволяет строить графики изменения численности популяций со временем и фазовые портреты системы на основе выбранных начальных данных. Она имеет интуитивно понятный интерфейс и предназначена для использования в учебных целях, в частности в лабораторных занятиях по дисциплине «Биофизика». Пользователи могут также ознакомиться с методическими рекомендациями, касающимися выполнения лабораторной работы по модели «хищник – жертва» внутри программы.

## Список источников

1. Никулин Р. Н., Шерстобитов С. О., Авдеюк О. А. и др. Компьютерное моделирование численности проточных и непроточных культур микроорганизмов // Инженерный вестник Дона. 2023. № 8. С. 650–658.
2. Никулин Р. Н., Никулина М. П., Грецова Н. В. и др. Моделирование биологических структур с помощью электрических эквивалентных схем замещения // Инженерный вестник Дона. 2020. № 2. С. 15.
3. Lotka A. J. Elements of physical biology. Baltimore: Williams & Wilkins, 1926. 495 p.
4. Diz-Pita E., Otero-Espinar M. V. Predator–Prey Models: A Review of Some Recent Advances // Mathematics. 2021. Vol. 9, no. 15. P. 1783. <https://doi.org/10.3390/math9151783>.
5. О возможности использования экологической модели в политике и в истории. URL: <http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Analogies.pdf> (accessed: 04.02.2025). (In Russ.).

## References

1. Nikulin R. N., Sherstobitov S. O., Avdeyuk O. A. et al. Computer modeling of the number of flowing and non-flowing cultures of microorganisms. *Engineering Journal of Don*. 2023;(8):650–658. (In Russ.).
2. Nikulin R. N., Nikulina M. P., Gretsova N. V. et al. Modeling biological structures using electrical equivalent equivalent circuits. *Engineering Journal of Don*. 2020;(2):15. (In Russ.).
3. Lotka A. J. Elements of physical biology. Baltimore: Williams & Wilkins; 1926. 495 p.
4. Diz-Pita E., Otero-Espinar M. V. Predator–Prey Models: A Review of Some Recent Advances. *Mathematics*. 2021;9(15):1783. <https://doi.org/10.3390/math9151783>.
5. O vozmozhnosti ispolzovaniya ekologicheskoy modeli v politike i v istorii. URL: <http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Analogies.pdf> (accessed: 04.02.2025). (In Russ.).

- geokhi.ru/ DocNaturphilosophy /Analogies.pdf (дата обращения: 04.02.2025).
6. Лисы, Кролики, Мыши, Сова и Охотники. URL: [http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Bohr's%20pair\\_3.pdf](http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Bohr's%20pair_3.pdf) (дата обращения: 04.02.2025).
  7. Казачков И. А., Гусева Е. Н. Компьютерная модель «Хищник-Жертва» // Современные научные исследования и инновации. 2017. № 1. С. 718–722.
  8. Романовский Ю. М., Степанова Н. В., Чернавский Д. С. Математическое моделирование в биофизике. Москва – Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 402 с.
  9. Тлегинов М. Т., Бекмуратов Б. М. Экологические особенности популяции *Meriones tamariscinus* в Низовьях Амударьи // Universum: химия и биология. 2022. № 3–1. С. 7–11.
  10. Бекмуратова Д. М. Современное состояние вопроса влияния антропогенного воздействия на динамику численности млекопитающих Приаралья // Мировая наука. 2018. № 6. С. 137–140.
  11. Barry P. Head-first python: A Brain-Friendly Guide. California: O'reilly media, 2016. 624 p.
  12. Rulta J. Python True Book. New York: However Publishing, 2021. 527 p.
  13. Любанович Б. Простой Python. Современный стиль программирования. СПб. : Питер, 2016. 476 с.
  6. Lisy, Kroliki, Myshi, Sovy i Okhotniki. URL: [http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Bohr's%20pair\\_3.pdf](http://www.geokhi.ru/DocNaturphilosophy/Bohr's%20pair_3.pdf) (accessed: 04.02.2025). (In Russ.).
  7. Kazatchkov I. A., Guseva E. N. Computer model “Predator-Victim”. *Modern Scientific Researches and Innovations*. 2017;(1):718–722. (In Russ.).
  8. Romanovsky Yu. M., Stepanova N. V., Chernavsky D. S. *Matematicheskoe modelirovanie v biofizike*. Moscow–Izhevsk: Institut kompyuternykh issledovaniy; 2003. 402 p. (In Russ.).
  9. Tlegenov, M. T., Bekmuratov B. M. Ecological features of the population of *Meriones tamariscinus* in the lower reaches of the Amu Darya. *Universum: Chemistry and Biology*. 2022;(3–1):7–11. (In Russ.).
  10. Bekmuratova D. M. Current state of the question of influence of anthropogenous vosdeysvtiya on dynamics of number of mammals of Priaralya. *Mirovaya nauka*. 2018;(6):137–140. (In Russ.).
  11. Barry P. Head-first python: A Brain-Friendly Guide. California: O'reilly media; 2016. 624 p.
  12. Rulta J. Python True Book. New York: However Publishing; 2021 527 p.
  13. Lubanovic B. Prostoy Python. Sovremennyy stil programmirovaniya. Saint Petersburg: Piter; 2016. 476 p. (In Russ.).

### Информация об авторах

**Р. Н. Никулин** – кандидат физико-математических наук, доцент;  
<https://orcid.org/0000-0002-9042-7985>,  
[nikulin\\_rn@mail.ru](mailto:nikulin_rn@mail.ru)✉

**О. А. Авдеюк** – кандидат технических наук, доцент, декан;  
<https://orcid.org/0000-0001-6201-8773>,  
[oxal2@mail.ru](mailto:oxal2@mail.ru)

### About the authors

**R. N. Nikulin** – Candidate of Sciences (Physics and Mathematics), Docent;  
<https://orcid.org/0000-0002-9042-7985>,  
[nikulin\\_rn@mail.ru](mailto:nikulin_rn@mail.ru)✉

**O. A. Avdeyuk** – Candidate of Sciences (Engineering), Docent, Dean;  
<https://orcid.org/0000-0001-6201-8773>,  
[oxal2@mail.ru](mailto:oxal2@mail.ru)

Научная статья  
УДК 519.862.6  
<https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>



## Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии с чередованием операций $\min$ и $\max$

Сергей Иванович Носков<sup>✉</sup>, Сергей Вячеславович Беляев

Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия

**Аннотация.** В работе дан краткий обзор публикаций по применению нелинейных модельных форм при математическом моделировании комплексных технических и социально-экономических объектов. В частности, рассмотрены: динамика нелинейной системы с двумя степенями свободы, состоящей из заземленного линейного осциллятора, связанного с легкой массой посредством существенно нелинейной и нелинеаризуемой жесткости; описание новой кибернетической структуры, которая может помочь в понимании специфики своевременного развертывания повторяющихся социальных явлений; новая математическая модель для управления циклической безработицей; конфигурация нескольких систем возобновляемой энергии в экопромышленном парке; экономико-математическая модель планирования производства, учитывающая его масштаб и выпуск бракованной продукции.

Рассмотрены однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций  $\min$  и  $\max$ . Задачи вычисления оценок их параметров путем минимизации сумм абсолютных значений ошибок аппроксимации сведены к задачам линейно-булева программирования. Полученные оптимальные значения булевых переменных задачи позволяют выявить порядок срабатывания внешнего минимума и внутренних максимумов в рассматриваемых вложенных моделях. Решен численный иллюстративный пример.

**Ключевые слова:** вложенные кусочно-линейные регрессии, операции  $\min$  и  $\max$ , задача линейно-булева программирования, оцениваемые параметры, программа LP\_solve

**Для цитирования:** Носков С. И., Беляев С. В. Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии с чередованием операций  $\min$  и  $\max$  // Вестник кибернетики. 2025. Т. 24, № 1. С. 68–73. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>.

Original article

## Calculation of parameters estimates in homogeneous nested piecewise linear regression with alternating $\min$ and $\max$ functions

Sergey I. Noskov<sup>✉</sup>, Sergey V. Belyaev

Irkutsk State Transport University, Irkutsk, Russia

**Abstract.** The article provides a brief review of publications on the implementation of nonlinear model forms in mathematical modeling of complex technical and socio-economic objects. Specifically, the following are considered: the dynamics of a nonlinear system with two degrees of freedom, consisting of a grounded linear oscillator connected to a light mass by a substantially nonlinear and nonlinearizable stiffness; the description of a new cybernetic structure that can help in understanding the specifics of timely deployment of recurring social phenomena; a new mathematical model for managing cyclical unemployment; configuration of several renewable energy systems in an eco-industrial park, an economic and mathematical model of production planning that takes into account its scale and the release of defective products.

Homogeneous nested piecewise linear regressions with alternating  $\min$  and  $\max$  functions are studied. The tasks of calculating parameter estimates by minimizing the sums of absolute values of approximation errors are reduced to linear Boolean programming problems. The obtained optimal values of the Boolean variables

of the problem reveal the order of external minimum and internal maximum in the considered nested models. A numerical illustrative case is solved.

**Keywords:** nested piecewise linear regression, min and max functions, linear Boolean programming problem, estimated parameters, LP\_solve

**For citation:** Noskov S. I., Belyaev S. V. Calculation of parameters estimates in homogeneous nested piecewise linear regression with alternating min and max functions. *Proceedings in Cybernetics*. 2025;24(1):68–73. <https://doi.org/10.35266/1999-7604-2025-1-10>.

## ВВЕДЕНИЕ

При анализе с помощью методов математического моделирования комплексных технических и социально-экономических объектов, исследователям приходится, наряду с линейными или сводящимся к линейным конструкциям, применять и весьма сложные, существенно нелинейные модельные формы. Так, в работе R. Neydorf математически обоснована возможность аппроксимационной мультипликативной и аддитивной обработки точечных экспериментальных данных для создания единой математической модели изучаемого объекта или явления в целом [1]. Предлагаемый метод называется аппроксимацией «Cut-glue», так как он основан на «разрезании» хорошо аппроксимируемых интервалов моделируемой зависимости и «склеивании» их в одну аналитическую функцию.

В работе Y. S. Lee и соавт. изучается динамика нелинейной системы с двумя степенями свободы, состоящей из заземленного линейного осциллятора, связанного с легкой массой посредством существенно нелинейной и нелинеаризуемой жесткости [2]. В статье A. V. Pogubov и соавт. показано, что существенно нелинейные модели для твердых тел со сложной внутренней структурой могут быть изучены с использованием феноменологического и структурного подходов [3]. Установлено, что оба подхода приводят к одному и тому же нелинейному уравнению для бегущих продольных волн макродеформации.

Исследование T. C. Devezas и соавт. посвящено описанию новой кибернетической структуры, которая может помочь в понимании специфики своевременного развертывания повторяющихся социальных явлений,

а также обеспечить основу для их применения в качестве полезных инструментов прогнозирования будущего [4]. Н. Zhu и соавт. разработана новая многомерная математическая модель экономической системы с оператором опережения по времени  $\tau$  и нелинейным фактором, отражающим учет ограниченной информации [5].

В статье M. E. Yahyaoui и соавт. представлена основанная на системе нелинейных дифференциальных уравнений новая математическая модель для управления циклической безработицей [6]. Производится классификация рабочей силы на три отдельных класса: принципиальные безработные, занятые лица и циклически безработные люди. В исследовании M. A. Misrol и соавт. на основе математической модели в виде задачи смешанного целочисленного нелинейного программирования изучается конфигурация нескольких систем возобновляемой энергии в экопромышленном парке, который генерирует электроэнергию для внутреннего потребления и экспортирует ее излишки в сеть [7].

В работе M. R. Khamiduulin и соавт. представлена экономико-математическая модель планирования производства, учитывающая его масштаб и выпуск бракованной продукции [8]. В статье A. H. Tegu и соавт. предлагается и анализируется нелинейная математическая модель для изучения вырубки лесных ресурсов в условиях отсутствия четкой информации о полезности леса [9]. Модель имеет форму обыкновенных дифференциальных уравнений. Статья A. Aliyev посвящена анализу научных публикаций по созданию кусочно-линейных экономико-математических моделей в условиях неопределенности в конечномерном векторном пространстве [10].

**Цель** настоящей работы состоит в расширении класса так называемых вложенных кусочно-линейных регрессионных моделей путем рассмотрения зависимостей с чередованием операций  $\min$  и  $\max$ .

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Пусть при анализе некоторого объекта исследователь полагает, что на зависимую (выходную) переменную  $y$  оказывают влияние  $m$  независимых (входных) переменных  $x_i, i = \overline{1, m}$ , допуская тем самым наличие регрессионной связи (1),

$$y_k = F(a; x_{k1}, x_{k2}, \dots, x_{km}) + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (1)$$

где  $k$  – номер наблюдения,  $n$  – их число,  $a$  – вектор подлежащих определению параметров,  $F$  – вещественная, в общем случае нелинейная, аппроксимирующая функция,  $\varepsilon_k$  – ошибки аппроксимации. Будем считать все переменные в модели (1) детерминированными.

В работах [11, 12] одним из авторов предложено несколько форм вложенных кусочно-линейных регрессий, в частности:

– однородная вложенная кусочно-линейная регрессия первого типа (2)

$$y_k = \min \{ \min_{i \in J^1} \{ a_i^1 x_{ki} \}, \dots, \min_{i \in J^G} \{ a_i^G x_{ki} \} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n} \quad (2)$$

и

– однородная вложенная кусочно-линейная регрессия второго типа (3)

$$y_k = \max \{ \max_{i \in J^1} \{ \beta_i^1 x_{ki} \}, \dots, \max_{i \in J^H} \{ \beta_i^H x_{ki} \} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Здесь индексные множества  $I^i, i = \overline{1, G}, J^j, j = \overline{1, H}$  представляют собой подмножества множества номеров независимых переменных  $\{1, 2, \dots, m\}$ . В том случае, когда вычисление оценок параметров вложенных кусочно-линейных регрессий производится путем минимизации сумм модулей ошибок аппроксимации:

$$L = \sum_{k=1}^n |\varepsilon_k| \rightarrow \min,$$

соответствующие задачи могут быть сведены (см, в частности, [13]) к задачам линейно-булева программирования (ЛБП).

По аналогии с вложенными формами (2) и (3) введем в рассмотрение однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций  $\min$  и  $\max$  (4)–(5):

$$y_k = \min \{ \max_{i \in J^1} \{ \beta_i^1 x_{ki} \}, \dots, \max_{i \in J^H} \{ \beta_i^H x_{ki} \} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n} \quad (4)$$

и

$$y_k = \max \{ \min_{i \in J^1} \{ a_i^1 x_{ki} \}, \dots, \min_{i \in J^G} \{ a_i^G x_{ki} \} \} + \varepsilon_k, \quad k = \overline{1, n}. \quad (5)$$

Используя вычислительный прием из работы [13], введем следующие обозначения:

$$v_{kj} = \max_{i \in J^j} \{ \beta_i^j x_{ki} \}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H},$$

$$w_k = \min_{j=1, H} v_{kj}, \quad k = \overline{1, n}.$$

Тогда для вычисления оценок параметров регрессии (4) необходимо решить следующую задачу ЛБП (6)–(16):

$$v_{kj} \geq \beta_i^j x_{ki}, \quad k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (6)$$

$$\beta_i^j x_{ki} - v_{kj} \geq (s_{kij} - 1) M_{ij},$$

$$k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (7)$$

$$\sum_{i \in J^j} s_{kij} = 1, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (8)$$

$$w_k \leq v_{kj}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (9)$$

$$v_{kj} - w_k \leq (1 - r_{kj}) M, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (10)$$

$$\sum_{j=1}^H r_{kj} = 1, \quad k = \overline{1, n}, \quad (11)$$

$$w_k + u_k - d_k = y_k, \quad k = \overline{1, n}, \quad (12)$$

$$u_k \geq 0, d_k \geq 0, \quad k = \overline{1, n}, \quad (13)$$

$$s_{kij} \in \{0, 1\}, \quad k = \overline{1, n}, \quad i \in J^j, \quad j = \overline{1, H}, \quad (14)$$

$$r_{kj} \in \{0, 1\}, \quad k = \overline{1, n}, \quad j = \overline{1, H}, \quad (15)$$

$$\sum_{k=1}^n (u_k + d_k) - \sum_{j=1}^H \sum_{i \in J^j} \delta_{ij} \beta_i^j \rightarrow \min. \quad (16)$$

Здесь  $M_{ij}$ ,  $i \in J^j$ ,  $j = \overline{1, H}$ ,  $M$  – наперед заданные большие, а  $\delta_{ij}$ ,  $i \in J^j$ ,  $j = \overline{1, H}$ , – малые положительные числа.

Займемся теперь решением задачи идентификации параметров регрессии (5). Введем обозначения:

$$p_{kj} = \min_{i \in I^j} \{a_i^j x_{ki}\}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G},$$

$$f_k = \max_{j=1, G} p_{kj}, k = \overline{1, n}.$$

Тогда соответствующая задача ЛБП примет вид (17)–(27):

$$p_{kj} \leq a_i^j x_{ki}, k = \overline{1, n}, i \in J^j, j = \overline{1, G}, \quad (17)$$

$$a_i^j x_{ki} - p_{kj} \leq (1 - s_{kij}) M_{ij}, k = \overline{1, n}, \quad (18)$$

$$i \in J^j, j = \overline{1, G},$$

$$\sum_{i \in I^j} s_{kij} = 1, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (19)$$

$$f_k \geq p_{kj}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (20)$$

$$p_{kj} - f_k \geq (r_{kj} - 1) M, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (21)$$

$$\sum_{j=1}^G r_{kj} = 1, k = \overline{1, n}, \quad (22)$$

$$f_k + u_k - d_k = y_k, k = \overline{1, n}, \quad (23)$$

$$u_k \geq 0, d_k \geq 0, k = \overline{1, n}, \quad (24)$$

$$s_{kij} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}, i \in J^j, j = \overline{1, G}, \quad (25)$$

$$r_{kj} \in \{0, 1\}, k = \overline{1, n}, j = \overline{1, G}, \quad (26)$$

$$\sum_{k=1}^n (u_k + d_k) + \sum_{j=1}^G \sum_{i \in I^j} \delta_{ij} a_i^j \rightarrow \min. \quad (27)$$

Здесь также  $M_{ij}$ ,  $i \in J^j$ ,  $j = \overline{1, G}$ ,  $M$  – наперед заданные большие, а  $\delta_{ij}$ ,  $i \in J^j$ ,  $j = \overline{1, G}$  – малые положительные числа.

Решение задач ЛБП (6)–(16) и (17)–(27) не должно вызывать вычислительных трудностей ввиду значительного количества соответствующих эффективных программных средств – например, популярная программа LPsolve (см, в частности, [14]).

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Рассмотрим простой иллюстративный пример. Пусть исходная выборка данных имеет вид (таблица):

Таким образом,  $n = 6$ ,  $m = 4$ .

Таблица

Выборка данных

$y$	$x_1$	$x_2$	$x_3$	$x_4$
5,183437	13,77754	12,62159	16,13425	4,894745
7,203116	4,084858	5,192301	13,55415	11,57849
8,68362	6,700028	6,489977	19,15316	19,49182
2,674635	11,90554	12,63001	15,20987	12,91793
13,41794	6,204921	3,213104	5,906825	11,44922
17,33108	11,75732	18,52296	0,160812	13,69441

Примечание: составлено авторами.

Индексные множества  $J^1$  и  $J^2$  зададим в виде:  $J^1 = \{1, 2\}$ ,  $J^2 = \{3, 4\}$ , т.е. положим  $H = 2$ .

Будем строить однородную вложенную кусочно-линейную регрессию с чередованием операций  $\min$  и  $\max$  (4) в форме:

$$y_k = \min \{ \max \{ \beta_1^1 x_{k1}, \beta_2^1 x_{k2} \},$$

$$\max \{ \beta_3^2 x_{k3}, \beta_4^2 x_{k4} \} \} + \varepsilon_k, k = \overline{1, 6}.$$

В результате решения задачи ЛБП (7)–(17) получим следующую модель (28):

$$y_k = \min \{ \max \{ 1.34 x_{k1}, 1.38 \}, \max \{ 0.32 x_{k3}, 1.06 x_{k4} \} \} + \varepsilon_k, k = \overline{1, 6}. \quad (28)$$

Приведем значения ключевых переменных задачи:

$$S_1 = \begin{pmatrix} 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \end{pmatrix}, \quad S_2 = \begin{pmatrix} 10 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \\ 01 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} 01 \\ 10 \\ 10 \\ 01 \\ 10 \\ 01 \end{pmatrix}, \quad V = \begin{pmatrix} 18.5139 & 5.1834 \\ 7.2031 & 12.2613 \\ 9.0033 & 20.6414 \\ 17.5212 & 13.6798 \\ 8.3380 & 12.1244 \\ 25.6963 & 14.5021 \end{pmatrix},$$

$$w = (5.1834, 7.2031, 9.0033, 13.6798, 8.338, 14.5021),$$

$$u = (0, 0, 0, 0, 5.0799, 2.8289),$$

$$d = (0, 0, 0.3197, 11.0051, 0, 0).$$

Здесь  $S_1 = \|s_{ki1}\|$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $i \in J^j$ ,  $S_2 = \|s_{ki2}\|$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $i \in J^j$ ,  $R = \|r_{kj}\|$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, H}$ ,  $V = \|v_{kj}\|$ ,  $k = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{1, H}$ .

Анализ результирующих значений булевых переменных позволяет определить порядок срабатываний внешнего минимума и внутренних максимумов в модели (28). Например, в третьем наблюдении внешний минимум реализовался на первом внутреннем максимуме, который, в свою очередь, сработал на независимой переменной  $x_1$ .

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе введены однородные вложенные кусочно-линейные регрессии с чередованием операций  $\min$  и  $\max$ . Задачи идентификации их параметров путем минимизации сумм модулей ошибок аппроксимации сведены к задачам линейно-булева программирования. При этом значения булевых переменных позволяют установить порядок срабатывания внешнего минимума и внутренних максимумов в рассматриваемых вложенных моделях. Решен численный иллюстративный пример.

### Список источников

1. Neydorf R. Bivariate “Cut-Glue” approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data // *SAE: International Journal of Aerospace*. 2015. Vol. 8, no. 1. P. 47–54. <https://doi.org/10.4271/2015-01-2394>.
2. Lee Y. S., Kerschen G., Vakakis A. F. et al. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment // *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005. Vol. 204, no. 1–2. P. 41–69. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2005.03.014>.
3. Porubov A. V., Aero E. L., Maugin G. A. Two approaches to study essentially nonlinear and dispersive properties of the internal structure of materials // *Physical Review E*. 2009. Vol. 79, no. 4. <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046608>.
4. Devezas T. C., Corredine J. T. The nonlinear dynamics of technoeconomic systems: An informational interpretation // *Technological Forecasting and Social Change*. 2002. Vol. 69, no. 4. P. 317–357. [https://doi.org/10.1016/S0040-1625\(01\)00155-X](https://doi.org/10.1016/S0040-1625(01)00155-X).
5. Zhu H., Xiao X., Huang X. et al. Time-lead nonlinear grey multivariable prediction model with applications // *Applied Mathematical Modelling*. 2023.

### References

1. Neydorf R. Bivariate “Cut-Glue” approximation of strongly nonlinear mathematical models based on experimental data. *SAE: International Journal of Aerospace*. 2015;8(1):47–54. <https://doi.org/10.4271/2015-01-2394>.
2. Lee Y. S., Kerschen G., Vakakis A. F. et al. Complicated dynamics of a linear oscillator with a light, essentially nonlinear attachment. *Physica D: Nonlinear Phenomena*. 2005;204(1–2):41–69. <https://doi.org/10.1016/j.physd.2005.03.014>.
3. Porubov A. V., Aero E. L., Maugin G. A. Two approaches to study essentially nonlinear and dispersive properties of the internal structure of materials. *Physical Review E*. 2009;79(4). <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.79.046608>.
4. Devezas T. C., Corredine J. T. The nonlinear dynamics of technoeconomic systems: An informational interpretation. *Technological Forecasting and Social Change*. 2002;69(4):317–357. [https://doi.org/10.1016/S0040-1625\(01\)00155-X](https://doi.org/10.1016/S0040-1625(01)00155-X).
5. Zhu H., Xiao X., Huang X. et al. Time-lead nonlinear grey multivariable prediction model with applications. *Applied Mathematical Modelling*. 2023;123:464–483. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.07.003>.

- Vol. 123. P. 464–483. <https://doi.org/10.1016/j.apm.2023.07.003>.
6. Yahyaoui M. E., Amine S. Mathematical modeling of unemployment dynamics with skills development and cyclical effects // *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*. 2024. Vol. 11. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.100800>.
  7. Misrol M. A., Alwi S. R. W., Lim J. S. et al. Optimising renewable energy at the eco-industrial park: A mathematical modelling approach // *Energy*. 2022. Vol. 261. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125345>.
  8. Khamiduulin M. R., Isavnin A. G. Economy of Scale and Production of Rejects in the Production Planning Model // *Mediterranean Journal of Social Sciences*. 2015. Vol. 6, no. 2. P. 267–276. <https://doi.org/10.5901/mjss.2015.v6n2p267>.
  9. Teru A. H., Koya P. R. Mathematical modelling of deforestation of forested area due to lack of awareness of human population and its conservation // *Mathematical Modelling and Applications*. 2020. Vol. 5, no. 2. P. 94–104. <https://doi.org/10.11648/j.mma.20200502.15>.
  10. Aliyev A. N-component piecewise-linear models: Enhancing economic event prediction through software // *Advanced Journal of Applied Mathematics and Statistics*. 2023. Vol. 11, no. 1. P. 8–32.
  11. Носков С. И. Подход к формализации вложенной кусочно-линейной регрессии // *Международный журнал гуманитарных и естественных наук*. 2023. Т. 1–2, № 76. С. 218–220. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-1-2-218-220>.
  12. Носков С. И. Некоторые формы вложенной кусочно-линейной регрессии // *Известия ТулГУ. Технические науки*. 2023. № 3. С. 467–469.
  13. Носков С. И., Белинская С. И. Вычисление оценок параметров однородной вложенной кусочно-линейной регрессии // *Вестник Дагестанского государственного технического университета. Технические науки*. 2023. Т. 50, № 4. С. 115–120. <https://doi.org/10.21822/2073-6185-2023-50-4-115-120>.
  14. Bentobache M., Bibi M. O. A two-phase support method for solving linear programs: numerical experiments // *Mathematical Problems in Engineering*. 2012. Vol. 2012, no. 1. <https://doi.org/10.1155/2012/482193>.
  6. Yahyaoui M. E., Amine S. Mathematical modeling of unemployment dynamics with skills development and cyclical effects. *Partial Differential Equations in Applied Mathematics*. 2024;11. <https://doi.org/10.1016/j.padiff.2024.100800>.
  7. Misrol M. A., Alwi S. R. W., Lim J. S. et al. Optimising renewable energy at the eco-industrial park: A mathematical modelling approach. *Energy*. 2022;261. <https://doi.org/10.1016/j.energy.2022.125345>.
  8. Khamiduulin M. R., Isavnin A. G. Economy of Scale and Production of Rejects in the Production Planning Model. *Mediterranean Journal of Social Sciences*. 2015;6(2):267–276. <https://doi.org/10.5901/mjss.2015.v6n2p267>.
  9. Teru A. H., Koya P. R. Mathematical modelling of deforestation of forested area due to lack of awareness of human population and its conservation. *Mathematical Modelling and Applications*. 2020;5(2):94–104. <https://doi.org/10.11648/j.mma.20200502.15>.
  10. Aliyev A. N-component piecewise-linear models: Enhancing economic event prediction through software. *Advanced Journal of Applied Mathematics and Statistics*. 2023;11(1):8–32.
  11. Noskov S. I. Approach to formalizing nested piecewise-linear regression. *International Journal of Humanities and Natural Sciences*. 2023;(1–2):218–220. <https://doi.org/10.24412/2500-1000-2023-1-2-218-220>. (In Russ.).
  12. Noskov S. I. Some forms of nested piece-linear regression. *News of the Tula state university. Technical sciences*. 2023;(3):467–469. (In Russ.).
  13. Noskov S. I., Belinskaya S. I. Computing parameter estimates of a homogeneous nested piecewise linear regression. *Herald of Dagestan State Technical University. Technical Sciences*. 2023;50(4):115–120. <https://doi.org/10.21822/2073-6185-2023-50-4-115-120>. (In Russ.).
  14. Bentobache M., Bibi M. O. A two-phase support method for solving linear programs: numerical experiments. *Mathematical Problems in Engineering*. 2012;2012(1). <https://doi.org/10.1155/2012/482193>.

### Информация об авторах

**С. И. Носков** – профессор, доктор технических наук;

<https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>,  
[sergey.noskov.57@mail.ru](mailto:sergey.noskov.57@mail.ru)✉

**С. В. Беляев** – магистрант;

<https://orcid.org/0009-0005-8824-9867>,  
[bsv2001@list.ru](mailto:bsv2001@list.ru)

### About the authors

**S. I. Noskov** – Professor, Doctor of Sciences (Engineering);

<https://orcid.org/0000-0003-4097-2720>,  
[sergey.noskov.57@mail.ru](mailto:sergey.noskov.57@mail.ru)✉

**S. V. Belyaev** – Master's Degree Student;

<https://orcid.org/0009-0005-8824-9867>,  
[bsv2001@list.ru](mailto:bsv2001@list.ru)

Сетевое издание. Полные тексты статей размещаются на официальном сайте издания <https://www.vestcyber.ru> и в базе данных Научной электронной библиотеки на сайте [elibrary.ru](http://elibrary.ru), сведения о публикуемых материалах включаются в Российский индекс научного цитирования (РИНЦ).

Адрес учредителя и издателя:  
бюджетное учреждение высшего образования Ханты-Мансийского автономного округа – Югры  
«Сургутский государственный университет»,  
628412, Ханты-Мансийский автономный округ – Югра, Сургут, пр. Ленина, 1. Тел. +7 (3462) 76-29-29

Дата опубликования 27.03.2025